

THESE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences
de l'Université de Nice-Sophia Antipolis
Spécialité : Sciences de l'Univers - Géophysique

présentée et soutenue par

Damien PAGEOT

Imagerie de la lithosphère par inversion de formes d'ondes de données télésismiques.

Thèse dirigée par **Stéphane OPERTO** et **Martin VALLÉE**
préparée au laboratoire GéoAzur, Sophia-Antipolis
financée dans le cadre du Consortium SEISCOPE

soutenue le devant le Jury

Sébastien CHEVROT	Directeur de Recherche CNRS, IRAP	Rapporteur
Anne DESCHAMPS	Directrice de recherche CNRS, GéoAzur	Examinateur
Jean-Paul MONTAGNER	Professeur Université Diderot, IPGP	Examinateur
Guust NOLET	Professeur Université Nice-Sophia Antipolis	Examinateur
Stéphane OPERTO	Chargé de Recherche CNRS, GéoAzur	Directeur de Thèse
Anne PAUL	Directrice de Recherche CNRS, ISTerre	Rapporteur
Martin VALLÉE	Chargé de recherche IRD, GéoAzur	Directeur de Thèse
Jean VIRIEUX	Professeur Université Joseph Fourier	Examinateur

Résumé

L'imagerie des structures de la Terre à l'échelle de la lithosphère permet de faire le lien entre les observations de surface et les mécanismes profonds de la planète. Cette thèse s'inscrit dans un mouvement récent lié à la conception de réseaux sismologiques de plus en plus denses et permettant de faire évoluer l'imagerie lithosphérique vers des méthodes de tomographie haute résolution développées initialement dans le cadre de l'exploration sismique pétrolière. Bostock *et al.* (2001), Shragge *et al.* (2001) et Rondenay *et al.* (2001) font partis des pionniers de ce mouvement en ayant adapté la méthode de *migration rai+Born* aux configurations téléseismique et en l'ayant appliquée aux données réelles téléseismiques du projet *CASC93 (IRIS-PASSCAL/Earthscope/U.S.Array)*. Durant ce travail de thèse, j'ai adapté un algorithme d'*inversion de formes d'ondes complètes*, conçu pour l'exploration sismique, aux configurations téléseismiques. Cette adaptation m'a amené à intégrer les sources planes, l'approche en champ diffracté et l'obliquité de ces ondes à l'algorithme original, à la fois pour le problème direct et le problème inverse.

Dans une première partie, je présente de manière générale les méthodes de modélisation de la propagation des ondes sismiques qui constituent le moteur de l'algorithme d'*inversion des formes d'ondes complètes*, son adaptation de la modélisation aux configurations téléseismiques et enfin du problème inverse. La deuxième partie, je présente une analyse paramétrique de l'*inversion des formes d'ondes complètes* adaptée aux configurations téléseismiques afin d'évaluer le potentiel de la méthode et de pointer les différences avec les paramétrisations recommandées dans le cadre de l'exploration sismique. La troisième partie concerne l'application de la méthodes aux données réelles téléseismiques enregistrées par le réseau sismologique *MASE* déployé dans le cadre d'un projet d'imagerie de la subduction de la plaque Cocos sous le Mexique.

Abstract

Imaging Earth structure at lithospheric scales allows to connect surface observations to the deep mechanisms of the planet. This thesis follows a recent movement link to the design of more and more denser seismological networks et allow to evolve lithospheric imaging toward high resolution tomography methods initially design in the framework of eismic exploration. Bostock *et al.* (2001), Shragge *et al.* (2001) and Rondenay *et al.* (2001) are pionners in this movement with their adaption of *ray + Born migration* method to teleseismic configurations and by applying this method to real teleseismic data form *CASC93 (IRIS-PASSCAL/Earthscope/U.S.Array)*. During this thesis, I adapted a Full Waveform Inversion algorithm, design for seismic exploration, to teleseismic configurations. This adaptation leads me to integrate planewave sources, a scattered wavefield approach and obliquity of planewaves both for forward and inverse problem.

In the first part, I present the method to model propagation of seismic waves which is the core engine of the algorithm of Full Waveform Inversion, its adaptation to teleseismic configurations and finally the inverse problem. In the second part, I present a parametric analysis of Full Waveform inversion method adapted to teleseismic configurations to assess the potential of the method and spot the differences with the parameterizations recommended in seismic exploration. The third part concerns the application of the methods to real teleseismic data recorded by the seismological network *MASE* deployed for imaging the subduction of the Cocos plate below Mexico.

Table des matières

0.1	Contexte scientifique	19
0.2	État de l'art de l'imagerie lithosphérique	22
0.2.1	Méthode des fonctions récepteurs	23
0.2.2	Tomographie des temps d'arrivée	26
0.2.3	Migration-inversion des champs diffractés	31
0.3	L'inversion des formes d'ondes complètes	37
0.3.1	Principe	37
0.3.2	Formulation en domaine espace-fréquence	38
0.3.3	Inversion multi-paramètres	40
0.4	Plan de la thèse	43
I	Méthodes	45
1	Modélisation des ondes sismiques	47
1.1	Introduction	47
1.2	Propagation des ondes sismiques	48
1.2.1	Équation de l'élastodynamique	48
1.2.2	Milieu 2D élastique isotrope	49
1.2.3	Milieu 2D acoustique isotrope	50
1.2.4	Ondes propagées	51
1.2.4.1	Ondes de volumes	51
1.2.4.2	Ondes de surface	53
1.2.4.3	Ondes de pression	53
1.3	Conditions initiales et conditions aux limites	54
1.3.1	Conditions initiales et terme de source	54
1.3.2	Conditions aux limites spatiales	55
1.3.3	Modélisation dans le domaine fréquentiel	55
1.4	Résolution du système d'équations aux dérivées partielles	57
1.4.1	Méthodes de résolution	57
1.4.2	Différences finies : schéma des grilles mélangées	58
1.4.3	Éléments finis : schéma des Galerkin discontinus	59
1.4.4	Coûts calculs du problème direct	60
2	Adaptation aux configurations télésismiques	67

TABLE DES MATIÈRES

2.1	Introduction	67
2.2	Source téléseismique	68
2.2.1	Approche en champ diffracté	68
2.2.2	Solution analytique de l'onde plane	69
2.2.3	Condition de surface libre et topographie	70
2.2.4	Validation de l'approche	74
2.3	Exemples d'applications numériques	77
2.3.1	Modèle <i>SEG/EAGE Overthrust</i> lithosphérique	77
2.3.2	Modèle de suture océanique	77
2.4	Prise en compte de l'obliquité	78
3	Le problème inverse	83
3.1	Introduction	83
3.2	Inversion par la méthode des moindres carrés	84
3.2.1	Minimisation de la fonction coût	84
3.2.2	Équations normales	85
3.2.3	Régularisation	86
3.3	Méthodes de résolution du problème d'optimisation locale	87
3.3.1	Méthode du gradient	87
3.3.2	Méthode du gradient conjugué	88
3.3.3	Méthodes Newton et quasi-Newton	89
3.4	Le gradient	89
3.4.1	Construction et interprétation du gradient	89
3.4.2	Construction du gradient par le formalisme de l'état-adjoint	90
3.4.3	Pouvoir de résolution de l' <i>inversion des formes d'ondes complètes</i>	92
3.4.4	Influence de l'échantillonnage en nombre d'onde	96
3.5	Prise en compte de l'obliquité dans l'inversion	99
3.6	Algorithme de l' <i>inversion des formes d'ondes complètes</i>	99
II	Analyse paramétrique	103
4	Analyse paramétrique	105
4.1	Introduction	106
4.2	Analyse paramétrique	107
4.3	abstract	107
4.4	Introduction	108
4.5	Method	112
4.5.1	Frequency-domain elastic plane-wave seismic modelling	112
4.5.1.1	Discrétisation des équations de l'élasto-dynamique	112
4.5.1.2	Implementation of plane-wave sources	114
4.5.2	Frequency-domain elastic FWI	116
4.5.2.1	Computing the gradient of the misfit function with the adjoint-state method	118

4.5.3	Accounting for obliquity in seismic modeling and inversion	120
4.6	Sampling, resolution and non-linearity issues in teleseismic FWI	120
4.7	Parametric analysis of teleseismic FWI	124
4.7.1	The lithospheric SEG/EAGE overthrust model	124
4.7.2	Transmission versus reflection FWI of teleseismic data	125
4.7.3	Conjute-gradient versus L-BFGS quasi-Newton optimization . . .	126
4.7.4	Influence of frequency sampling	126
4.7.5	Influence of incidence-angle sampling and bandwidth	127
4.7.6	Impact of receiver sampling	129
4.7.7	Which initial model and starting frequency do we need?	129
4.7.8	Resolution analysis by checkerboard tests	130
4.8	Discussion and conclusions	131
4.9	Acknowledgments	133
4.10	Appendix A : Correction for obliquity	133
4.11	<i>Migration ray+Born versus inversion de formes d'ondes complètes.</i> . . .	159
4.12	Conclusion	161

III Application aux données télésismiques MASE 163

5 La subduction Est Pacifique : cas de la subduction de la plaque Cocos 165

5.1	Introduction	165
5.2	Contexte géodynamique	166
5.3	Intérêt de l'étude de la plaque Cocos	166
5.4	La campagne MASE	167
5.5	État des connaissances actuelles	174

6 Imagerie d'une zone de subduction : un exemple synthétique 183

6.1	Introduction	183
6.2	Modèle synthétique de subduction	184
6.3	Analyse de la réponse du milieu	184
6.4	Inversion des formes d'ondes complètes d'un modèle de subduction syn- thétique.	195

7 Les données de la campagne MASE 199

7.1	Introduction	199
7.2	Sélection des données	200
7.3	Détermination de l'angle d'incidence	203
7.4	Détermination du temps origine	205
7.5	Pré-traitement des données	205
7.6	Estimation de la source	208
7.6.1	Estimation de la source par séparation des arrivées	208
7.6.2	Estimation de la source par inversion linéaire	210
7.7	Inversion des données réelles	211
7.7.1	Paramétrisation de l'inversion	211

TABLE DES MATIÈRES

7.7.2	Résultats de l'inversion de formes d'ondes	217
7.7.3	Contrôle qualité de l'inversion	220
7.7.4	Conclusion	229
8	Conclusion	233
8.1	Méthodes	233
8.2	Analyse paramétrique	234
8.3	Application à des données réelles	235
8.4	Perspectives	236
	Bibliographie	238

Table des figures

1	Différentes géométries d'acquisition en tomographie	21
2	Représentation schématique d'une configuration téléseismique	22
3	Réponses verticale (z_0) et radiale (r_0), et la fonction récepteur (r_0/z_0) résultant de la déconvolution.	24
4	Illustration de la méthode des <i>fonctions récepteurs</i>	25
5	Couverture d'un réflecteur par une fonction récepteur.	26
6	Résultats de la méthode des fonctions récepteurs appliquée à la zone de subduction Cascadia (Audet <i>et al.</i> , 2009).	27
7	Noyau de sensibilité en tomographie des temps de premières arrivées. . .	29
8	<i>Tomographie des temps d'arrivée</i> appliquée à la zone de subduction Cas- cadia.	31
9	Découplage d'échelles entre le modèle de référence et le modèle de réflectivité.	33
10	Différentes géométries d'acquisition sismiques et sismologiques.	34
11	Migration inversion rai+Born adaptée aux configurations téléseismiques. .	35
12	Migration de champs diffractés téléseismiques.	36
13	Noyau de sensibilité de l'inversion de formes d'ondes complètes.	38
14	Illustration de l'approche hiérarchique pour l'inversion des formes d'ondes complètes en domaine fréquentiel.	42
1.1	ondes propagées	51
1.2	Ondes de volume	53
1.3	Ondes de surface	54
1.4	Représentation du schéma <i>Mixed-grid</i> et dispersion numérique	59
1.5	Schéma Galerkin discontinu	61
1.6	Maillages <i>P0</i> et <i>P2</i> , modèle <i>SEG/EAGE Overthrust</i> lithosphérique et modèle de gradient de vitesse.	63

TABLE DES FIGURES

2.1	Illustration des principales étapes de la modélisation de la propagation d'une onde plane par l'approche en champ diffracté.	71
2.2	Sismogrammes calculés dans un milieu canonique avec et sans surface libre	73
2.3	Source de type <i>Ricker</i> utilisée pour la validation de l'approche.	74
2.4	Comparaison avec le méthode de réflectivité.	75
2.5	Comparaison avec le méthode de réflectivité (zoom)	76
2.6	Modèle <i>SEG/EAGE Overthrust</i> élastique et sismogrammes synthétiques.	78
2.7	Modèle synthétique de suture océanique et sismogrammes synthétiques. .	79
2.8	Représentation schématique de la propagation d'une onde plane possédant un angle d'obliquité.	80
2.9	Correction de l'obliquité de l'onde plane.	82
3.1	Interpolation quadratique	88
3.2	Représentation schématiques de la construction du nombre d'onde. . . .	93
3.3	Illustration du contrôle de la fréquence f et de l'angle d'ouverture Θ sur le nombre d'onde k	94
3.4	Illustration qualitative de la construction du gradient dans l'approximation acoustique.	95
3.5	Condition de surface libre dans l'inversion.	96
3.6	Illustration du phénomène de repliement spatial d'un réflecteur.	98
4.1	Plane-wave source modeling with the scattered-field formulation.	137
4.2	Validation of the scattered-field method against the reflectivity method. .	139
4.3	Illustration of a teleseismic experiment, and the corresponding scattering modes.	140
4.4	Scattering pattern of V_P and V_S diffractors for the four scattering modes P-P, P-SV, SV-P and SV-SV.	141
4.5	Sampling issues in sparse diffraction tomography.	142
4.6	Lithospheric SEG/EAGE overthrust model	143
4.7	Seismograms computed in the true V_P and V_S models : the radial component.	144
4.8	As for Figure 4.7, for the vertical component.	145
4.9	Importance of the free surface in teleseismic FWI.	146
4.10	Vertical V_P and V_S profiles extracted at 125 km in distance from figure 4.9.	147
4.11	As for Figure 4.10 for the vertical profiles located at 325 km in distance.	148
4.12	Optimization algorithm in FWI.Velocity models.	149

4.13	Optimization algorithm in FWI. Normalized misfit function.	150
4.14	Impact of frequency sampling on teleseismic FWI.	151
4.15	Seismograms (radial component) computed in models the true and the FWI models.	152
4.16	As for Figure 4.15 for the vertical component.	153
4.17	Impact of incidence-angle sampling and coverage.	154
4.18	Impact of receiver spacing.	155
4.19	Impact of the initial model.	156
4.20	Resolution analysis by checkerboard tests.	157
4.21	Correction for obliquity.	158
4.22	Comparaison des resultats obtenus par <i>Migration ray+Born</i> et <i>inversion de formes d'ondes complètes</i>	160
5.1	Reconstruction du développement de la Cordillère Ouest et des Caraïbes depuis le Jurassique jusqu'à nos jours.	169
5.2	Carte géologique simplifiée du volcanisme néogène et des failles au Mexique.	170
5.3	Localisations (brutes et corrigées) des épicentres des évènements utilisés par Pardo & Suárez (1995) pour l'estimation de la géométrie du panneau plongeant.	171
5.4	Fragmentation du panneau plongeant Cocos.	172
5.5	Ligne de stations du réseau <i>MASE</i>	173
5.6	Résultats de la méthode des fonctions récepteurs appliquée à des données enregistrés par le réseau <i>MASE</i> (Perez-Campos <i>et al.</i> , 2008).	175
5.7	Modèle composite de subduction de la plaque <i>Cocos</i> (Perez-Campos <i>et al.</i> , 2008).	177
5.8	Modèle de perturbations obtenus par <i>tomographie des temps d'arrivée</i> (Husker & Davis, 2009).	178
5.9	Résultats de l'inversion tomographique de l'atténuation (en $1000/Q_P$).	179
5.10	Modèle de vitesse <i>S</i> issu de la <i>tomographie des ondes surface</i> (Iglesias <i>et al.</i> , 2010).	179
5.11	Deux interprétations potentielles de la structure de la zone de subduction Est Pacifique sous le Mexique (Stubailo <i>et al.</i> , 2012).	180
5.12	Résultats de la migration des champs d'ondes.	181
6.1	Représentation des modèles synthétiques de la zone de subduction.	185

TABLE DES FIGURES

6.2	Instantanés de la propagation d'une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale.	187
6.3	Instantanés de la propagation d'une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite).	188
6.4	Instantanés de la propagation d'une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante verticale.	189
6.5	Instantanés de la propagation d'une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite).	190
6.6	Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale.	191
6.7	Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite).	192
6.8	Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante verticale.	193
6.9	Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante verticale (suite).	194
6.10	Modèles synthétiques de slab vrai et initial.	196
6.11	Résultats d'inversion du modèle schématique de zone de subduction.	197
6.12	Profils de vitesse extraits des résultats d'inversion du modèle de zone de subduction.	198
7.1	Hodochrones	202
7.2	Localisation des évènements sélectionnés. Chaque point rouge correspondant à un événement respectant les critères de sélection posés. Le triangle jaune correspond à la localisation du barycentre du réseau MASE.	203
7.3	Représentation schématiques des premières arrivées attendues au récepteur en fonction de la profondeur du séisme.	204
7.4	Pré-traitement des données réelles.	207
7.5	Estimation de la source par cross-corrélation.	209
7.6	Source estimée par cross-corrélation.	210

7.7	Source estimée par inversion linéaire.	211
7.8	Évènement du 12/05/2005.	212
7.9	Évènement du 04/08/2005.	213
7.10	Évènement du 14/02/2007.	214
7.11	Évènement du 06/04/2007.	215
7.12	Modèle de vitesse initial utilisé pour l'inversion des données réelles	216
7.13	Résultats de l'inversion de formes d'ondes de données réelles.	218
7.14	Profils de vitesse des ondes P et S extrait du modèle final de l'inversion. . . .	219
7.15	Décroissance de la fonction coût pour chaque groupe de fréquences inversé. . . .	220
7.16	Représentation de la RMS pour chaque fréquence discrète.	221
7.17	Comparaison entre la partie réelle des données observées et la partie réelle des données calculées sur la composante horizontale.	222
7.18	Comparaison entre la partie réelle des données observées et la partie réelle des données calculées sur la composante verticale.	223
7.19	Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 1.	225
7.20	Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 2.	226
7.21	Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 3.	227
7.22	Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 4.	228
7.23	Sismogrammes synthétiques calculés dans le modèle reconstruit pour chaque évènement.	230
7.24	Interprétation du résultat de l'inversion des formes d'ondes complètes appliquée aux données télésismiques enregistrées par le réseau $MASE$	231

Liste des tableaux

1.1	Coûts calculs de la modélisation en fréquence en fonction de l'ordre d'interpolation pour les modèles <i>SEG/EAGE Overthrust</i> lithosphérique et le modèle de gradient de vitesse.	64
2.1	Propriétés physiques du modèle tabulaire à trois couches	74
4.1	Physical parameters of the three-layer velocity model used to compute seismograms with the reflectivity method.	136
4.2	Characteristic scales involved in exploration seismology and in teleseismic imaging.	136
4.3	FWI experimental set-up.	138
4.3	Following of Table 3	138
6.1	Valeurs des vitesses de propagation des ondes P et S , et de la densité ρ dans le modèle synthétique de subduction présenté figure 6.1	184
6.2	Nomenclature utilisée pour différentes phases visibles sur les instantanés de propagations d'ondes planes.	186
7.1	Liste des évènements sélectionnés parmi les télé-séismes enregistrés par le réseau de la campagne <i>MASE</i>	201
7.2	Liste des évènements sélectionnés pour l' <i>inversion des formes d'ondes complètes</i>	211

Introduction

0.1 Contexte scientifique

Déterminer la structure interne de la Terre est un problème fondamental qui a motivé beaucoup de recherche en géophysique interne au cours des derniers siècles. *Descartes* fût certainement le premier à proposer un modèle de structure interne : une Terre *creuse* sous forme d'une coquille constituée d'un empilement de couches concentriques de roches, d'eau, d'air et d'une dernière couche de roche, et avec en son centre un soleil refroidi. Ce modèle fût l'inspiration de beaucoup d'autres jusqu'au *XVIII*^{ème} siècle où *Buffon* développa la théorie d'une Terre *pleine*. Dès lors, la question fût de savoir si l'intérieur de la Terre était liquide ou solide et le débat subsista jusqu'au début du *XX*^{ème} siècle. En 1906, *Oldham* construit le premier modèle de Terre fondé sur la sismologie. Il remarque un retard de quelques minutes sur les arrivées des ondes *S* par rapport à celles calculées dans le modèle de Terre théorique, et en déduit l'existence d'une interface majeure à 3800 km de profondeur séparant le manteau du noyau. En 1909, *Mohorovicic* observe un accroissement des vitesses sismiques à une profondeur estimée de 50 km et en déduit l'existence de l'interface croûte-manteau portant désormais son nom. En 1912, *Gutenberg* affine les conclusions d' *Oldham* et replace l'interface du noyau métallique à 2900 km de profondeur (interface manteau-noyau). En 1926, *Jeffreys* démontre que le noyau métallique est fluide. En 1936, *Lehmann* découvre que le noyau métallique liquide possède en son centre un noyau métallique solide : la graine.

Il fallut cependant attendre le dernier quart du *XX*^{ème} siècle pour voir apparaître la tomographie moderne grâce notamment aux travaux de Gilbert & Dziewonski (1975), Aki & Lee (1976), Dziewonski & Anderson (1981) et Woodhouse & Dziewonski (1984). Parallèlement, l'évolution rapide des moyens informatiques a favorisé l'émergence de nouvelles approches d'imagerie. Ces nouvelles approches ont notamment été développées pour tendre vers une exploitation complète de l'information contenue dans les données permettant une représentation plus réaliste et mieux résolue des modèles de Terre.

L'imagerie des structures terrestres s'applique à une gamme d'échelles extrêmement variée. L'imagerie de la proche surface (de quelques mètres à quelques centaines de mètres de profondeur) concerne principalement le génie civil et est appliquée à la détection de cavités, la caractérisation d'instabilités gravitaires, la détection de failles ou encore au contrôle non-destructif de fondations (habitations, tunnels, pylônes). L'imagerie de la proche surface est également appliquée à la surveillance des zones de stockage de CO_2 et

des déchets radioactifs. Dans le domaine énergétique, la prospection pétrolière (quelques kilomètres de profondeur) nécessite des images précises de la structure du sous-sol pour optimiser le rendement des réservoirs. L'imagerie de la croûte (quelques dizaines de kilomètres de profondeur), est généralement effectuée à partir de dispositifs de sismique réflexion grand-angle pour des applications de recherche académique. Toutes ces applications sont majoritairement réalisées avec des sources artificielles telles que des explosifs, des canons à air ou encore des camions vibro-sismiques. De plus, ces approches sont conçues pour imager des structures sub-horizontales (le sous-sol pouvant être considéré comme un milieu stratifié au premier ordre) en utilisant les ondes réfléchies sur les discontinuités lithologiques (figure 1a) ou, de manière conjointe, les ondes réfléchies et les ondes réfractées (figure 1b), cette dernière approche étant particulièrement adaptée à l'exploration crustale profonde. Alternativement, l'imagerie sismique à des échelles plus grandes, telles que l'échelle lithosphérique (quelques centaines de kilomètres) et l'échelle globale, sont fondées sur des sources naturelles constituées par les séismes.

En fonction des échelles considérées, les dispositifs d'acquisition peuvent être très différents (figure 1). Pour les plus petites échelles, l'acquisition est généralement placée à la surface ou dans des puits verticaux et les sources utilisées sont des sources artificielles. La géométrie des dispositifs d'acquisition peut être en deux dimensions (profils de tirs et de capteurs linéique) ou en trois dimensions. Ces approches sont conçues pour imager des structures sub-horizontales (le sous-sol pouvant être considéré comme un milieu stratifié au premier ordre) en utilisant les ondes réfléchies sur les discontinuités lithologiques (figure 1a) ou, de manière conjointe, les ondes réfléchies et les ondes réfractées (figure 1b). Cette dernière approche étant particulièrement adaptée à l'exploration crustale profonde. L'imagerie globale utilise les séismes (sources passives) et des réseaux de sismomètres, généralement peu denses, déployés à la surface des continents. Enfin, l'imagerie régionale implique une gamme d'échelles intermédiaires entre l'imagerie crustale et l'imagerie globale et a pour objectif de relier les observations de surface aux mécanismes profonds de la Terre. Cette catégorie s'attache à travailler sur des cibles d'échelle lithosphérique et plus particulièrement les zones actives telles que les points chaud et les zones de subduction. L'imagerie régionale utilise des sources passives locales, localisées dans la zone d'étude (figure 1c), ou des sources distantes couramment dénommée sources téléseismiques (figures 1d et 2). Le réseau de récepteurs, situé au-dessus de la zone d'intérêt, n'est généralement pas dense, en raison de l'étendue des zones d'études, et n'est généralement pas régulier en raison de contraintes imposées par la topographie ou les zones d'habitations par exemple. Compte tenu de cette géométrie source-récepteur, l'onde incidente, émise par un téléseisme arrivant dans la zone d'étude, peut être représenté par une onde plane. Contrairement aux séismes locaux, les téléseismes éclairent l'ensemble de la cible lithosphérique mettant chaque point du milieu à contribution dans la construction du signal enregistré aux récepteurs. Toutefois, le fait que la source soit une onde plane peut limiter, comme je l'expliquerai plus tard, l'éclairage angulaire avec lequel les structures sont auscultées.

Au cours des deux dernières décennies, les réseaux sismologiques équipés de sismomètres multi-composantes et large bande sont devenus de plus en plus denses tout en couvrant

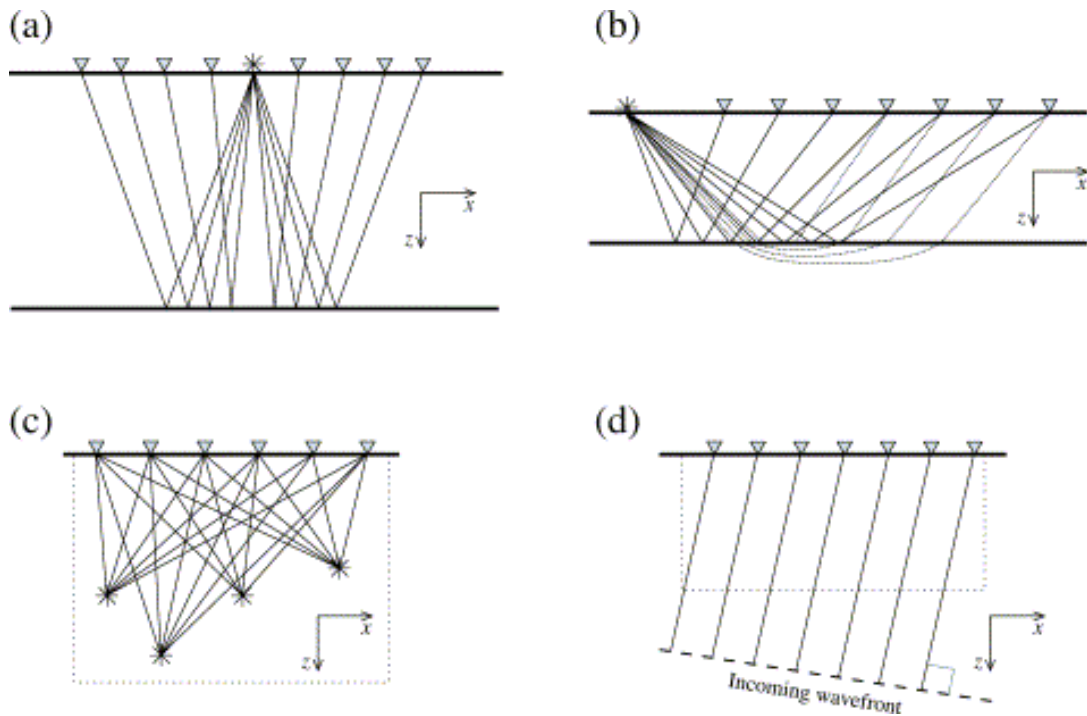


FIGURE 1 – Différentes géométries d’acquisition en exploration sismique et sismologique. Les sources sont marquées par des astérisques et les récepteurs par des triangles. (a) Configuration en sismique réflexion utilisant une source active à la surface (source commune). La principale caractéristique de ces dispositifs est de bénéficier d’une couverture fortement redondante des réflecteurs en utilisant des sources et des récepteurs faiblement espacés. Cette redondance de l’éclairage est exploitée par des méthodes de migration pour construire une image de la réflectivité du sous-sol. (b) Configuration en sismique réfraction-réflexion grand-angle utilisant des sources actives à la surface; les lignes pleines correspondent aux rais réfléchis et les lignes pointillées aux rais réfractés. Ce type de dispositif est conçu pour l’exploration crustale profonde en utilisant des dépôts élevés entre les sources et les récepteurs. Cela permet d’enregistrer les réflexions sur les interfaces profondes aux distances critiques où elles atteignent leur amplitude maximale. (c) Configuration sismologique régionale utilisant des séismes se produisant dans la zone d’étude. Cette configuration est généralement exploitée par la tomographie des temps d’arrivée et pour la détermination précise des épicentres des séismes. (d) Configuration téléseismique utilisant des séismes lointains. La source est alors considérée comme une onde plane sous la cible lithosphérique (d’après ?).

des surfaces plus vastes à la surface des continents. C’est le cas du réseau sismologique *U.S. Array* (Levander *et al.*, 1999) dont l’objet est de fournir une couverture complète des États-Unis d’Amérique via le déploiement de nombreuses stations multi-composantes portables et permanentes. Des efforts comparables sont menés sur d’autres continents tels que le réseau *RESIF* en France, le réseau *WOMBAT* en Australie, les réseaux *NIED* (*National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention*) et *JMA* (Ja-

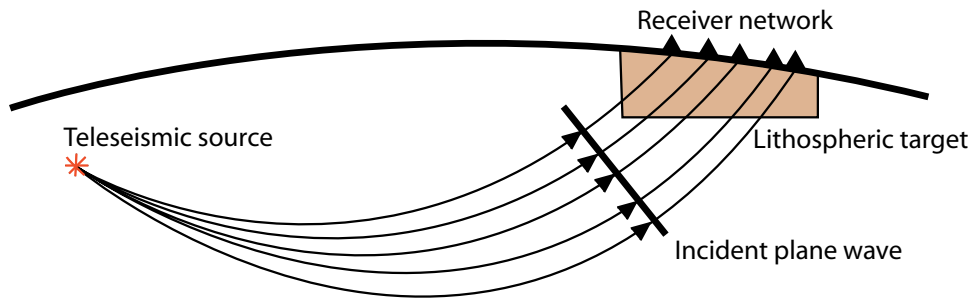


FIGURE 2 – Représentation schématique étendue d'une configuration télésismique. La source télosismique se situe à une distance épacentrale minimum de 3000 km. Le front d'onde incident peut être considéré comme plan à son arrivée à la base de la cible lithosphérique située sous le réseau de stations.

pan Meteorological Agency) au Japon. Un certain nombre de profils de stations en deux dimensions ont également été déployés sur des distances de plusieurs centaines de kilomètres avec un espacement entre stations de l'ordre de 20 kilomètres, mais pouvant atteindre dans certains cas les 5 kilomètres (*CASC93*, *MASE*, *VEOX*). Dans ce cas, il est possible d'envisager d'adapter des méthodes d'imagerie sismique haute résolution, initialement conçues pour des dispositifs d'acquisition utilisés en exploration sismique, aux configurations télésismiques. Ces méthodes haute résolution sont, par exemple, des méthodes de *migration des champs diffractés* ou des méthodes d'*inversion des formes d'ondes complètes*.

Cette thèse s'inscrit dans le contexte de l'imagerie régionale et propose d'imager la lithosphère à partir de téléséismes. Dans ce travail, je profite de la densification des réseaux de sismomètres multi-composantes et large bande, et notamment des réseaux linéiques, pour adapter une méthode d'inversion des formes d'ondes complètes, développée pour l'exploration sismique, aux configurations télésismiques.

0.2 État de l'art de l'imagerie lithosphérique

Actuellement, les approches les plus populaires utilisées dans le cadre de l'imagerie lithosphérique sont l'analyse de fonctions récepteurs et la tomographie des temps d'arrivée. Cependant, la volonté de réaliser une imagerie haute-résolution de cible lithosphériques a encouragé certains auteurs à adapter des méthodes telles que la migration des champs diffractés aux configurations télésismiques. Je présente ci-après un état de l'art de ces trois approches.

0.2.1 Méthode des fonctions récepteurs

Lorsqu'une onde incidente (P ou S) se propage dans la Terre, son interaction avec les différentes structures traversées donne lieu à l'émission d'ondes diffractées. Le signal résultant enregistré aux récepteurs contiendra ainsi la réponse des différentes structures terrestres traversées. Dans le cas d'une onde P incidente, la réponse du milieu sera dominée par les ondes converties $P-S$. Le principe de l'analyse de fonctions récepteurs consiste à utiliser ses conversions d'ondes pour imager les structures terrestres où se produisent ces conversions.

Nous considérons une onde de volume téléseismique se propageant à travers la Terre depuis la source jusqu'à un récepteur. Le sismogramme enregistré au récepteur peut être défini comme un produit de convolution $s(t)$, tel que :

$$s(t) = e(t) * i(t) * h(t) \quad , \quad (1)$$

où $e(t)$ est le signal source, $i(t)$ la réponse instrumentale du récepteur et $h(t)$ la réponse impulsionnelle du milieu à la propagation de l'onde de volume. Cette réponse impulsionnelle est également nommée fonction récepteur. Langston (1979) proposa une procédure permettant d'extraire cette fonction récepteur $h(t)$ du signal complet $s(t)$ en considérant la composante verticale $z(t)$ comme une estimation du produit de convolution $e(t) * i(t)$ dans l'approximation d'un milieu tabulaire à une dimension. L'utilisation de la composante verticale comme estimation de la source est justifiée par les amplitudes des ondes converties PS dans le signal, qui sont dominantes sur les composantes horizontales comparativement aux ondes converties PP sur les composantes verticales et horizontales. Cette procédure consiste ainsi en une déconvolution de la composante radiale $r(t)$ par la composante verticale $z(t)$. En domaine fréquentiel, la déconvolution d'un signal s'exprime par une division :

$$H(\omega) = \frac{R(\omega)}{Z(\omega)} \quad , \quad (2)$$

où $Z(\omega)$ et $R(\omega)$ sont les transformées de Fourier des composantes verticales et horizontales du signal, et $H(\omega)$ est la transformée de *Fourier* de la fonction récepteur $h(t)$. Une représentation schématique de cette déconvolution est présentée sur la figure 3.

Le processus d'inversion de l'analyse de fonction récepteur consiste à trouver un modèle de structure terrestre permettant d'expliquer la forme d'onde de la fonction récepteur. Ammon *et al.* (1990) ont montré que l'inversion de fonctions récepteurs est un problème inverse fortement non-linéaire et mal-posé, et ne permet pas d'obtenir une solution unique. L'inversion de fonctions récepteurs nécessite donc d'introduire des *a priori* sous forme d'un modèle initial devant se situer au voisinage du vrai modèle. Ce modèle initial est généralement un modèle de vitesse de propagation des ondes S , mono-dimensionnel et stratifié, à l'aplomb d'un récepteur. Le problème inverse consiste à minimiser l'écart entre les fonctions récepteurs observées et calculées. Les fonctions récepteurs calculées dans le

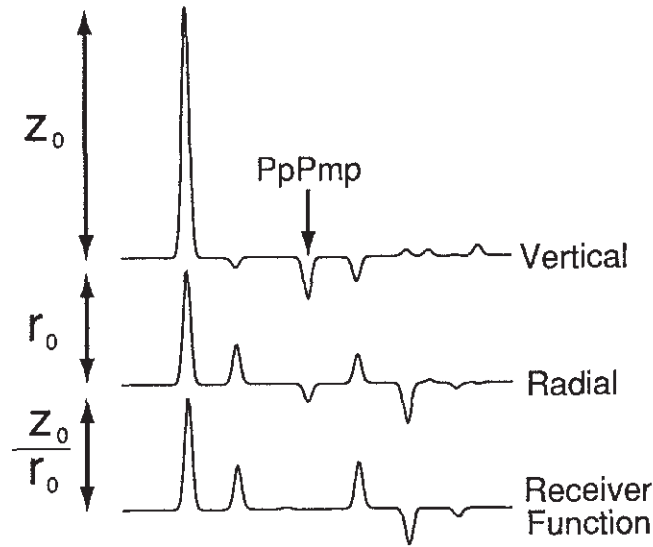


FIGURE 3 – Réponses verticale (z_0) et radiale (r_0), et la fonction récepteur (r_0/z_0) résultant de la déconvolution. Les réponses sont calculées pour un modèle ne possédant qu’une couche et une condition de surface libre (d’après Ammon (1991)).

modèle courant sont générées en appliquant le même processus de déconvolution qu’aux fonctions récepteurs observées. Cependant, l’instabilité numérique de la déconvolution et la nécessité d’un bon rapport signal-sur-bruit pour extraire des fonctions récepteurs correctes ont motivé le développement de nombreuses adaptations de la méthode. Parmi les plus couramment utilisées, nous retrouvons la méthode de déconvolution *water-level* en domaine fréquentiel (Ammon *et al.*, 1990; Ammon, 1991), la déconvolution en domaine temporel formulée au sens des moindres carrés, la déconvolution itérative en domaine temporel (Ligorria & Ammon, 1999) et une méthode d’estimation de la fonction récepteur par intercorrélation *multitaper* en domaine fréquentiel (Park & Levin, 2000).

La distance maximum depuis un récepteur pour laquelle un réflecteur peut être visible par une fonction récepteur dépend avant tout de la longueur du signal considéré et de la profondeur du réflecteur. La figure 5 montre une représentation schématique des trajectoires des rais dans une couche où V_P est de 6000 m.s^{-1} et V_S de 3430 m.s^{-1} . Seuls les trajets de la convertie PS et de la $PpPmp$ sont représentés. Bien que ce dernier ne soit pas utilisé par la méthode des fonctions récepteurs, il permet cependant de fournir une limite à la distance de visibilité d’une structure par une fonction récepteur (Ammon, 1991).

La loi de *Snell-Descartes*, nous permet de montrer que :

$$\begin{aligned} x_S &= h \tan(\text{asin}(pV_S)) \quad , \\ x_P &= h \tan(\text{asin}(pV_P)) \quad , \end{aligned} \tag{3}$$

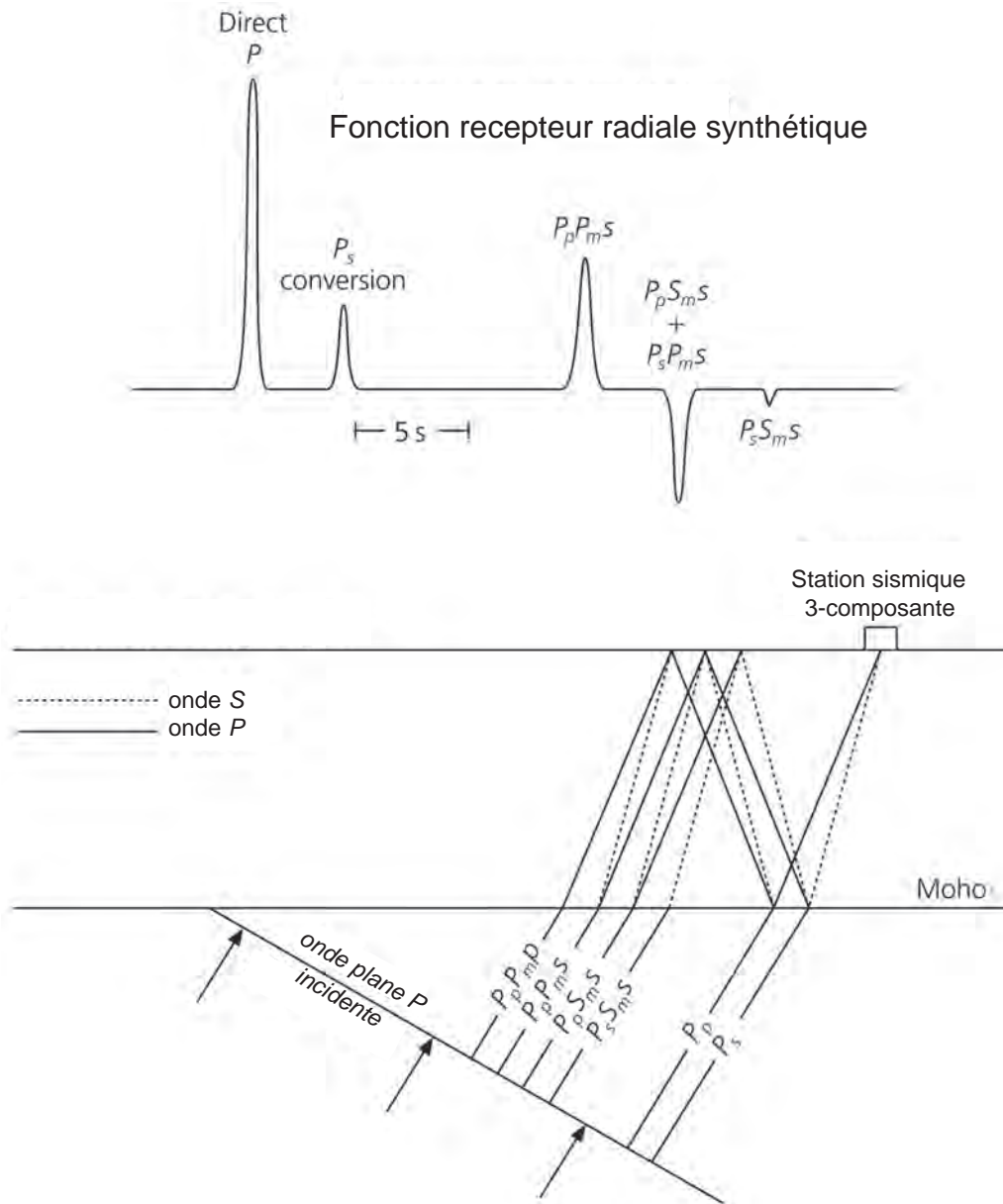


FIGURE 4 – Illustration de la méthode des fonctions récepteurs. (En bas) Représentation des trajectoires des rais sismiques pour certaines phases converties dans le milieu depuis une onde plane incidente P . (En haut) Représentation de la *fonction récepteur* correspondante aux trajectoires des *rais*. (d'après Stein & Wysession (2003))

où h est l'épaisseur de la couche, p est le paramètre du rai. En supposant que $p = 0.06 \text{ s.m}^{-1}$ (source distante d'environ 6000 km et peu profonde) et une épaisseur h de 30 km, nous obtenons $x_S = 6 \text{ km}$ et $x_P = 12 \text{ km}$. En raison de leur proximité à la station et de leurs amplitudes, l'utilisation des converties PS pour plusieurs azimuth permet à la méthode des fonction récepteur de fournir une bonne résolution du réflecteur mais dans

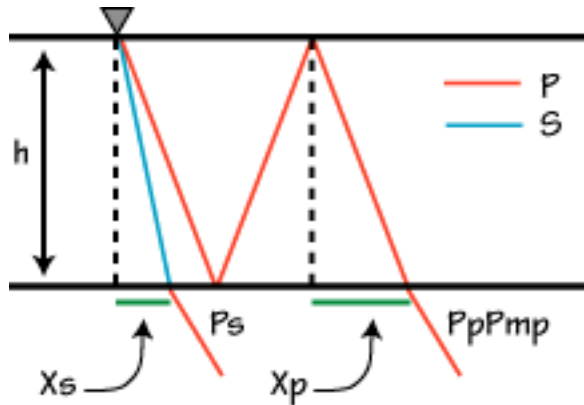


FIGURE 5 – Représentation schématique de la couverture latérale d'un réflecteur par une fonction récepteur.

un rayon limité autour de la station.

Les fonctions récepteurs ne permettent d'obtenir ni de modèles de vitesses absolues ni les profondeurs précises des interfaces détectées, notamment dû à la non-unicité de la solution (Ammon *et al.*, 1990). Afin de mieux contraindre les modèles, certaines études proposent d'inverser conjointement les fonctions récepteurs et la dispersion des ondes de surfaces (Julià *et al.*, 2000, 2003; Yoo *et al.*, 2007). D'autres proposent d'utiliser les fonctions récepteurs issues d'ondes S incidentes (SRF) en plus de celles issues des ondes P incidentes (Angus *et al.*, 2006; Hansen & Dueker, 2009), les SRF n'étant pas contaminées par les réverbérations liées à la surface libre.

Un exemple récent d'application de la méthode des fonctions récepteurs à des données réelles télésismiques est fourni par Audet *et al.* (2009) (figure 6). Cette étude appliquée aux données réelles télésismiques de la zone de subduction la plaque *Juan de Fuca* a notamment permis de mettre en évidence la présence d'une zone à faible vitesse en se basant sur l'interprétation des fonctions récepteurs à chaque station, et notamment des amplitudes de certaines phases.

0.2.2 Tomographie des temps d'arrivée

En tomographie, les observables les plus naturellement utilisés sont les temps de trajet des ondes, et particulièrement, le temps de trajet de la première onde arrivée au récepteur. Les temps de trajet sont reliés non linéairement au modèle de vitesse. La reconstruction des vitesses est généralement effectuée en considérant une linéarisation de cette relation autour d'un modèle de référence reposant sur le principe de *Fermat*. Le principe de la tomographie des temps d'arrivée est donc de déterminer des modèles de perturbations des paramètres permettant d'expliquer les écarts de temps des premières arrivées δt . La démonstration ci-dessous suit le développement présenté par Hole & Zelt (1995). Nous posons $\mathcal{L}(c(r))$ la trajectoire du *rai* dans un milieu de lentéur $\eta(r)$, le temps de trajet total d'une onde le long de ce rai, c'est à dire de la source au récepteur, est défini par :

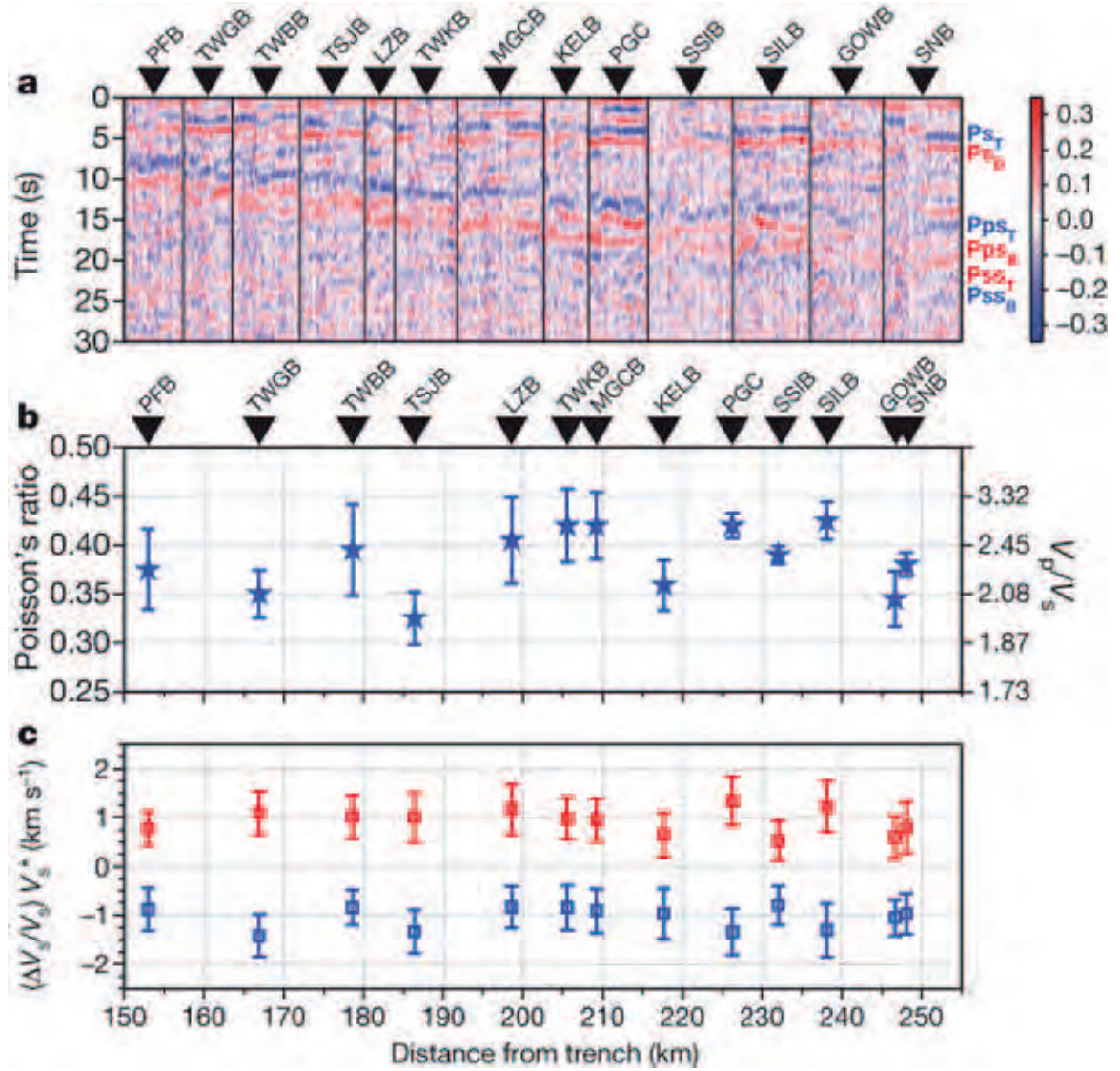


FIGURE 6 – (a) Résultats de la méthode des *fonctions récepteurs* pour un jeu de données filtrées entre 0.05 et 0.5 Hz. Les amplitudes sont relative à l'amplitude de l'onde P . Le rouge et le bleu correspondent, respectivement, à une augmentation et une diminution de la vitesse. Les ondes directes (PS) et diffractées (Pps et Pss) montrent une polarisation opposée, ce qui montre la conversion d'ondes sur les limites supérieures et inférieures d'une zone à faible vitesse. (b) Estimations du rapport V_P/V_S et du coefficient de *Poisson* pour la zone à faible vitesse. (c) Perturbations de la vitesse de propagation des ondes S par rapport à un modèle de vitesse S mono-dimensionnel de référence. Les contrastes de vitesse positifs (rouge) et négatifs (bleu) mettent en évidence, respectivement, les limites inférieure et supérieure de la zone à faible vitesse. (Audet *et al.*, 2009).

$$T = \int_{\mathcal{L}(\eta(r))} \eta(r) dr \quad , \quad (4)$$

où T est le temps de trajet total de l'onde entre la source et le récepteur, $\eta(r)$ est la vitesse du milieu en une position r de l'espace, et dr est le pas d'intégration le long du rai. Nous considérons une perturbation de vitesse $\delta\eta(r)$ dans un modèle de référence $\eta_0(r)$ telle que :

$$\eta(r) = \eta_0(r) + \delta\eta(r) \quad . \quad (5)$$

En injectant l'équation (5) dans l'équation (4), nous obtenons :

$$T = \int_{\mathcal{L}(\eta_0(r)+\delta\eta(r))} \eta_0(r) dr + \int_{\mathcal{L}(\eta_0(r)+\delta\eta(r))} \delta\eta(r) dr \quad . \quad (6)$$

Le principe de *Fermat* postule que la trajectoire du rai est stationnaire. L'équation (6) devient alors :

$$T = \int_{\mathcal{L}(\eta_0(r))} \eta_0(r) dr + \int_{\mathcal{L}(\eta_0(r))} \eta(r) dr \quad . \quad (7)$$

Nous pouvons alors en déduire un écart de temps de trajet lié à la perturbation de vitesse $\delta\eta(r)$ tel que :

$$\delta t = T - T_0 = \int_{\mathcal{L}(\eta_0(r))} \delta\eta(r) dr \quad . \quad (8)$$

En tomographie des temps d'arrivée, le modèle de vitesse est généralement discrétisé en cellules permettant notamment de prendre en compte les variations latérales des paramètres physiques. Le noyau de l'équation 8 correspond à la dérivée de *Fréchet*. La discrétisation de cette équation nous permet d'obtenir :

$$\delta t = \sum_{i=1}^N \delta\eta_i \Delta r_i \quad , \quad (9)$$

où N est le nombre de segments discrétisant le rai. Dans l'équation 9, la dérivée de *Fréchet* par rapport à un paramètre η_i situé sur le segment de rai i est égal à la longueur du segment. Les dérivées de *Fréchet* aux nœuds de la cellule peuvent être déterminés par différentes méthodes d'interpolations.

La première étape de la tomographie des temps d'arrivée consiste à calculer le temps de première arrivée T_i en chaque cellule i du modèle. Ce calcul des temps d'arrivée repose en général sur la résolution numérique de l'équation eikonal (Podvin & Lecomte, 1991). Une fois les différents temps d'arrivée connus en chaque cellule, les rais sont tracés pour chaque couple source-récepteur en suivant le sens opposé du gradient des temps depuis le récepteur. Ceci permet d'obtenir la matrice des dérivées de *Fréchet* ou noyau de sensibilité (figure 7). La dernière étape consiste à déterminer la perturbation de vitesse $\delta\eta$ dans le modèle de référence η_0 et repose sur la résolution du système linéaire au sens

des moindres carrés, par des méthodes itératives de gradient conjugué comme la méthode de projection (Paige & Saunders, 1982) dont l'efficacité a été démontrée par Nolet (1985). Les volumes de données ne cessant d'augmenter, Taillandier *et al.* (2009) ont proposé d'utiliser la méthode de l'état-adjoint pour calculer le gradient de la fonction coût et éviter la construction explicite de la matrice des dérivées de *Fréchet*.

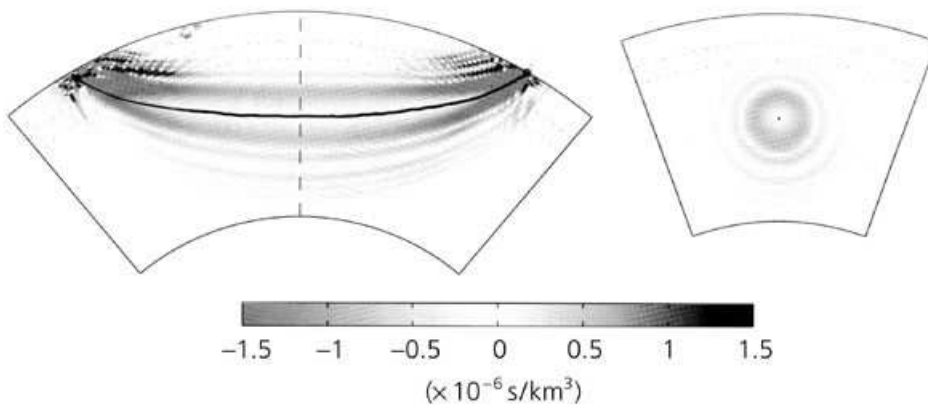


FIGURE 7 – Noyau de sensibilité en tomographie des temps de premières arrivées calculé pour une onde S (Stein & Wysession, 2003). Ce noyau correspond à la première zone de *Fresnel*, la ligne noire correspond au trajet direct du rai. Le long de ce trajet, la sensibilité du noyau est nulle. Ceci permet d'expliquer que la diffraction par une perturbation ponctuelle du milieu sur le rai ne génère pas de perturbation de temps de trajet le long de la trajectoire de ce rai.

Depuis la première inversion de temps d'arrivée par Aki & Lee (1976), de nombreuses méthodes ont été développées, toutes basées sur la théorie des rais. Tout d'abord, cette théorie fait l'approximation d'une onde de fréquence infinie se propageant le long d'un *rai* qui peut être assimilé à une courbe très fine. Les temps de trajets ne sont donc affectés que par des perturbations le long du rai et toutes les interactions de l'onde avec les hétérogénéités situées dans la première zone de *Fresnel* sont négligées (figure 7). De plus, cette approche nécessite des régularisations *ad hoc* qui lissent le modèle de perturbations. Les réglages de ces régularisations doivent prendre en compte à la fois la résolution intrinsèque des temps de trajet et les variations d'illumination fournies par le dispositif, ce qui les rend particulièrement difficiles à déterminer. La tomographie à fréquence finies montre que la zone autour du rai affecte le temps de trajet de l'onde (Nolet, 1987; Woodward, 1992; Dahlen *et al.*, 2000) et propose de prendre en compte cette sensibilité. L'intégrale présentée dans l'équation 8 est alors remplacée par une intégrale volumique où le domaine d'intégration est la première zone de *Fresnel* :

$$\delta t = \int_V K(r) \frac{\delta c(r)}{c_0(r)} dr^3 \quad , \quad (10)$$

où V est le volume du domaine de propagation pour lequel $\delta\eta(r) \neq 0$ et $K(r)$ est le noyau de Fréchet pour des ondes à fréquence finie. Le noyau K peut être calculé par le tracé de rai paraxiaux ou par résolution complète de l'équation d'onde (Chen *et al.*, 2007a; Tromp *et al.*, 2005). Dans le cadre de la théorie des fréquences finies, les écarts de temps d'arrivée δt sont obtenus par inter-corrélation entre les données observées et les données calculées et sont reliées linéairement aux perturbations par la théorie de la diffraction simple (approximation de *Born*). Montelli *et al.* (2004b) montra, dans une étude comparative théorie des rais versus théorie des fréquences finies, l'importance des effets de diffraction et de cicatrisation du front d'onde classiquement négligés par la tomographie des temps d'arrivée. La prise en compte de la zone de *Fresnel* introduit, sur des bases physiques, une régularisation adaptée à la tomographie des temps d'arrivée qui permet d'obtenir des modèles de perturbations mieux résolus que ceux obtenus par l'approche fondée sur l'hypothèse de la fréquence infinie. Cette approche à fréquence finie a ainsi permis la mise en évidence d'objets tels que les panaches mantelliques auparavant difficilement identifiables (Montelli *et al.*, 2004a).

Chen *et al.* (2007a) et Tromp *et al.* (2005) ont proposé de construire le noyau du système tomographique à partir des champs d'ondes complets calculés par la méthode des différences finies ou des éléments finis. Bien que l'inversion reste limitée à quelques phases, le calcul des champs d'ondes complet permet d'établir une relation non-linéaire entre les données et les paramètres du milieu. Cette approche permet de replacer la tomographie des temps d'arrivée dans le cadre des problèmes inverses non-linéaires pour lesquels le modèle est mis à jour à chaque itération. Cette méthode de tomographie basée sur la modélisation des champs d'ondes complets peut être mise en œuvre en construisant de manière explicite la matrice des dérivées de *Fréchet*, ou implicitement avec la méthode de l'état-adjoint qui permet le calcul du gradient de la fonction coût

Finalement, nous pouvons citer les travaux de Fichtner *et al.* (2009) et Bozdogan *et al.* (2011) qui représentent une tentative d'évolution de la tomographie vers l'exploitation des champs d'ondes complets en proposant une fonction coût prenant en compte la phase et l'enveloppe des formes d'ondes.

La figure 8 présente un résultat récent de *tomographie des temps d'arrivée* des ondes P appliquée à l'Ouest des Etats-Unis et plus particulièrement au point chaud de *Yellowstone* et à la subduction de la plaque *Juan de Fuca* réalisé par Tian & Zhao (2011). Pour cela, les auteurs ont utilisé 190,947 temps d'arrivées d'ondes P extraits des données de 8421 séismes locaux et de 1,098,022 temps d'arrivée de 6470 téléseismes enregistrés par le réseau *Earthscope/U.S.Array* pour déterminer un modèle de vitesse des ondes P tri-dimensionnel de la croûte et du manteau jusqu'à 1000 km de profondeur. Ces résultats ont permis de mettre en évidence l'existence d'anomalies à faibles vitesses sous le *Yellowstone* et l'origine mantellique de ce dernier, ainsi que la géométrie variable du panneau plongeant *Juan de Fuca* selon l'axe Nord-Sud.

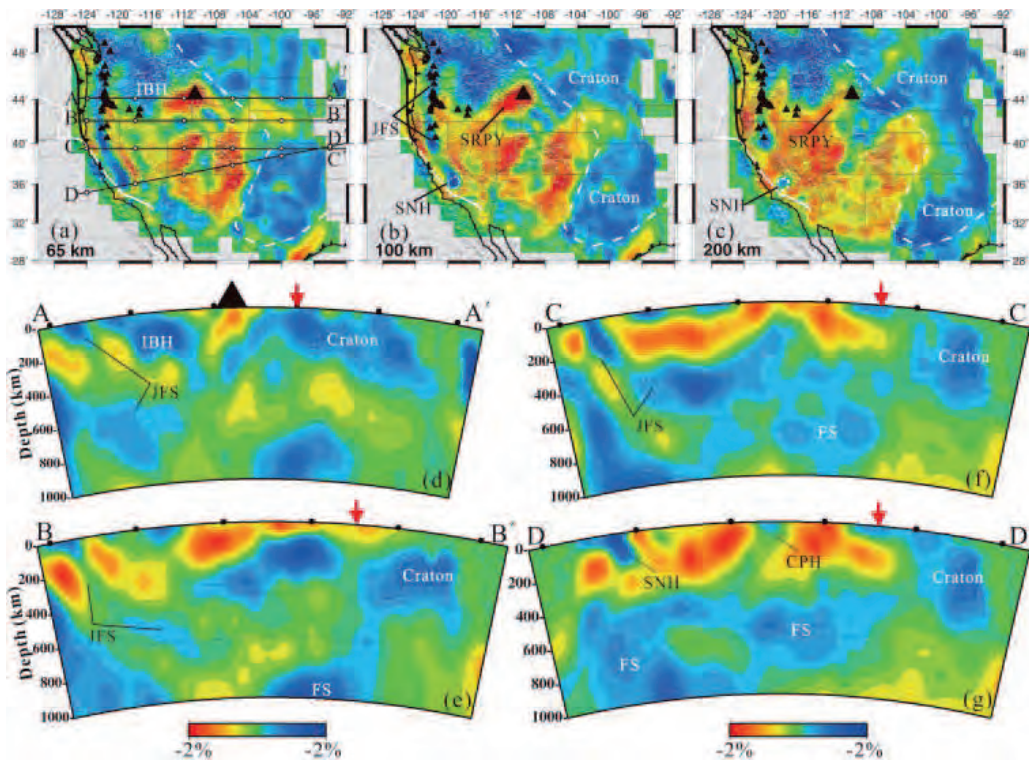


FIGURE 8 – Tomographie des temps d'arrivée appliquée à la zone de subduction Cascadia. (a-c) Vue en carte des résultats de tomographie des temps d'arrivée des ondes P à 65, 100 et 200 km de profondeur. (d-g) Coupes verticales des résultats de tomographie des temps d'arrivée des ondes P présentés en (a). Le rouge et le bleu correspondent respectivement aux basses et hautes vitesses. L'échelle de perturbation de vitesses (en pourcent) est présentée en bas du panneau. Les flèches rouges pointent le coin Ouest du craton Nord Américain. Les triangles noirs représentent les volcans. FS : panneau plongeant Fallaron ; JFS : panneau plongeant Juan de Fuca ; SNH : anomalie haute vitesse Sierra Nevada Sud ; IBH : anomalie haute vitesse Idaho Batholith ; SRPY : Plaine de Snake River - point chaud de Yellowstone. (Tian & Zhao, 2011).

0.2.3 Migration-inversion des champs diffractés

Au début des années 1990, dans le cadre applicatif de la prospection sismique (source active), deux méthodes ont été développées pour imaginer les structures crustales. La première, l'inversion de forme d'onde complète, vise à minimiser l'écart mesuré entre les sismogrammes observés et les sismogrammes calculés (Tarantola, 1984a, 1986). Cette méthode, bien que performante et adaptable à diverses configurations présente cependant un coût numérique important limitant le volume de données utilisables ainsi que les dimensions des modèles à imaginer. La seconde méthode utilisée, la migration des champs diffractés (Cohen & Bleistein, 1979; Beylkin, 1985; Jin *et al.*, 1992), basée sur la théorie des rais, est également une méthode d'inversion de formes d'ondes mais repose sur une linéarisation du problème direct. Cela signifie que cette méthode ne s'intéresse qu'aux

champs diffractés par un modèle de perturbation. Le milieu de propagation est lissé à l'échelle de la longueur d'onde propagée. Dans cette hypothèse, chaque phase est représentée par un temps et une amplitude qui sont décroissantes au fur et à mesure de l'expansion géométrique. Cette méthode possède un coût numérique faible mais n'est cependant pas adaptable à tout type d'acquisition.

L'approche *rai+Born* permet d'établir une relation linéaire entre les perturbations du milieu (assimilées à une somme de points diffractant dans un modèle de référence) et les perturbations des données (champ diffracté). Le champ d'onde diffracté est calculée dans le cadre de la théorie de la diffraction simple (approximation de *Born*), qui nécessite la linéarisation du problème direct au voisinage d'un modèle de référence lisse. Les fonctions de *Green* G_0 du modèle de référence c_0 sont calculées via la formulation asymptotique haute-fréquence de la théorie des rais (Červený *et al.*, 1977).

Considérons l'équation d'onde scalaire avec une perturbation de la lenteur du modèle de référence $1/c_0^2$. L'approche *rai+Born* peut s'exprimer dans le domaine fréquentiel (Jin *et al.*, 1992) tel que :

$$\delta d(r, \omega; s) \approx \mathcal{B}(r, \omega; s) \delta c(x) \quad , \quad (11)$$

où $\delta d(r, \omega; s)$ est la perturbation des données, Δc la perturbation du modèle, et \mathcal{B} est l'opérateur de *Born*. ω correspond à la fréquence angulaire, s la position de la source, et r la position du récepteur.

Les fonctions de *Green*, calculées dans le noyau de sensibilité \mathcal{B} , sont calculées par la théorie des *rais* en linéarisant au premier ordre (approximation de *Born*) la relation entre les données et les paramètres du modèle autour d'un modèle de référence. Ce découplage entre le modèle de référence et le modèle de réflectivité est présenté sur la figure (9). Ce découplage des modèles implique également un découplage des données, c'est à dire une séparation du champ incident, lié au modèle de référence, et du champ diffracté, lié au modèle de perturbation. La migration *rai+Born* est un problème d'optimisation local visant à minimiser l'écart entre le champ d'onde diffracté observé et le champ d'onde diffracté calculé. La solution de l'équation 11, dans le cadre de l'approche *rai+Born* est donnée par :

$$\delta c = \left[\mathcal{B}_0^\dagger \mathcal{B}_0 \right]^{-1} \mathcal{B}_0^\dagger \Delta d \quad , \quad (12)$$

où δc est le modèle de perturbation de vitesse, \mathcal{B}_0 est le noyau de sensibilité calculé dans le modèle de référence et Δd est le vecteur de résidus des perturbations des données, c'est à dire, la différence entre le champ diffracté observé et le champs diffracté calculé. Nous verrons que ce point constitue une différence majeure avec l'inversion des formes d'ondes complètes pour laquelle les résidus sont les différences entre les données observées complètes et les données calculées complètes.

La densification des réseaux sismologique a encouragé plusieurs auteurs à adapter la migration *rai+Born* à l'imagerie lithosphérique pour des configurations télésismiques.

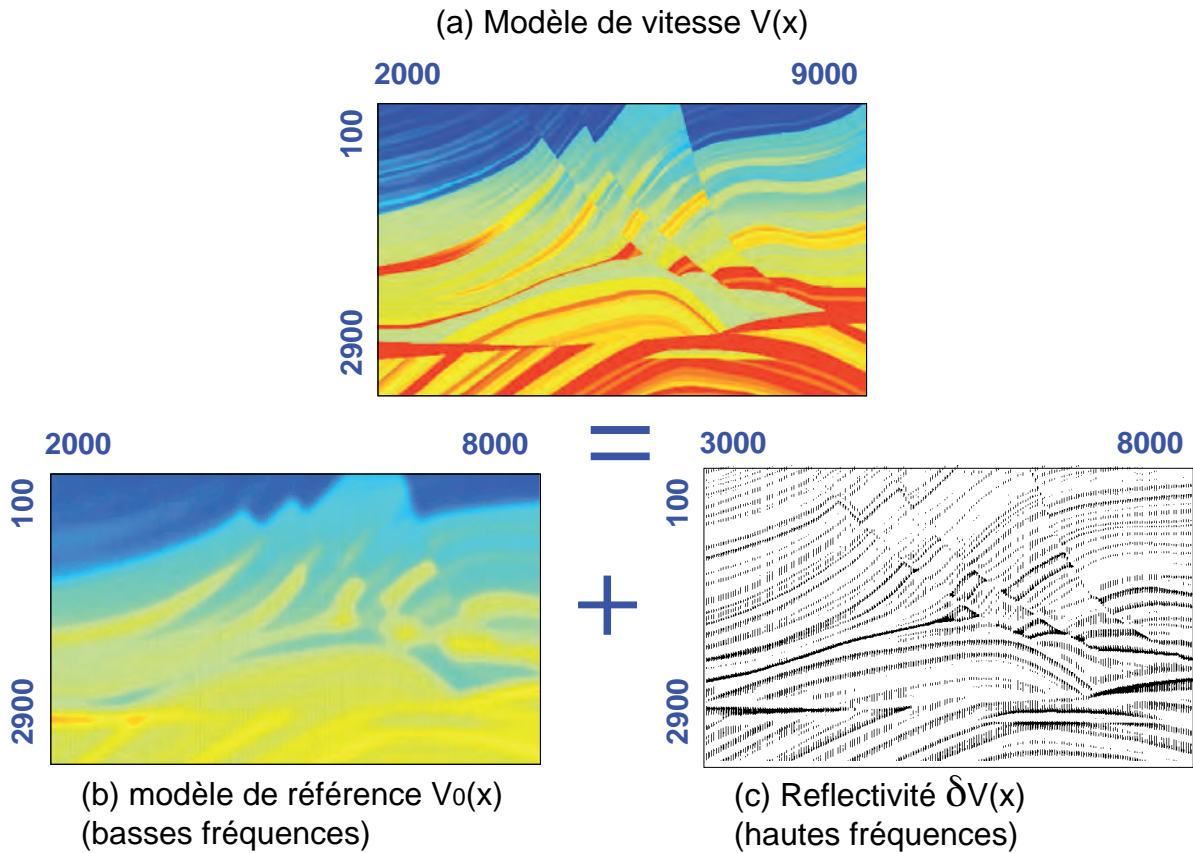


FIGURE 9 – Découplage d'échelles entre le modèle de référence et le modèle de réflectivité issu de la linéarisation du problème (approximation de *Born*) autour d'un modèle de référence (Chauris, 2000). Le modèle de vitesse recherché (a) peut être décomposé en un modèle de référence basse fréquence $V_0(x)$ et un modèle de réflectivité haute fréquence $\delta V(x)$. Le modèle de référence, qui peut être obtenu, par exemple, par tomographie des temps de première arrivée ou d'autres méthodes plus complexes telles que la stéréotomographie, explique la cinématique des ondes. La partie haute fréquence correspond à la réflectivité du milieu et peut être obtenu par une méthode de migration du champ diffracté qui consiste à refocaliser à la position des réflecteurs les arrivées réfléchies et diffractées.

Bostock *et al.* (2001) et Shragge *et al.* (2001) ont ainsi mis en avant l'importance d'incorporer les effets de la surface libre dans le cadre de configurations télésismiques. La figure 10 présente différentes géométries d'acquisition de surface. La figure 10a montre une configuration d'exploration de la croûte par sismique réflexion qui permet de reconstruire des modèles de haute-résolution. La figure 10b montre la configuration classique en imagerie lithosphérique, qui ne se base généralement que sur la transmission des ondes. Bostock *et al.* (2001) proposent ainsi, de prendre en compte les effets liés à la surface libre dans les configurations télésismiques, permettant ainsi de se placer dans une configuration comparable à une acquisition de sismique réflexion où le champ d'onde diffracté

représente les ondes réfléchis sur les discontinuités du milieu. Ceci amène à considérer, lors des inversions, les champs diffractés sur les structures après une première réflexion sur la surface libre.

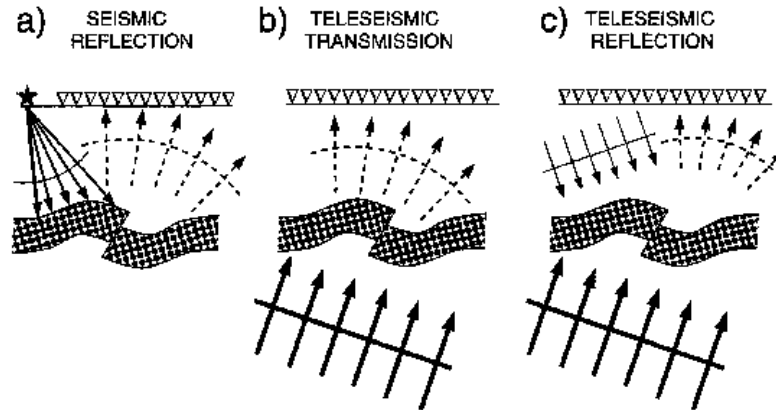


FIGURE 10 – Différentes géométries d’acquisition sismiques et sismologiques. (a) Dispositif de surface en sismique réflexion. Un point source en surface génère des ondes qui se réfléchissent sur les discontinuités du milieu et qui sont ensuite enregistrées par le réseau de récepteurs en surface. (b) Configuration téléseismique conventionnelle. Une onde plane téléseismique incidente traverse les discontinuités du milieu et génère un champ diffracté prograde enregistré par le réseau de stations en surface. (c) Configuration téléseismique en réflexion. Une onde plane téléseismique incidente traverse les discontinuités du milieu et se réfléchit sur la surface libre renvoyant ainsi dans le milieu des ondes descendantes qui se réfléchissent sur les discontinuités du milieu avant d’être enregistrées par le réseau de station en surface (d’après Bostock *et al.* (2001)).

L’adaptation de la migration des champs diffractés aux configurations téléseismiques pose cependant le problème de la séparation des champs incidents et diffractés contenu dans les données. Un protocole de pré-traitement des données en plusieurs étapes, visant à séparer ces champs, a été établi par Rondenay *et al.* (2001) et peut être résumé de la manière suivante :

- Séparation des champs P et S basé sur l’utilisation de la matrice de transfert de surface libre (Kennett & Engdahl, 1991).
- Alignement de l’onde P en temps par cross-corrélation.
- Estimation et séparation des champs incident et diffractés par une analyse des composantes principales de l’onde P .
- Reconstitution du déplacement du champ diffracté par l’utilisation de la matrice de transfert à la surface libre.
- Déconvolution de la fonction source depuis les données en déplacement.
- Rotation des données.
- Application d’un filtre de correction bi-dimensionnel.

Rondenay *et al.* (2001) a appliqué cette méthode aux données télésismiques de l'expérience *Cascadia 1993* (IRIS-PASCALL). Les résultats obtenus, sous la forme de perturbations de vitesses des ondes P et S , sont présentés sur la figure 11. Ces résultats représentent une première tentative d'imagerie lithosphérique haute-résolution utilisant des données télésismiques et semble être performante. En effet, les modèles de perturbations semblent être en accord avec les contours des structures de la zone de subduction obtenus par la méthode des fonctions récepteurs (figure 11(c,d)) et le modèle de conductivité (figure 11(e,f)).

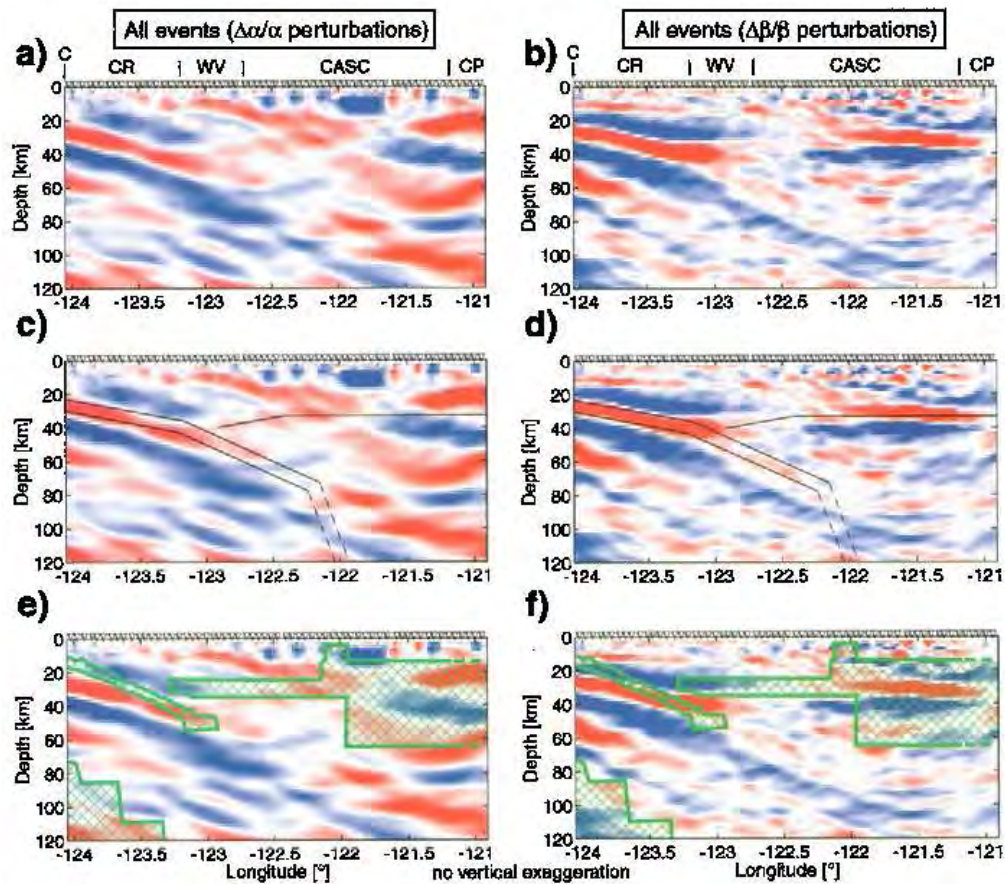


FIGURE 11 – Résultats de la migration-inversion $\text{rai}+Born$ adaptée aux configurations télésismiques (Rondenay *et al.*, 2001). Modèles de perturbations de vitesse (a) des ondes P et (b) des ondes S . (c,d) Contours des modèles obtenus par la méthode des fonctions récepteurs superposés aux modèles de perturbations de vitesse (a,b). (e,f) Contours de modèles de conductivité superposés aux modèles de perturbations de vitesse (a,b).

Cependant, Morozov (2004) a montré que dans un système de subduction tel que la subduction de la plaque *Juan de Fuca* (*Cascadia*), le bruit cohérent diffracté par la fosse pouvait apparaître cohérent sur les résultats de migration (figure 12). Ce bruit cohérent pourrait ainsi être interprété de manière erronée et remettre en cause l'interprétation de Rondenay *et al.* (2001).

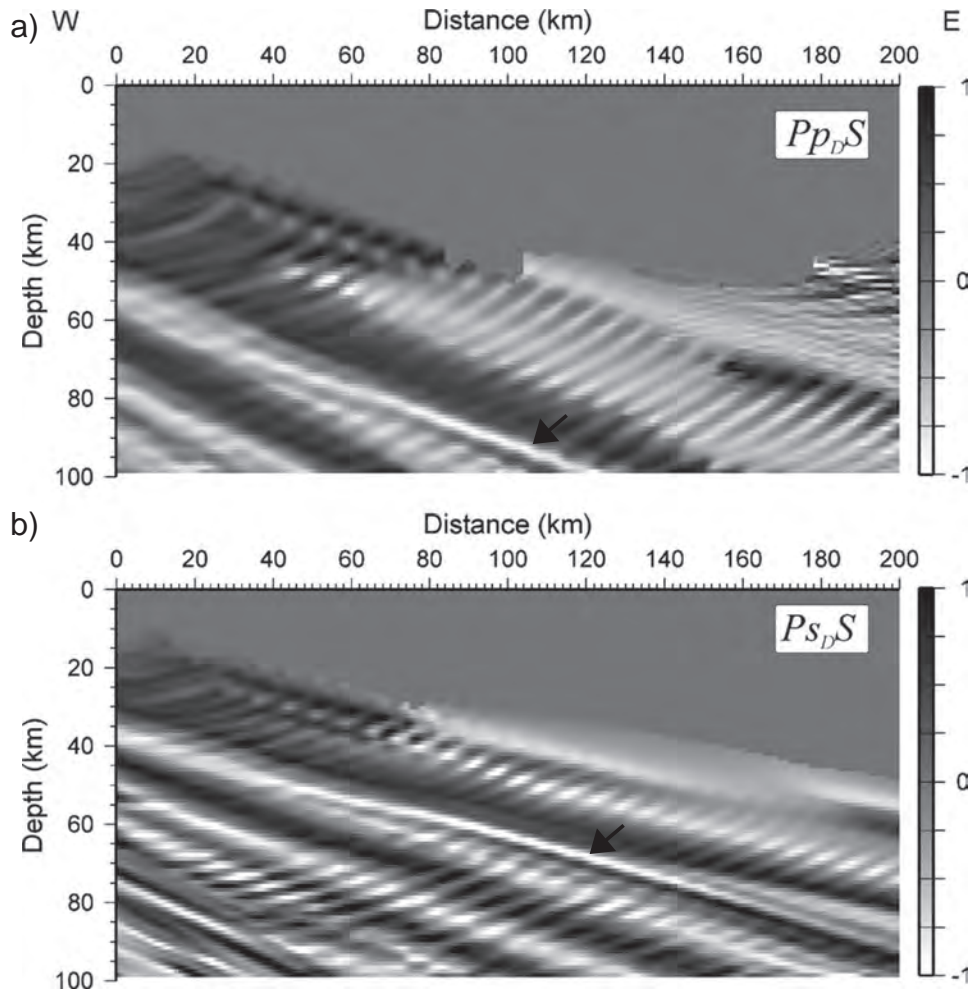


FIGURE 12 – Migration de champs diffractés synthétiques calculés selon la distribution des séismes utilisés par Rondenay *et al.* (2001) (Morozov, 2004). (a) Résultat de la migration du champ diffracté $PpDS$ et (b) résultat de la migration du champ diffracté $PsDS$. Les flèches noires pointent du bruit cohérent diffracté par la fosse de subduction qui apparaît cohérent et deviennent ainsi visuellement comparables à l’empreinte d’une structure profonde.

0.3 L'inversion des formes d'ondes complètes

0.3.1 Principe

La tomographie des temps d'arrivée et la migration de champ diffracté jouent un rôle important dans l'exploration sismique et la sismologie en général. Les méthodes de tomographie des temps de premières arrivées et la migration-inversion *rai+Born*, présentées précédemment, ne considèrent qu'un nombre limité de phases, ce qui limite par conséquent la résolution des modèles de perturbations reconstruits. En effet, dans ces méthodes, le problème direct linéarisé avec l'approximation de *Born* et les effets de fréquences finies négligés concernant la tomographie des temps d'arrivée, limite la complexité de la propagation à la diffraction simple et ne permet pas, par conséquent, de prendre en compte tous les phénomènes liés à la propagation des ondes dans un milieu élastique. Afin de surmonter ces limitations, des efforts considérables ont été réalisés sur le développement de méthodes d'imagerie telle que l'inversion des formes d'ondes complètes (Tarantola, 1984b, 1987; Gauthier *et al.*, 1986; Mora, 1987; Woodward, 1992).

Contrairement aux méthodes mentionnées précédemment, l'inversion de formes d'ondes complètes (*FWI : Full Waveform Inversion*) ne repose pas sur un problème direct linéarisé. L'utilisation de l'équation d'onde permet de modéliser les effets de diffractions multiples qui peuvent, dans certains contextes, contribuer à combler les déficits d'illumination du milieu. L'inversion de formes d'ondes complètes, par ses caractéristiques, est une des approches les plus ambitieuses de la tomographie. Le noyau de sensibilité de l'inversion des formes d'ondes complètes, pour un couple source-récepteur et une fréquence, est présenté sur la figure 13. Cette figure représente les zones équi-phases sur lesquelles sont projetés les résidus entre les données observées et les données calculées. La zone elliptique centrale représente la première zone de *Fresnel* au sein de laquelle se produisent les diffractions qui contribuent à la construction de la première arrivée. La largeur de cette zone fournit la résolution de la tomographie des temps de première arrivée. Les franges externes, appelées isochrones, correspondent à des temps d'arrivée plus tardif associés aux ondes réfléchies avec des angles de plus en plus faible avec la profondeur. L'épaisseur de ces franges fournit la résolution verticale des méthodes de migration telle que la migration *rai+Born*. L'inversion des formes d'ondes complètes exploite donc la totalité de l'information véhiculée par les premières arrivées et les arrivées tardives telles que les ondes réfléchies.

Considérer la forme d'onde complète permet également de traiter conjointement la phase et l'amplitude des différentes ondes enregistrées mais nécessite un problème direct capable de restituer toute la complexité de la propagation des ondes dans le milieu d'où l'absence de linéarisation de ce problème. Le problème direct doit également inclure tous les paramètres physiques pouvant influencer la propagation des ondes tels que les paramètres élastiques (vitesses de propagation des ondes *P* et *S*), la densité ρ , l'atténuation *Q* et les paramètres anisotropes.

L'inversion de formes d'ondes complètes a pour objectif de reconstruire un modèle de valeurs absolues des paramètres physiques du milieu permettant de minimiser l'écart entre

la forme d'onde observée et la forme d'onde calculée. Le problème inverse est non-linéaire et mal-posé et devrait, idéalement, être résolu par une méthode d'optimisation globale. Cependant, le coût numérique de la méthode fait qu'il est généralement résolu par une approche locale (Tarantola, 1984b). Cette optimisation locale nécessite de linéariser le problème inverse au voisinage d'un modèle initial devant se situer dans le bassin d'attraction du minimum global de la fonction coût. Étant donné la présence de plusieurs minimum locaux dans cette fonction coût, la construction d'un modèle initial suffisamment précis devient également un enjeu important pour l'inversion des formes d'ondes complètes. L'inversion est un processus itératif pour lequel le modèle est mis à jour à chaque itération et est utilisé comme modèle initial lors de l'itération suivante.

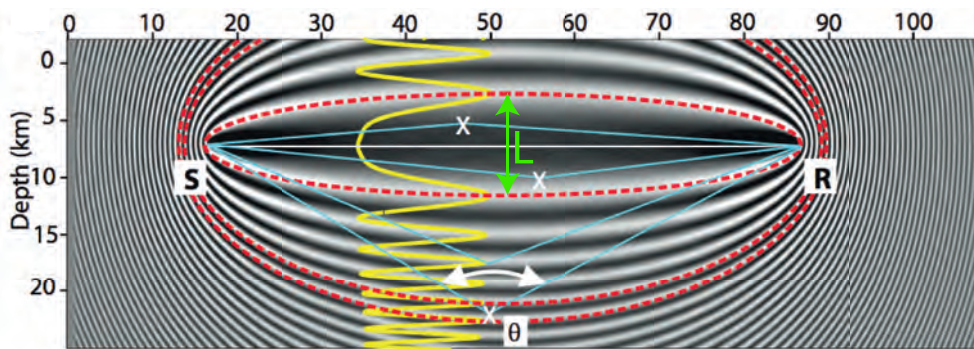


FIGURE 13 – Noyau de sensibilité de l'inversion de formes d'ondes complètes à la fréquence de 5 Hz obtenu en multipliant, dans le cadre de l'approximation acoustique, deux fonctions de *Green* monochromatiques issues de la source et du récepteur (Operto *et al.*, 2006b). Les lignes pointillées autour du lobe central délimitent la première zone de *Fresnel* et une isochrone (zone equi-phase). Les zones périphériques correspondent à d'autres surfaces isochrones du noyau de sensibilité. Le temps de trajet minimum du *rai* est représenté par le segment blanc entre la source *S* et le récepteur *R*. Deux *rais* en diffraction simple (bleu) associés à des réflecteurs contenus dans la première zone de *Fresnel*, ainsi que deux *rais* diffractés par des réflecteurs plus profond sont représentés par des lignes fines. La courbe oscillante est une section verticale du noyau de sensibilité. L'épaisseur des franges donne la résolution verticale.

0.3.2 Formulation en domaine espace-fréquence

L'inversion des formes d'ondes complètes a tout d'abord été formulée et développée dans le domaine temporel par Tarantola (1984b), Tarantola (1987), Gauthier *et al.* (1986) et Mora (1987), et les capacités de la méthodes furent rapidement établis par Gauthier *et al.* (1986). Cependant, l'inversion des formes d'ondes complètes est un problème inverse mal-posé et non-linéaire et possédant un coût numérique important, ce qui contribua à freiner le développement de la méthode. Les dispositifs d'acquisition, généralement disposés à la surface et conçu pour des applications de migration (figure 1a), entraîne également

une sous-détermination du problème ne fournissant pas un éclairage idéal du milieu. La méthode présente également une sensibilité au bruit contenu dans les données et nécessite l'utilisation d'un modèle initial capable d'expliquer la cinématique de la propagation des ondes. Le principe de l'inversion des formes d'ondes complètes fut néanmoins rapidement reformulé en domaine espace-fréquence par Pratt (1990a); Pratt & Worthington (1990); Pratt (1990b). Cette reformulation fréquentielle de la méthode initiale le développement rapide de la méthode et fut à l'origine de nombreuses applications.

Pratt & Sams (1996) et Ravaut *et al.* (2004) montrèrent l'impact de la géométrie de l'acquisition sur les résultats obtenus par inversion des formes d'ondes complètes. Ils montrèrent notamment que des acquisitions de puits et de sismique réfraction permettaient la reconstruction des grandes longueurs d'ondes du milieu. Ces géométries d'acquisition particulières permettent de tirer profit du contrôle redondant des fréquences et des angles d'ouvertures sur la couverture en nombre d'onde du milieu (Devaney, 1982; Wu & Toksöz, 1987). Cette redondance en nombre d'onde peut être réduite en limitant le nombre de fréquences discrètes à inverser sans affecter la couverture des nombres d'onde du milieu. Cela signifie que le spectre des fréquences spatiales du milieu doit être échantillonné de manière continue lors du processus itératif d'optimisation non-linéaire. D'un point de vue numérique, l'utilisation de quelques fréquences discrètes a permis d'identifier des approches de modélisation adaptées à des configurations caractérisées par un nombre important de sources. En domaine fréquentiel, modéliser les ondes se ramène à la résolution d'un système d'équations linéaire par fréquence où le second membre est la source et la solution est le champ d'onde monochromatique. Ce système peut être résolu très efficacement (au moins dans le cadre d'une approximation bi-dimensionnelle du milieu) pour un grand nombre de sources avec des méthodes d'élimination de *Gauss* qui nécessitent une première phase de factorisation suivie de la phase de calcul des solutions par substitution prograde et rétrograde. Pratt (1990b) ont par ailleurs proposé d'organiser l'inversion sous forme d'un processus hiérarchique où les fréquences sont inversées successivement en procédant des fréquences les plus basses vers les fréquences les plus hautes. En effet, les plus basses fréquences, sensibles aux faibles nombres d'ondes du milieu, permettent de reconstruire les grandes structures, tandis que les plus hautes fréquences, sensibles aux hauts nombres d'ondes, permettent de reconstruire les structures plus fines. En d'autres termes, l'approche hiérarchique consiste à reconstruire d'abord les grandes structures du modèle et d'y ajouter progressivement les détails. Dans le cadre d'un processus d'imagerie multi-résolution, cette approche permet notamment de réduire la non linéarité de l'inversion en élargissant le bassin d'attraction de la fonction coût au début du processus d'inversion et également de s'affranchir de phénomènes de saut de phase. Par la suite, Sirgue & Pratt (2004) montrèrent que seules quelques fréquences discrètes sélectionnées stratégiquement permettaient d'échantillonner les nombres d'ondes de manière continue. L'approche multi-résolution est illustrée sur la figure 14 avec un exemple synthétique d'imagerie à l'échelle lithosphérique que j'aborderais plus en détail dans la suite du manuscrit.

Finalement, nous pouvons noter que l'atténuation, nécessaire pour une représentation réaliste de la modélisation du champ d'onde complet, et dans le cadre d'une inversion

multiparamètres, peut être intégrée facilement dans le domaine fréquentiel en introduisant des vitesses complexes.

0.3.3 Inversion multi-paramètres

La majorité des applications de l'inversion des formes d'ondes complètes à des données réelles ont été réalisées dans le cadre de l'approximation d'un milieu acoustique isotrope (Dessa *et al.* (2004), Ravaut *et al.* (2004), Operto *et al.* (2006a), Sirgue *et al.* (2010) et Plessix *et al.* (2012) par exemple). Cette approximation possède les avantages d'un coût numérique faible et d'une bonne stabilité due à l'approche mono-paramètre ne reconstruisant que le modèle de vitesse des onde P (V_p). Cependant, cette approche, en se basant sur la résolution de l'équation d'onde en pression, ne permet pas de reproduire fidèlement un champ d'onde élastique complet. La nécessité de reproduire le plus fidèlement possible le champ d'onde complet et de reconstruire l'ensemble des paramètres physiques du milieu ont amené la méthode à évoluer vers l'inversion multi-paramètres incluant la densité ρ , l'atténuation \mathcal{Q} , les paramètres élastiques et l'anisotropie.

L'analyse de diagrammes de rayonnement (Forgues, 1996) montre que les rayonnements de V_p et ρ sont très proches pour des angles d'ouvertures faibles correspondant à des dispositifs de sismique réflexion. Ceci rend la reconstruction conjointe particulièrement difficile dans cette gamme d'angle en raison du couplage existant entre les deux paramètres. Alternativement, il est plus naturel de reconstruire V_p et l'impédance qui lui est associée (I_p) et permet d'obtenir indirectement des information sur le modèle de densité. Une reconstruction réussie de la densité ρ a été réalisée par Choi *et al.* (2008). Ce résultat reste toute fois purement synthétique.

L'atténuation \mathcal{Q} est facile à intégrer pour la modélisation des ondes dans le domaine fréquentiel en introduisant des vitesses complexes (Toksöz & Johnston, 1981). L'inversion des formes d'ondes complètes en domaine fréquentiel permet de traiter les parties réelles et imaginaires des vitesses complexes comme deux paramètres indépendant, facilitant ainsi son implémentation et son traitement. Le modèle de vitesses complexes est généralement fourni par la relation de *Kolsky-Futterman* (Kolsky, 1956). Cependant, la reconstruction de \mathcal{Q} est fortement dépendante de la qualité du modèle V_p . Kamei & Pratt (2008) recommande donc une inversion en deux étapes afin de pouvoir reconstruire l'atténuation. La première étape consiste à ne reconstruire que le modèle V_p , la seconde étape, elle, consiste à reconstruire conjointement V_p et \mathcal{Q} en prenant le modèle V_p précédemment reconstruit comme modèle initial. Cependant, Malinowski *et al.* (2011) ont montré qu'il était possible de réaliser une inversion jointe de V_p et \mathcal{Q} dans le cadre de l'inversion des formes d'ondes visco-acoustique si la signature de l'atténuation est suffisamment forte comme cela peut être le cas en milieu terrestre.

Comme il a été dit précédemment, l'approche acoustique à longtemps été privilégiée dans l'inversion des formes d'ondes complètes, notamment pour son coût numérique faible. Cependant, cette approximation n'est pas à même de reproduire les amplitudes de manière satisfaisante. De plus, dans le cadre d'une imagerie de proche surface, le signal contiendra des empreintes fortes du modèle V_s , qui se manifestent notamment par la présence

des ondes de surface. Toutes ces considérations, et l'évolution du matériel informatique, amènent donc l'inversion des formes d'ondes complètes à la prise en compte de V_s . Au delà, de l'inversion elle-même, la connaissance du modèle de vitesse des ondes P (V_p) et du modèle de propagation des ondes S (V_s) permet également de mieux contraindre l'interprétation géologique des modèles reconstruits. Du point de vue de la sismologie, Bostock *et al.* (2001) et Shragge *et al.* (2001) ont montré l'importance de la prise en compte des ondes P et S réfléchies et converties à la surface libre (section 0.2.3 et figure 10. Les ondes S propageant des longueurs d'ondes plus courtes dans le milieu permettent d'améliorer la résolution des modèles reconstruits, comparativement à l'utilisation de l'onde P uniquement.

Dans le cadre de l'exploration sismique, à l'échelle de la croûte terrestre, l'anisotropie joue un rôle crucial, et notamment dans la détection de réservoir ou de fracture. A l'heure actuelle, peu de travaux ont été réalisés sur le sujet. La précision cinématique et dynamique d'une équation d'ondes acoustiques *TTI* (*Tilted Transverse Isotropy*) est discuté par Operto *et al.* (2009). Une étude de faisabilité pour des milieux *VTI* (*Vertically Transverse Isotropy*) pour des acquisitions *crosswell* est présenté dans Barnes & Charara (2008). Pratt *et al.* (2001) montrent la difficulté à discriminer l'anisotropie induite de l'anisotropie intrinsèque. A l'échelle de la lithosphère, la polarité des ondes converties sur les discontinuités lithosphériques sont gouvernées par la nature et l'orientation de l'anisotropie (Bostock, 2003). De plus, l'anisotropie de la croûte, si elle est suffisamment forte, est à l'origine du *splitting* des ondes cisailantes qui ne pourra pas être expliqué dans le cadre de l'approximation d'un milieu isotrope. Prioux *et al.* (2011) et Gholami *et al.* (2011) ont montré l'importance de la considération des paramètres anisotropes dans l'inversion de données réelles issues de l'exploration pétrolière.

LISTE DES TABLEAUX

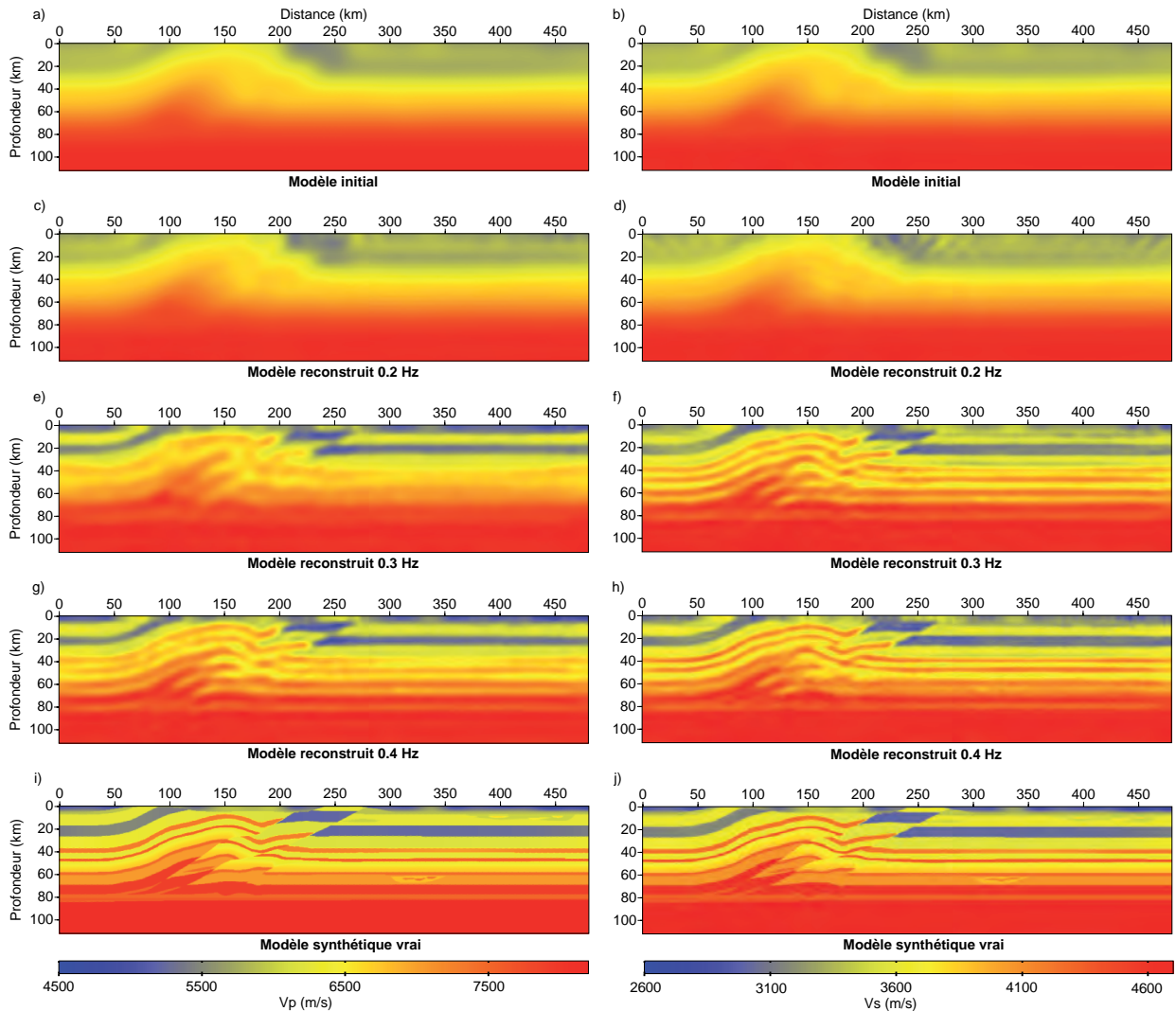


FIGURE 14 – Illustration de l’approche hiérarchique pour l’inversion des formes d’ondes complètes en domaine fréquentiel. Le modèle utilisé (i,j) est le modèle *SEG/EAGE Overthrust* initialement conçu pour des tests d’exploration sismique et mis à l’échelle des cibles lithosphériques. Ce modèle complexe structurellement a notamment été utilisé dans l’analyse paramétrique de l’inversion des formes d’ondes complètes pour des configurations télésismiques présentée dans la partie 2 de la thèse. L’inversion est réalisée pour trois groupes de fréquences discrètes : $[0.1;0.2]$, $[0.2;0.3]$ et $[0.3;0.4]$ Hz. (a,b) Modèles initiaux pour (a) les vitesses de propagation des ondes P et (b) les vitesses de propagation des ondes S . (c,d) Résultat de l’inversion des formes d’ondes complètes pour le premier groupe de fréquences pour (c) les vitesses de propagation des ondes P et (d) les vitesses de propagation des ondes S . (e,f) Identique à (c,d) pour le deuxième groupe de fréquence. (g,h) Identique à (c,d) pour le troisième groupe de fréquence. (i,j) Modèles synthétiques vrai *SEG/EAGE Overthrust* mis à l’échelle lithosphérique pour (i) les vitesses de propagation des ondes P et (j) les vitesses de propagation des ondes S .

0.4 Plan de la thèse

Durant ce travail de thèse, j'ai adapté la méthode de l'inversion des formes d'ondes complètes aux configurations télésismiques pour l'imagerie de la lithosphère, évaluer les capacités de cette méthode sur un modèle de vitesse synthétique et réalisée une première application à des données réelles télésismiques enregistrés par une ligne d'acquisition sismologique dense déployée au Mexique, au dessus de la plaque Cocos en subduction. Ce manuscrit de thèse se divise ainsi en trois grandes parties.

La première partie traite de la méthode et se divise en trois chapitres. Dans le premier chapitre, je présente de manière générale les méthodes de modélisation de la propagation des ondes sismiques qui constituent le moteur de l'algorithme d'inversion des formes d'ondes complètes. Le deuxième chapitre est dédié à l'adaptation de la modélisation aux configurations télésismiques. Je présente dans ce chapitre l'approche en champ diffracté utilisée pour implémenter des sources en onde plane, la prise en compte de la surface libre dans la modélisation et la prise en compte de l'obliquité des ondes planes incidentes dans un milieu bi-dimensionnel. Le troisième et dernier chapitre de cette partie traite de l'inversion. Dans ce chapitre, je présente les principes de l'inversion des formes d'ondes complètes, les méthodes de résolutions du problème inverse et une analyse de résolution de la méthode dans le cadre des configurations télésismiques permettant d'introduire l'analyse paramétrique présentée dans la deuxième partie de la thèse.

La deuxième partie de la thèse ne contient qu'un unique chapitre sous forme d'un article scientifique. Cet article présente une analyse paramétrique de l'inversion des formes d'ondes complètes adaptée aux configurations télésismiques et utilise pour cela le modèle de vitesse synthétique *SEG/EAGE Overthrust* mis à l'échelle lithosphérique. Dans ce chapitre, je mets en avant les différences notables existant, en domaine fréquentiel, entre l'inversion de formes d'ondes complètes développée pour l'exploration sismique et celle adaptées aux configurations télésismiques. Je montre notamment, en accord avec Bostock *et al.* (2001), que la surface libre joue un rôle crucial dans l'imagerie de la lithosphère. Je montre également qu'étant donnée l'illumination réduite du modèle par les ondes télésismiques, il est nécessaire d'échantillonner très finement la bande passante en fréquence considérée. Je montre également que, dans le cadre d'un réseau de stations peu dense (espacement entre les stations supérieur à 10 km), l'inversion simultanée de fréquences multiples permet de limiter les phénomènes de repliement horizontaux en surface dans le modèle reconstruit et qui apparaissent en réalisant une inversion séquentielle de fréquences. Ce chapitre pose les bases de la paramétrisation de la méthode nécessaire pour des applications à des données réelles.

La troisième partie concerne l'application de la méthode aux données réelles télésismiques enregistrées par le réseau sismologique *MASE*. Cette partie se divise en trois chapitres. Dans le premier chapitre, je présente la géodynamique de la subduction de la plaque Cocos sous le Mexique jusqu'à sa configuration actuelle et montre l'état de l'étude de ce système caractérisé par une subduction plate. Je présente également le projet *MASE* et une revue de l'état des connaissances actuelles sur ce système de subduction. Dans le deuxième chapitre, je réalise une modélisation de la propagation d'ondes planes dans un

milieu synthétique représentant schématiquement la zone de subduction et tente d'identifier des phases attestant de la présence d'un panneau plongeant. Je réalise ensuite des inversion des formes d'ondes complètes sur ce modèle synthétique pour différentes géométrie d'acquisition afin de déterminer l'impact de configurations réalistes sur la reconstruction des modèles de vitesses. Enfin, dans le troisième chapitre, je présente les critères définis pour la sélection des données, le protocole de pré-traitement des ces données et je réalise une première inversion de ces données avec la méthodes d'inversion des formes d'ondes complètes développée dans les deux premières partie. Cette application aux données réelles, bien que préliminaire, me permet de tirer des conclusions sur mes travaux et de dresser les perspectives devant conduire à l'extension à trois dimensions de la méthode pour bénéficier d'un éclairage plus conséquent des cibles d'études.

Première partie

Méthodes

Chapitre 1

Modélisation des ondes sismiques

Sommaire

1.1	Introduction	47
1.2	Propagation des ondes sismiques	48
1.2.1	Équation de l'élastodynamique	48
1.2.2	Milieu 2D élastique isotrope	49
1.2.3	Milieu 2D acoustique isotrope	50
1.2.4	Ondes propagées	51
1.3	Conditions initiales et conditions aux limites	54
1.3.1	Conditions initiales et terme de source	54
1.3.2	Conditions aux limites spatiales	55
1.3.3	Modélisation dans le domaine fréquentiel	55
1.4	Résolution du système d'équations aux dérivées partielles	57
1.4.1	Méthodes de résolution	57
1.4.2	Différences finies : schéma des grilles mélangées	58
1.4.3	Éléments finis : schéma des Galerkin discontinus	59
1.4.4	Coûts calculs du problème direct	60

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, je présente les bases de la modélisation de la propagation des ondes sismiques sur lesquelles reposent les algorithmes que j'ai utilisé au cours de mon travail de thèse : l'algorithme de propagation des ondes acoustiques en différences finies, et l'algorithme de propagation des ondes élastiques avec la méthode des éléments finis de Galerkin discontinus. Ce chapitre ayant pour vocation d'être un guide à la compréhension des méthodes utilisées, je ne m'attarderai pas sur les développements théoriques et me contenterai d'une présentation générale. Je rappelle dans un premier temps l'élastodynamique linéaire et ses approximations $2D$ isotope élastique et acoustique. Je présente

ensuite les conditions aux limites permettant la modélisation en milieu fini et les méthodes de résolutions des équations aux dérivées partielles en domaine fréquentiel.

1.2 Propagation des ondes sismiques

La propagation des ondes sismiques est gouvernée par les équations de l'élastodynamique linéaire. Je présenterai ici les différents principes amenant à l'élastodynamique linéaire puis les approximations pour les milieux à deux dimensions isotropes, et terminerai sur une rapide présentation des types d'ondes sismiques propagées.

1.2.1 Équation de l'élastodynamique

L'élasticité linéaire se place dans l'hypothèse d'une représentation continue du milieu considérant que chaque subdivision du milieu conserve les propriétés macroscopiques du matériau. Cette description du milieu permet de décrire la conservation de la quantité de mouvement (équation 1.1) pour un élément infinitésimal soumis à une force externe F et reliant le déplacement u au tenseur des contraintes σ dans une direction i de l'espace appliqué sur une face j de l'élément.

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = F_i + \partial_j \sigma_{ij} \quad . \quad (1.1)$$

Le tenseur des contraintes σ est relié linéairement au tenseur des déformations ϵ par le tenseur d'élasticité d'ordre 4 C_{ijkl} . cette relation linéaire, couramment appelée loi de Hooke généralisée, est donnée par :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad . \quad (1.2)$$

Le tenseur des déformations ϵ (équation 1.3) correspond à la partie symétrique des dérivées du déplacement, c'est à dire, au changement de dimensions de l'élément :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad . \quad (1.3)$$

La combinaison de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement (équation 1.1) et de la loi de Hooke (équation 1.2) permet d'obtenir l'équation de l'élastodynamique :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) = F_i \quad . \quad (1.4)$$

L'application d'une transformée de Fourier permet d'écrire cette équation dans le domaine espace-fréquence :

$$\omega^2 \rho u_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) = F_i \quad . \quad (1.5)$$

1.2.2 Milieu 2D élastique isotrope

Le tenseur d'élasticité C_{ijkl} possède 81 coefficients dans sa forme initiale. Cependant, ce tenseur possède des propriétés de symétrie telles que :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij} \quad , \quad (1.6)$$

permettant ainsi de ramener le nombre de coefficients indépendant à 21. Cela représente la forme la plus générale des milieux anisotropes, dit milieux tricliniques.

Dans l'hypothèse d'un milieu parfaitement isotrope, C_{ijkl} est réduit deux paramètres indépendants :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad , \quad (1.7)$$

où λ et μ sont les paramètres de Lamé (μ étant le module de cisaillement), et δ représente le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ pour $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ pour $i \neq j$). L'équation de l'élastodynamique (équation 1.4) peut alors s'écrire sous une forme vectorielle faisant apparaître les paramètres de Lamé :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) - \mu \nabla^2 u - \nabla \lambda (\nabla \cdot u) - \nabla \mu \times (\nabla \times u) - 2(\nabla \mu \cdot \nabla u) = F \quad . \quad (1.8)$$

La considération d'un milieu à deux dimensions, envisagé essentiellement pour des raisons de coût numérique des méthodes $3D$, s'applique dans l'hypothèse d'un milieu et d'une source invariants latéralement (selon l'axe y). Ainsi, l'approximation d'un milieu $2D$ consiste simplement à rendre nulle toute dérivée partielle selon y . Cette approximation, répandue en Sciences de la Terre, n'entraîne cependant pas de problèmes critiques sur l'exactitude des modélisations de propagation des champs d'ondes contenus dans le plan $2D$. Dans le cadre de cette approximation, les ondes P et S_V sont découplées des ondes S_H . Il est ainsi possible de reformuler l'équation de l'élastodynamique en domaine espace-fréquence (équation 1.5) sous forme d'un système d'équations hyperbolique du premier ordre en vitesses-contraintes pour des ondes P et S_V se propageant dans un milieu $2D$ isotrope :

$$\begin{aligned} -i\omega V_x &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + f_x \\ -i\omega V_z &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) + f_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -i\omega\sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\frac{\partial V_x}{\partial x} + \mu\frac{\partial V_z}{\partial z} - i\omega\sigma_{xx0} \\
 -i\omega\sigma_{zz} &= \mu\frac{\partial V_x}{\partial x} + (\lambda + 2\mu)\frac{\partial V_z}{\partial z} - i\omega\sigma_{zz0} \\
 -i\omega\sigma_{xz} &= \mu\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) - i\omega\sigma_{xz0}
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

De la même manière, le système hyperbolique de premier ordre en vitesses-contraintes pour les ondes S_H se propageant dans un milieu $2D$ isotrope s'écrit :

$$\begin{aligned}
 -i\omega V_y &= \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z}\right) + f_y \\
 -i\omega\sigma_{xy} &= \mu\frac{\partial V_y}{\partial x} - i\omega\sigma_{xy0} \\
 -i\omega\sigma_{yz} &= \mu\frac{\partial V_y}{\partial z} - i\omega\sigma_{yz0}
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

1.2.3 Milieu 2D acoustique isotrope

L'approximation acoustique est un cas particuliers du cas élastique entraînant l'annulation du module de cisaillement μ . En considérant le module d'incompressibilité κ égal au paramètre de Lamé λ , le tenseur d'élasticité C_{ijkl} (équation 1.7) devient :

$$C_{ijkl} = \kappa\delta_{ij}\delta_{kl} \quad . \tag{1.11}$$

La formulation vectorielle (équation 1.8) devient alors :

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla(\kappa\nabla \cdot u) = F \tag{1.12}$$

En injectant la relation $P = -\kappa\nabla \cdot u$, reliant la pression P au déplacement u , dans la relation précédente et en reformulant de manière à obtenir une formulation ne faisant intervenir que les termes de pression, on obtient :

$$\frac{1}{\kappa}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho}\nabla P\right) = S \quad , \tag{1.13}$$

où $S = -\nabla \cdot \left(\frac{F}{\rho}\right)$. En domaine espace-fréquence, cette relation se transforme simplement et devient :

$$\frac{-\omega^2}{\kappa}P - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho}\nabla P\right) = S \quad . \tag{1.14}$$

De la même manière que pour l'approximation élastique présentée précédemment, cette équation (1.14) peut être reformulée sous forme d'un système hyperbolique de premier ordre tel que :

$$\begin{aligned} \frac{-i\omega}{\kappa} P &= \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + S \quad , \\ -i\omega V_x &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + f_x \quad , \\ -i\omega V_z &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + f_z \quad . \end{aligned} \tag{1.15}$$

Nous pouvons noter la similarité de forme existant entre ce système d'équations acoustique et le système d'équations S_H (équation 1.11).

1.2.4 Ondes propagées

Les ondes propagées dans un milieu élastique peuvent être réparties en deux grandes catégories : les ondes de volumes et les ondes de surface, représentées sur la figure (1.1). Je présente ci-après ces deux catégories d'ondes ainsi que la propagation d'ondes dans le cas particuliers de l'approximation acoustique.

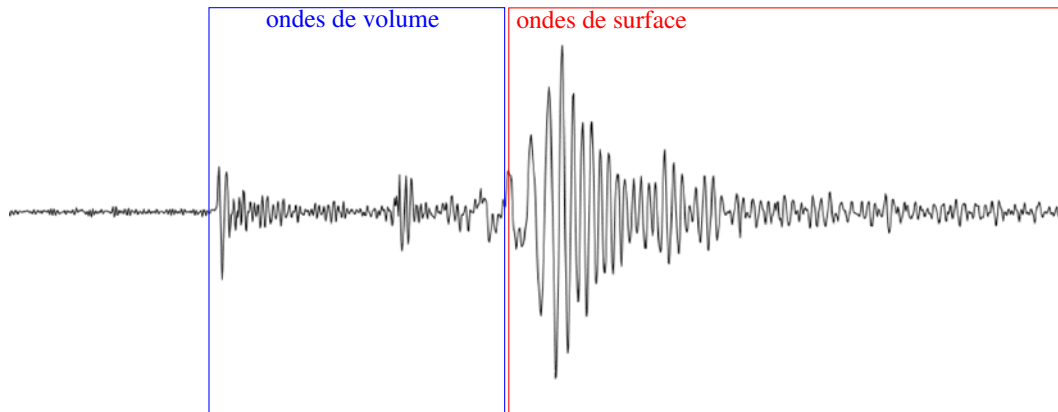


FIGURE 1.1 – Sismogramme complet présentant les deux catégories d'ondes propagées dans un milieu élastique : les ondes de volume et les ondes de surface.

1.2.4.1 Ondes de volumes

Divers ouvrages traitent la question des ondes sismiques propagées dans un volume élastique isotrope (Kennett (1983), Lay & Wallace (1995), Aki & Richards (2002)), il ne sera présenté ici qu'une version condensée de la démonstration tirée de Lay & Wallace (1995).

Le théorème de Helmholtz permet de formuler un champ vectoriel sous la forme d'une somme du gradient d'un champ scalaire Φ et du rotationnel d'un champ vectoriel Ψ ($\nabla \times \Phi = 0$ et $\nabla \Psi = 0$). Le champ de déplacement u peut alors être formulé :

$$u = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi \quad , \quad (1.16)$$

où $\nabla\Phi$ est le potentiel scalaire non-rotationnel, c'est à dire sans composante cisillante, et $\nabla \times \Psi$ est le potentiel vectoriel non-divergent, c'est à dire sans composante compressionnelle. En injectant l'équation (1.16) dans l'équation de l'élastodynamique (1.8), on obtient :

$$\nabla((\nabla + 2\mu)\nabla^2\Phi - \rho\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}) + \nabla \times (\mu\nabla^2\Psi - \rho\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}) = 0 \quad . \quad (1.17)$$

Il est démontré que cette équation peut être résolue si :

$$\begin{aligned} \nabla^2\Phi - \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} &= 0 \quad , \\ \nabla^2\Psi - \frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} &= 0 \quad , \end{aligned} \quad (1.18)$$

où α correspond à la vitesse des ondes P et β à la vitesse des ondes S telles que :

$$\begin{aligned} V_P = \alpha &= \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad , \\ V_S = \beta &= \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad . \end{aligned} \quad (1.19)$$

Les ondes P , reliées aux deux paramètres de Lamé λ et μ , sont des ondes vibrant longitudinalement à la direction de propagation, et provoquant des changements de volume du matériau traversé une alternance d'effets de dilatations et de compressions. Ce sont les ondes sismiques les plus rapides et constituent donc les premières arrivées enregistrées sur un sismogramme. Les ondes S , reliées uniquement au module de cisaillement μ , sont des ondes vibrant perpendiculairement à la direction de propagation, et provoquant des déformations du matériau traversé par un effet de cisaillement (pas de modification du volume traversé) et ne se propagent donc pas dans les fluides. La vitesse de propagation de ses ondes est inférieure à celle des ondes P , elle constitue donc les secondes arrivées enregistrées sur les sismogrammes. Le mouvement des particules provoqué par le passage de ses ondes est représenté schématiquement dans la figure (1.2).

Les ondes S peuvent être divisées en deux ondes distinctes, les ondes S_V (radiales) et les ondes S_H (transverses). Par la suite, nous faisons l'approximation d'un milieu $2D$, invariant latéralement, dans lequel ne sont propagées que les ondes P et S_V .

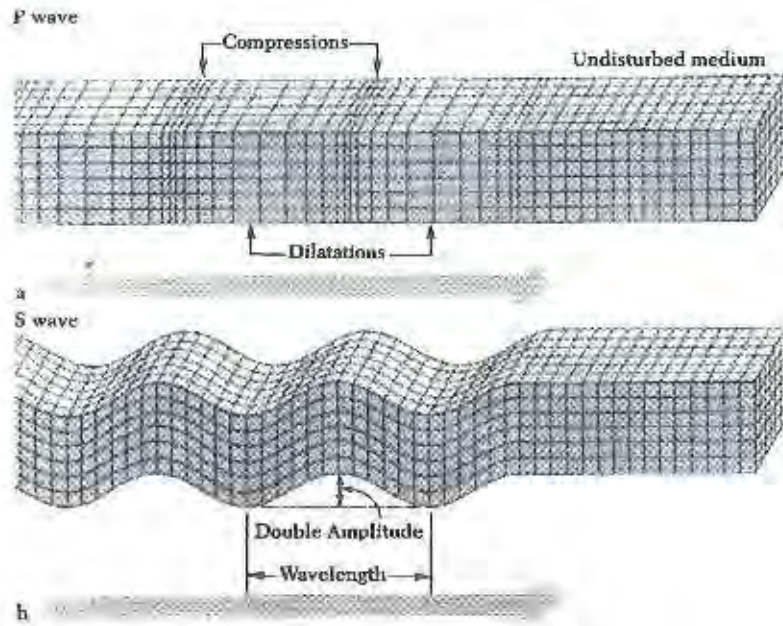


FIGURE 1.2 – Représentation schématique du mouvement des particules généré par la propagation des ondes de volume pour (a) l'onde P et (b) l'onde S (d'après Lay & Wallace (1995)).

1.2.4.2 Ondes de surface

Le contraste de vitesse existant entre la croûte terrestre et l'atmosphère fait de la surface de la Terre une borne à la propagation des ondes sismiques qui peut être représentée par une condition de surface libre. Cette surface libre est à l'origine d'une seconde catégorie d'ondes, les ondes de surfaces, regroupant les ondes de *Rayleigh* et les ondes de *Love*. Ces ondes de surfaces sont des ondes basse fréquence se propageant le long de la surface de la Terre avec des vitesses inférieures aux vitesses des ondes de volume. Ces ondes possèdent de très grandes amplitudes (décroissance en $1/r$ depuis la source) comparativement aux ondes de volumes (décroissance en $1/r^2$) ce qui en fait des ondes très souvent destructrices.

Les ondes de Rayleigh sont générées lorsque des ondes de volumes converties P et S_V à la surface libre entrent dans un régime d'interférence constructive. Les ondes de Love sont générées lorsque les ondes S_H , capturées dans une couche de surface, entrent dans un régime d'interférence constructive dans un milieu hétérogène. Le mouvement des particules provoqué par le passage de ses ondes est représenté schématiquement sur la figure 1.3.

1.2.4.3 Ondes de pression

Dans le cadre de l'approximation acoustique, le module de cisaillement μ est nul et le module d'incompressibilité κ équivaut au paramètre élastique λ . Les ondes S sont donc

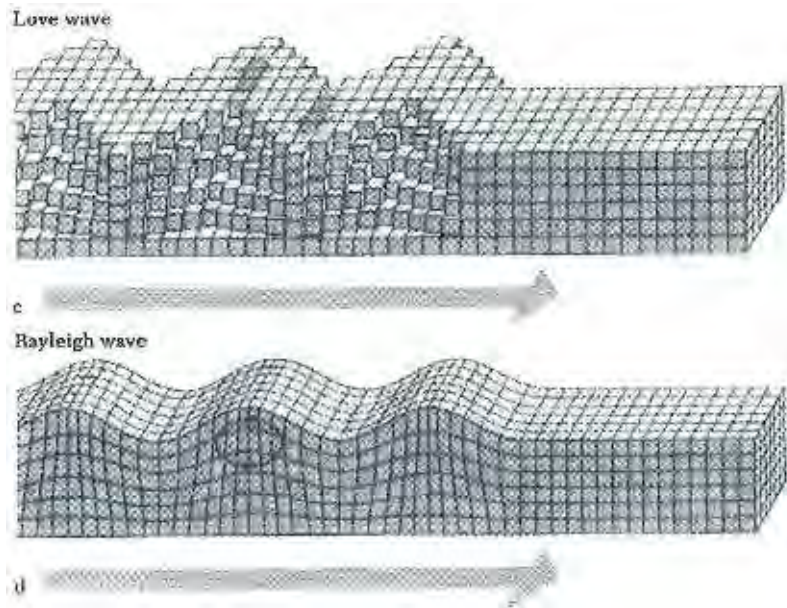


FIGURE 1.3 – Représentation schématique du mouvement des particules généré par la propagation d’ondes de surface pour (a) l’onde de Rayleigh et (b) l’onde de Love (d’après Lay & Wallace (1995)).

inexistantes dans cette approximation et la seule vitesse de propagation existante est la vitesse de propagation des ondes de pression telle que :

$$c_p = \alpha = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} . \quad (1.20)$$

1.3 Conditions initiales et conditions aux limites

D’un point de vue numérique, nous avons besoin de simuler les ondes dans un demi-espace infini en considérant un domaine de calcul de dimensions finies. Il nous faut donc par conséquent implémenter des conditions aux limites sur les bords du modèle pour éviter les réflexions parasites.

1.3.1 Conditions initiales et terme de source

La propagation des ondes depuis une source sismique se produit dans un milieu considéré comme au repos et non perturbé avant l’excitation du milieu par la source. Une condition de Dirichlet est donc appliquée afin que les champs d’ondes au temps initial t_0 soient imposés comme nuls ($u_{t_0} = 0$).

L’excitation du milieu, initialement au repos, nécessaire à la propagation des ondes est matérialisée par une source qui est également soumise à des conditions initiales en terme

de localisation dans le milieu et d'excitation. La source est donc localisée spatialement dans le milieu et est excitée par une force et/ou contrainte non nulle.

1.3.2 Conditions aux limites spatiales

Comme il l'a déjà été signalé précédemment, les objets d'études visés sont des milieux limités spatialement ne prenant pas en compte la propagation des ondes à l'extérieur de la zone considérée. Afin de simuler la propagation des ondes vers l'extérieur de la cible, des conditions absorbantes sont utilisées afin de simuler un milieu infini. Parmi les différents types de conditions absorbantes existantes, les *Perfect Matched Layers (PML)*, proposées par Berenger (1994), ont été utilisées. Cette condition absorbante utilise des bandes *PML* encadrant le milieu et amortissant progressivement les champs d'ondes les traversant depuis l'interface avec le modèle jusqu'à leurs bords extérieurs sans modifier la propagation des ondes dans le domaine de modélisation. La fonction *PML* s_r s'applique directement aux dérivées partielles de l'équation d'onde et est définie par la relation (Brossier, 2011a) :

$$s(x) = \frac{1}{1 + i\gamma(x)/\omega} \quad , \quad (1.21)$$

où r est la direction de l'espace (x ou z) et où $\gamma(x)$ est nul dans le domaine de calcul et croit progressivement dans les *PML* jusqu'à atteindre un maximum sur le bord extérieur des bandes *PML*. Les bandes *PML* permettent d'obtenir des coefficients de réflexion nuls à l'interface *PML*-milieu, quelque soit la fréquence et l'angle d'incidence.

Le milieu encadré par les *PML* permet donc de simuler un milieu infini dans toutes les directions de l'espace. Cependant, dans un cas réaliste, le bord supérieur du modèle est généralement matérialisé par une condition de surface libre ramenant ainsi le domaine de calcul à un demi-espace. Cette condition de surface libre impose l'annulation des contraintes normales pour $z = 0$ (surface) telle que : $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$ et la continuité des déplacements.

1.3.3 Modélisation dans le domaine fréquentiel

Afin d'obtenir des données modélisées en fréquences, deux approches sont possibles : l'approche en temps qui repose sur un schéma d'intégration explicite et l'approche en fréquence qui repose sur un schéma d'intégration implicite. L'approche en temps amène à résoudre le système d'équation de l'élastodynamique (équation 1.4) en domaine temporel (Sirgue *et al.*, 2008) et de convertir les champs d'onde obtenus en domaine fréquentiel par *transformée de Fourier*. L'approche en fréquence amène à résoudre le système d'équations de l'élastodynamique (équation 1.5) directement en domaine fréquentiel et s'appuie sur l'utilisation de solveur directs ou itératifs.

Au cours de ce travail de thèse, nous utilisons l'approche fréquentielle. Dans ce cadre, le système d'équations de l'élastodynamique peut être réécrit sous une forme matricielle telle que :

$$\mathbf{A}(\omega, \mathbf{m}(\mathbf{x}))\mathbf{u}(\omega, \mathbf{x}) = \mathbf{s}(\omega, \mathbf{x}) \quad , \quad (1.22)$$

où ω est la fréquence angulaire, $m(x)$ le modèle de vitesse, $\mathbf{A}(\omega, \mathbf{m}(\mathbf{x}))$ est la matrice d'impédance complexe creuse dont la taille est fonction du nombre de nœuds du maillage et du nombre de champs d'ondes considérés pour chaque nœud (un champ en acoustique et 5 en élastique), $\mathbf{u}(\omega, \mathbf{x})$ est le vecteur de champs d'ondes et $\mathbf{s}(\omega, \mathbf{x})$ le vecteur des termes de source. Les composantes de la matrice \mathbf{A} dépendent de la fréquence ω , de la masse volumique ρ et, des paramètres de Lamé λ et μ dans le cas élastique et κ dans le cas acoustique. La modélisation des ondes en domaine fréquentiel nécessite de résoudre un système d'équations linéaire par fréquence dont la solution est le champ d'onde monochromatique et le second membre est le terme de source. Si des signaux temporels doivent être calculés à partir d'une méthode fréquentielle, le système doit être résolu pour chaque fréquence discrète contenue dans la bande passante de la source, et une transformée de *Fourier* inverse est appliquée au signal complexe pour repasser en domaine temporel.

Dans le cadre de l'inversion, que nous aborderons dans un autre chapitre, nous utilisons l'équation d'onde d'ordre 2 :

$$\begin{aligned} \omega^2 \rho v_x &= \frac{\partial}{\partial x} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} - i\omega f_x \quad , \\ \omega^2 \rho v_z &= \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} - i\omega f_z \quad . \end{aligned} \quad (1.23)$$

Ce système, dans sa forme matricielle, est noté :

$$\mathbf{B}(\omega, \mathbf{m}(\mathbf{x}))\mathbf{u}(\omega, \mathbf{x}) = \mathbf{s}(\omega, \mathbf{x}) \quad , \quad (1.24)$$

où $\mathbf{B}(\omega, \mathbf{m}(\mathbf{x}))$ est la matrice d'impédance d'ordre 2. Cette matrice est symétrique, et contrairement à la matrice $\mathbf{A}(\omega, \mathbf{m}(\mathbf{x}))$ défini un opérateur auto-adjoint.

La résolution de système peut être réalisée via l'utilisation d'un solveur direct comme le solveur *MUMPS* (MUltifrontal Massively Parallel sparse direct Solver MUMPS-team (2009)) qui est utilisé pour ce travail. Ce solveur se base sur une factorisation \mathbf{LU} décomposant la matrice d'impédance $\mathbf{A}(\omega, \mathbf{m}(\mathbf{x}))$ en une matrice triangulaire inférieure (\mathbf{L}) et une matrice supérieure (\mathbf{U}), permettant alors de former deux systèmes linéaires couplés avec des matrices triangulaires $\mathbf{L}\mathbf{y} = \mathbf{s}$ et $\mathbf{U}\mathbf{u} = \mathbf{y}$. La factorisation \mathbf{LU} doit être effectuée pour chaque fréquence discrète constituant le signal mais permet de considérer des problèmes multi-sources optimisant ainsi le coût numérique de la méthode.

1.4 Résolution du système d'équations aux dérivées partielles

La modélisation de la propagation des ondes dans un milieu hétérogène arbitraire nécessite de résoudre le système d'équations aux dérivées partielles (*EDP*) élastique ou acoustique formulés précédemment. Notre approche visant à modéliser le champ d'onde complet dans une optique d'imagerie haute résolution ne peut pas être réalisée via des méthodes analytiques ou semi-analytiques et nous amène donc à considérer des méthodes de calcul basées sur une discretisation spatiale du domaine permettant de calculer une approximation numérique des valeurs des dérivées. Je présente brièvement, ci-après, les principales méthodes utilisées en sciences de la Terre pour la résolution des *EDP* appliquées à la modélisation de la propagation des ondes sismiques et je présenterai ensuite plus en détail le schéma *mixed-grid* de la méthode de différences finies et la méthode des Galerkin discontinus qui ont été utilisés au cours de ce travail de thèse.

1.4.1 Méthodes de résolution

La méthode des **différence-finies** (*DF*) est la méthode de résolution des *EDP* la plus répandue et développée en sciences de la Terre de par sa simplicité (relative), sa robustesse et son coût numérique faible (Virieux, 1986; Levander, 1988; Bohlen & Saenger, 2006). La méthode des *DF* permet la discrétisation du domaine sur une grille cartésienne et, généralement, avec un pas de grille régulier et approxime les valeurs des dérivées partielles par un développement de Taylor à un ordre dépendant de la précision souhaitée de la solution. Cependant, la méthode des *DF*, malgré sa popularité, souffre de quelques inconvénients pouvant s'avérer handicapant dans certaines configurations. Tout d'abord, le maillage sous forme de grille cartésienne pose un problème dans des configurations où une représentation réaliste de la topographie serait nécessaire, amenant alors à sur-échantillonner le milieu avec un pas de grille plus petit afin de pouvoir reproduire correctement la topographie. Une autre difficulté est liée à l'ordre du développement de Taylor entraînant une extension du schéma numérique, en nombre de nœuds de grille, au fur et à mesure qu'il augmente (Levander, 1988). La méthode particulière *mixed-grid* pour la modélisation en domaine fréquentiel (Jo *et al.*, 1996; Hustedt *et al.*, 2004) sera présentée dans la section suivante.

La méthode des **éléments finis** (*EF*) se propose de résoudre les systèmes d'*EDP* en se basant sur une forme variationnelle du problème à résoudre. Le domaine est généralement discrétisé, en 2D, par des éléments triangulaires pour lesquels chaque nœud est associé à une fonction de base polynomiale choisie de manière à obtenir la matrice inversible la plus creuse possible. Les *EF* permettent aussi bien des maillages réguliers qu'irréguliers les rendant ainsi tout à fait adaptés à la discrétisation de milieu présentant des interfaces complexes et de la topographie. Les *EF* peuvent être divisés en deux sous-catégories : les *EF* continus, pour lesquels les échanges d'informations entre les cellules se font par les nœuds qui sont communs entre cellules voisines, et les *EF* discontinus, pour

lesquels les nœuds sont propres à chaque cellules et où les échanges d'informations entre cellules voisines se font par des flux numériques aux interfaces. Le schéma des Galerkin discontinus (Cockburn, 2003), qui sera décrit par la suite, appartient à cette deuxième catégorie d'*EF*.

La méthode des **éléments spectraux** (*ES*) (Faccioli *et al.*, 1997; Komatisch *et al.*, 1998; Capdeville *et al.*, 2003) est une méthode de résolution des *EDP* répandue notamment dans le domaine de la tomographie globale et régionale grâce à ses caractéristiques permettant la mise en place d'un maillage grossier du milieu. Le méthode des *ES* est une variante des *EF* utilisant des ordres d'interpolation polynomiaux élevés amenant à un taux de convergence spectrale à mesure que l'ordre d'interpolation augmente. Cette approche permet d'obtenir une matrice de masse diagonale qui ne nécessitera par conséquent aucune inversion. Cependant, le maillage, qui est une clé du succès des *ES*, est également sa principale limitation. Composé de quadrangle en 2D et de parallélépipèdes en 3D, le maillage n'est pas aussi adaptés que les *EF* aux milieux présentant des topographies et interfaces complexes. Des développements récents basés sur les principes d'homogénéisation visent actuellement à s'affranchir de cette limite liée au maillage (Capdeville *et al.*, 2010).

1.4.2 Différences finies : schéma des grilles mélangées

Les différences finies se basent sur un développement de Taylor pour approximer les valeurs des dérivées partielles dont l'ordre dépend de la précision souhaitée et conditionnera les dimensions de la grille cartésienne. Dans le cadre de la modélisation des ondes en domaine fréquentiel utilisant des solveurs directs, la taille de la matrice d'impédance dépend du nombre de nœuds composant la grille cartésienne et est critique sur l'efficacité de la méthode. Afin de profiter de la précision d'un schéma d'ordre 4 pour la modélisation des ondes sismiques en domaine fréquentiel tout en limitant la taille de la matrice d'impédance et le support spatial du schéma numérique, Hustedt *et al.* (2004) ont développés un schéma numérique pour la résolution des *EDP* acoustiques basé sur la combinaison d'une grille cartésienne classique et d'une grille tournée à 45 degrés. La figure 1.4a représente le schéma *grilles mélangées* où *C* sont les termes de colocation, et *Q* (triangle) et *R* (rectangle) sont des variables additionnelles introduites dans l'équation d'onde.

L'équation (1.14) dérivée sur les deux repères permet d'obtenir le système :

$$\frac{\omega^2}{\kappa}P + [a\Gamma + (1 - a)\Theta] = S \quad ,$$

$$\Gamma = \left[s_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) \right]_{0^\circ} \quad , \quad (1.25)$$

$$\Theta = \left[s_x \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x'} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z'} \right) \right]_{45^\circ} \quad , \quad (1.26)$$

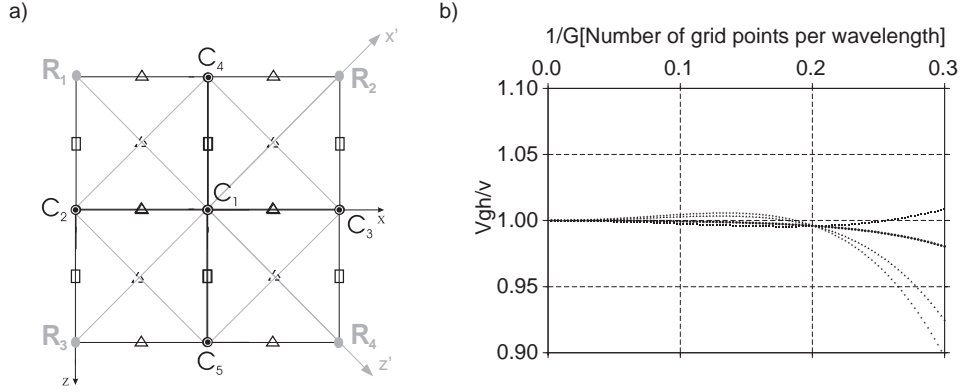


FIGURE 1.4 – (a) Schéma de différences finies dit à grilles mélangées à 9 points (Jo *et al.*, 1996; Hustedt *et al.*, 2004). (b) Analyse de dispersion de la vitesse de groupe pour un schéma *mixed-grid* (Hustedt *et al.*, 2004), en fonction de l'inverse du nombre de points par longueur d'onde (G). Les différentes courbes correspondent à des propagations d'ondes avec des angle de 0 (étoiles), 15 (triangles), 30 (cercles) et 45 (carrés).

où a est un coefficient de couplage reliant les nœuds de la grille cartésienne à ceux de la grille tournée, (x, z) est le repère cartésien et (x', z') est le repère tourné. Ce schéma numérique permet d'obtenir une précision représentative d'un schéma d'ordre 4 en combinant différents schémas d'ordre 2 et en utilisant un étalement du terme de masse. De plus, il permet utilisation d'une discrétisation satisfaisant le critère de quatre points par longueur d'onde (G) comme le montre le graphique de dispersion numérique (figure 1.4b).

1.4.3 Éléments finis : schéma des Galerkin discontinus

La méthode des Galerkin discontinus (*GD*) (Cockburn, 2003; Brossier *et al.*, 2008b; Brossier, 2011b,a; Etienne *et al.*, 2010), est un cas particulier des méthodes aux éléments finis discontinus (*EFD*) utilisée pour la résolution de systèmes d'équations aux dérivées partielles. Possédant des nœuds non communs entre cellules voisines, caractéristique des *EFD*, les *GD* possèdent également la particularité de pouvoir adapter localement la taille des cellules ainsi que les ordres d'interpolations qui y sont associés (*hp*-adaptativité). Les cellules étant dissociées les unes des autres, chacune possède sa propre fonction de base qui peut être différente de l'une à l'autre, l'échange d'information entre cellules voisines étant alors géré par des flux numériques.

Dans le cadre de la discrétisation en *GD*, le système d'équations élastodynamique (équation 1.10) peut être reformulé sous une forme pseudo-conservative. Cette reformulation s'effectue simplement via un changement de variable tel que :

$$\begin{aligned} T_1 &= \sigma_{xx} + \sigma_{zz} \quad , \\ T_2 &= \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \quad , \end{aligned} \tag{1.27}$$

$$T_3 = \sigma_{xz} \quad .$$

Le système d'équations 1.10 devient alors :

$$\begin{aligned}
 -i\omega V_x &= s_x \frac{\partial(T_1 + T_2)}{\partial x} + s_z \frac{\partial T_3}{\partial z} + \rho f_x \quad , \\
 -i\omega V_z &= s_x \frac{\partial T_3}{\partial x} + s_z \frac{\partial(T_1 - T_2)}{\partial z} + \rho f_z \quad , \\
 \frac{-i\omega T_1}{\lambda + \mu} &= s_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + s_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{i\omega T_1^0}{\lambda + \mu} \quad , \\
 \frac{-i\omega T_2}{\mu} &= s_x \frac{\partial V_x}{\partial x} - s_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{i\omega T_2^0}{\mu} \quad , \\
 \frac{-i\omega T_2}{\mu} &= s_x \frac{\partial V_z}{\partial x} - s_z \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{i\omega T_3^0}{\mu} \quad ,
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

où s_x et s_z sont les fonctions *PML*.

Les fonctions de base sont des fonctions polynomiales dont l'ordre définit le nombre de degrés de liberté associé à chaque cellule. Les figures 1.5(a,b,c) présentent des représentations schématiques de trois ordres d'interpolation, P_0 , P_1 et P_2 , à l'échelle d'une cellule triangulaire, ainsi que leurs capacités à approximer une sinusoïde. Plus l'ordre d'interpolation de la cellule augmente, plus le nombre de degrés de liberté (*ddl*) qui lui est associé augmente. Ce nombre de degré de liberté est relié au nombre de champs associés à chaque nœud d'une cellule (5 en P_0 , 15 en P_1 et 30 en P_2). Nous pouvons également noter que plus l'ordre du système d'équations est élevé, plus les flux numériques associés à une cellule auront de cellules voisines à considérer pour le calcul des champs d'onde. Ainsi, comme le présente la figure 1.5d, 3 cellules voisines seront nécessaires au calcul des flux à l'ordre 1 et 9 cellules voisines seront nécessaires à l'ordre 2.

1.4.4 Coûts calculs du problème direct

Mon travail de thèse m'a amené à travailler sur deux algorithmes distincts : un algorithme d'*inversion des formes d'ondes* acoustique en différences finies et un algorithme d'*inversion des formes d'ondes* élastique P - S_V en *Galerkin* discontinus. Le premier algorithme a été utilisé majoritairement pour tester l'approche développée au cours de ce travail. Le second algorithme a été utilisé de manière intensive pour l'analyse paramétrique présentée dans la deuxième partie de cette thèse et pour l'application aux données réelles présentées dans la troisième partie. Comme il a été mentionné précédemment, l'algorithme élastique P - S_V s'appuie sur la méthode des *Galerkin* discontinus qui permet différents ordres d'interpolation.

Des ordres d'interpolation P_0 (figure 1.6a) et P_2 (figure 1.6b) sur maillage triangulaire ont été utilisés au cours de ce travail de thèse (Brossier *et al.*, 2008a, 2010a). L'ordre

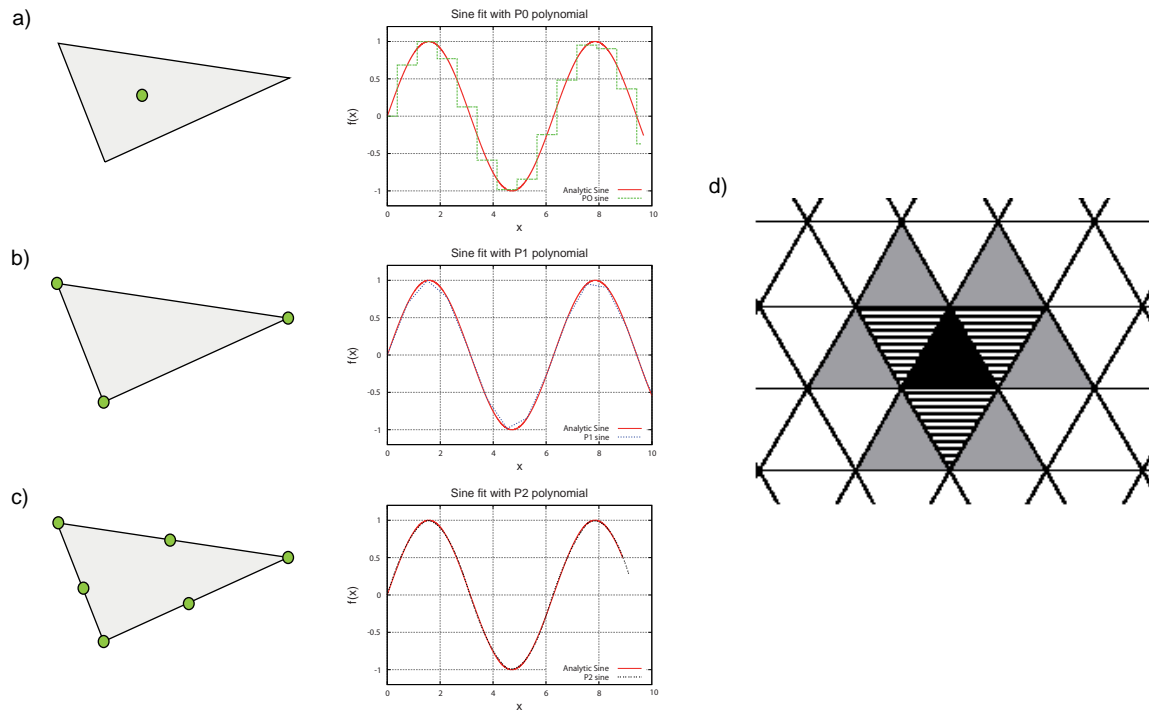


FIGURE 1.5 – (a,b,c) Représentation de différents ordres d'interpolation sur une cellule triangulaire. (a) Ordre d'interpolation P_0 , (b) ordre d'interpolation P_1 et (c) ordre d'interpolation P_2 . (d) Schéma numérique d'un maillage triangulaire structuré. La cellule centrale (cellule noire) possède trois cellules voisines (cellules hachurées) pour un système d'ordre 1, et neuf cellules voisines (cellules hachurées et cellules grises) pour un système d'ordre 2.

d'interpolation P_0 s'appuie sur un maillage triangulaire structuré où toutes les cellules sont des triangles équilatéraux de dimensions identiques et possède un seul degré de liberté. La dimension des cellules correspond à un dixième de la longueur d'onde minimum propagée dans le milieu. L'ordre d'interpolation P_2 s'appuie sur un maillage triangulaire non-structuré adaptatif pour lequel les dimensions d'un élément en un point (x, z) du milieu correspond à un tiers de la longueur d'onde minimum propagée à cette même position et possède 6 degrés de liberté. En d'autres termes, dans le cas d'un modèle lithosphérique simple composé d'une croûte et d'un manteau, les cellules du maillage seront de dimensions réduites dans la croûte comparativement à celles composant le manteau en raison de la différence des vitesses de propagation des ondes.

Le choix de l'ordre d'interpolation est donc fortement dépendant du modèle et un mauvais choix peut engendrer un sur-coût numérique élevé. Je présente ici le temps nécessaire à la construction de la matrice d'impédance A , à l'analyse et à la factorisation \mathbf{LU} de cette matrice pour un problème direct pour une fréquence, une source et un récepteur et pour deux modèles lithosphériques différents. Chaque modélisation a été réalisé sur le calculateur **FRIPP** du mésocentre *SIGAMM* (*Observatoire de la Côte d'Azur*) en

utilisant 12 processeurs *quad core* possédant 8 Go de mémoire vive chacun.

Le premier modèle considéré est le modèle *SEG/EAGE Overthrust* mis à l'échelle lithosphérique (figure 1.6c) qui a été présenté brièvement dans l'introduction de cette thèse. Ce modèle sera détaillé dans la deuxième partie traitant de l'analyse paramétrique. Le second modèle (figure 1.6d) est un gradient de vitesse de propagation qui sera présenté plus en détail dans la troisième partie de cette thèse. Ce dernier modèle possèdent des dimensions plus importantes que le modèle *Overthrust* lithosphérique, mais ne présente aucune variation latérale de structure. Le tableau 1.1 présente le nombre de cellules constituant les maillages *P0* et *P2* pour ces modèles à une fréquence maximum de 0.4 Hz ainsi que les temps de calcul nécessaire à la construction de la matrice d'impédance \mathbf{A} , à son analyse et à sa factorisation \mathbf{LU} , le temps de calcul total et enfin le coût mémoire.

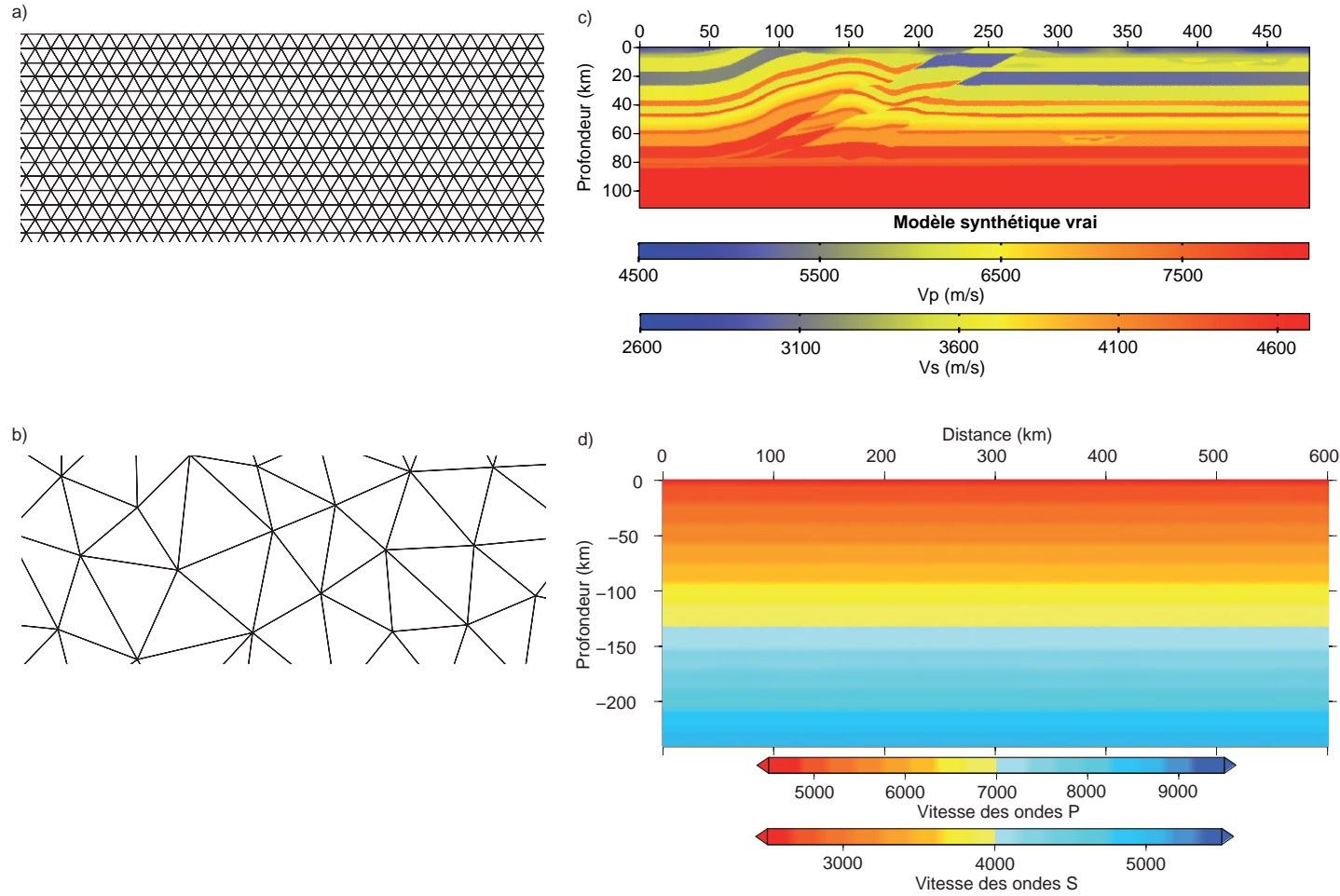


FIGURE 1.6 – (a,b) Maillages utilisés avec l'algorithme d'inversion des formes d'ondes élastique P - S_V . (a) Maillage triangulaire structuré $P0$. (b) Maillage triangulaire non-structuré $P2$. (c,d) Modèles synthétiques de vitesse utilisés pour la détermination du temps de calcul et du coût mémoire d'un problème direct. (c) Modèle *SEG/EAGE Overthrust* lithosphérique. (d) Modèle de gradient de vitesse.

Modèle <i>Overthrust</i>								
interp.	nb cell.	nb inc.	tps const. \mathbf{A} (s)	tps analyse (s)	tps facto.(s)	tps résol. (s)	tps total (s)	Mem. (Go)
P0	488178	2440890	6.11	16.44	19.47	10.98	53	31.3
P2	20075	602250	11.20	13.02	19.03	8.75	52	12.6
Modèle de gradient de vitesse								
interp.	nb cell.	nb inc.	tps const. \mathbf{A} (s)	tps analyse (s)	tps facto. (s)	tps résol. (s)	tps total (s)	Mem. (Go)
P0	1058913	5294565	13.58	22.11	106.84	46.47	189	81.2
P2	37381	1121430	21.71	28.16	43.82	45.31	139	21.5

TABLE 1.1 – Coûts calculs de la modélisation en fréquence en fonction de l’ordre d’interpolation pour le modèle *SEG/EAGE Overthrust* lithosphérique et le modèle de gradient de vitesse. Les maillages ont été conçus pour une fréquence maximum de 0.4 Hz et la modélisation a été réalisée pour une fréquence, une source et un récepteur. (interp. : ordre d’interpolation ; nb cell. : nombre de cellules constituant le maillage ; tps \mathbf{A} : temps de construction de la matrice d’impédance ; tps analyse : temps nécessaire à l’analyse de la matrice par *MUMPS* ; tps facto. : temps nécessaire à la factorisation \mathbf{LU} de la matrice ; tps résol : temps pour résoudre le système matriciel $Au = s$; tps total : temps nécessaire à la réalisation d’un problème direct ; Mem. : mémoire vive maximum utilisé pour la factorisation de la matrice.

Le tableau 1.1 montre que malgré une réduction très importante du nombre d'éléments nécessaire en $P2$, comparativement au $P0$, que les temps de calculs des différentes étapes du problème direct sont extrêmement proches. Au contraire, le modèle de gradient de vitesse, beaucoup plus homogène montre un gain de près de 60 pourcent sur le temps de factorisation entre le $P2$ et le $P0$.

Un modèle complexe tel que le modèle *overthrust* lithosphérique pourra donc être utilisé indifféremment avec des interpolations $P0$ ou $P2$, tandis qu'un modèle global ment homogène et présentant peu de structures tel qu'une zone de subduction à l'échelle de la lithosphère devra impérativement être traité avec un ordre d'interpolation $P2$ afin de réduire les temps de calcul.

Chapitre 2

Adaptation aux configurations télésismiques

Sommaire

2.1	Introduction	67
2.2	Source télésismique	68
2.2.1	Approche en champ diffracté	68
2.2.2	Solution analytique de l'onde plane	69
2.2.3	Condition de surface libre et topographie	70
2.2.4	Validation de l'approche	74
2.3	Exemples d'applications numériques	77
2.3.1	Modèle <i>SEG/EAGE Overthrust</i> lithosphérique	77
2.3.2	Modèle de suture océanique	77
2.4	Prise en compte de l'obliquité	78

2.1 Introduction

Ce chapitre aborde l'adaptation de la modélisation de la propagation des ondes sismiques, présentée précédemment, aux configurations télésismiques. Dans ce type de configuration, les sources d'excitation sont extérieures à la cible et les fronts d'ondes incidents à la base de cette cible sont considérés comme plan avec un angle d'incidence arbitraire. Il sera montré qu'une approche en champ diffracté permet cette adaptation et les conditions aux limites associées (topographie et surface libre) seront également traitées. Enfin, il sera montré comment l'obliquité du front d'onde incident est pris en compte dans le cadre d'une modélisation dans un plan à deux dimensions.

2.2 Source téléseismique

Dans le cadre d'une configuration téléseismique, les épicentres des événements sont localisés à des distances, depuis les stations, comprises entre 3000 et 10000 kilomètres (30 à 90 degrés en termes de distance angulaire). Étant donnée cette géométrie source-récepteur particulière, les fronts d'ondes issus d'un événement téléseismique arrivant à la base de la cible lithosphérique peuvent être approximés par des ondes planes.

Le champ d'onde téléseismique se propageant à travers l'intérieur de la Terre avant d'atteindre la cible lithosphérique signifie qu'il n'existe aucune source d'excitation à l'intérieur du domaine de propagation. Le champ d'onde satisfait alors l'équation d'onde :

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = 0 \quad . \quad (2.1)$$

Afin de pouvoir résoudre le système d'*EDP* avec des conditions aux limites appropriées, nous utilisons une approche en champ diffracté que je présente dans la section suivante.

2.2.1 Approche en champ diffracté

L'approche en champ diffracté décrite par Taflove & Hagness (2005), spécifie, en vertu de la linéarité de l'équation d'onde, que le champ d'onde calculé dans un milieu hétérogène arbitraire peut-être considéré comme la somme du champ d'onde calculé dans un milieu de référence et le champ d'onde diffracté par le milieu hétérogène, tel que :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_d \quad , \quad (2.2)$$

où \mathbf{u} est le champ d'onde total, \mathbf{u}_d le champ diffracté dans le milieu hétérogène arbitraire et \mathbf{u}_0 le champ d'onde calculé dans le milieu de référence. Le champ d'onde du milieu de référence étant également généré par une source téléseismique extérieure au domaine de propagation, il doit satisfaire l'équation :

$$\mathbf{A}_0\mathbf{u}_0 = 0 \quad . \quad (2.3)$$

où \mathbf{A}_0 est la matrice d'impédance du milieu de référence. En injectant l'équation 2.2 dans l'équation 2.1 et l'équation 2.1 devient :

$$\mathbf{A}(\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_d) = \mathbf{A}_0\mathbf{u}_0 \quad . \quad (2.4)$$

En déplaçant les termes liés aux champs d'ondes de référence dans le terme de droite, l'équation 2.4 devient :

$$\mathbf{A}\mathbf{u}_d = -(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\mathbf{u}_0 \quad . \quad (2.5)$$

Par analogie avec l'équation 1.22, il est possible de constater que la source des champs d'ondes diffractés dans le milieu est le produit de la différence des matrices d'impédance des milieux avec le champ d'onde propagé dans le milieu de référence. Cela implique que le terme de source est non-nul là où le milieu exact diffère du milieu de référence (équation 2.2).

Une des forces de l'approche en champ diffracté vient de la linéarité de l'équation d'onde permettant d'utiliser des modèles totalement arbitraires afin de calculer les champs d'onde de référence. Dans la pratique, il est préférable d'opter pour des modèles pour lesquels \mathbf{u}_0 peut être obtenu efficacement. Dans cette étude, nous utilisons un demi-espace homogène avec une surface plane, pour lequel la solution analytique de l'onde plane est connue. Cependant, des méthodes semi-analytiques telles que la méthode de réflectivité (Fuchs & Muller, 1971; Kennett & Kerry, 1979; Muller, 1985) ou des méthodes intégrales (Bouchon *et al.*, 1989; Durand *et al.*, 1999) peuvent également être des méthodes intéressantes, ces dernières permettant de prendre en compte la topographie.

2.2.2 Solution analytique de l'onde plane

Afin de calculer le champ de référence \mathbf{u}_0 nécessaire à l'utilisation de l'approche en champ diffracté, nous avons opté pour la solution la plus simple, c'est à dire, un milieu de référence homogène qui permet d'utiliser une solution analytique de l'onde plane. L'onde plane est une solution harmonique des équations d'onde (équation 1.19) (Lay & Wallace, 1995; Aki & Richards, 2002) et peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{u}(r, \omega) = A e^{i\omega(t \pm \frac{r}{c})} = A e^{i(\omega t \pm k_r r)} \quad (2.6)$$

où $\mathbf{u}(r, \omega)$ est le vecteur de déplacement, r est la position dans l'espace, ω la fréquence, A l'amplitude du champ, t le temps, c la vitesse du milieu et k_r le nombre d'onde dans le plan de propagation 2D tel que :

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{\omega}{c} \sin\phi \quad , \\ k_z &= \frac{\omega}{c} \cos\phi \quad . \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dans le cas d'un milieu homogène infini, les champs d'onde de références satisfaisant l'équation d'onde élastique (équation 1.29) pour une onde incidente P sont :

$$\begin{aligned} V_x &= \sin\phi_i \exp(\xi_p) \quad , \\ V_z &= \cos\phi_i \exp(\xi_p) \quad , \\ T_1 &= \frac{\lambda + \mu}{\alpha} \exp(\xi_p) \quad , \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{-\mu}{\alpha} \cos(2\phi_i) \exp(\xi_p) \quad , \\ T_3 &= \frac{\mu}{\alpha} \sin(2\phi_i) \exp(\xi_p) \quad , \end{aligned}$$

où α est la vitesse de propagation des ondes P et ξ_p est donné par :

$$\xi_p = -i\omega \frac{x \sin\phi_i - z \cos\phi_i}{\alpha} \quad . \quad (2.9)$$

La figure (2.1) présente les différentes étapes de la construction du champ d'onde complet suivant l'approche en champ diffracté. Par simplicité et souci de visibilité, ces résultats ont été obtenus dans un milieu canonique simple dans le cadre de l'approximation acoustique. Le milieu considéré (figure 2.1a) est un milieu *infini* (encadré par quatre bandes *PML*) de dimensions $.2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$. Il présente une inclusion centrale de 150 m de rayon possédant une vitesse de propagation de 4000 m.s^{-1} dans un encaissant homogène possédant une vitesse de propagation de 2000 m.s^{-1} . Le champ de référence \mathbf{u}_0 (figure 2.1b) est calculé dans un milieu de référence homogène infini possédant les mêmes caractéristiques physiques que l'encaissant du modèle hétérogène et permet d'obtenir le terme de source $-(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\mathbf{u}_0$ dont le support est circonscrit à l'inclusion (figure 2.1). La résolution du système (2.5) nous permet d'obtenir le champ diffracté par l'inclusion (figure 2.5d) qui est ensuite ajouté au champ de référence \mathbf{u}_0 afin d'obtenir le champ d'onde complet présenté sur la figure 2.5e.

2.2.3 Condition de surface libre et topographie

Les cibles lithosphériques sont typiquement de l'ordre de 300 kilomètres de distance pour des profondeurs minimum de 100 kilomètres ramenant ainsi les variations topographiques à des variations de l'ordre de quelques pourcents comparativement à la profondeur du modèle. Dans le reste de ce travail, nous considérons une surface libre plane et horizontale. Cependant, nous n'avons pas exploré les effets de cette approximation par rapport à une topographie irrégulière sur les champs d'ondes modélisés.

Considérant un milieu de référence homogène avec une condition de surface libre, la solution analytique de l'onde plane (équation 2.9) devient :

$$\begin{aligned} V_x &= \sin\phi_i \exp(\xi_p) + R_{pp} \sin\phi_i \exp(\xi_{pp}) + R_{ps} \cos\phi_r \exp(\xi_{ps}) \quad , \\ V_z &= \cos\phi_i \exp(\xi_p) - R_{pp} \cos\phi_i \exp(\xi_{pp}) + R_{ps} \sin\phi_r \exp(\xi_{ps}) \quad , \\ T_1 &= \frac{\lambda + \mu}{\alpha} \exp(\xi_p) + R_{pp} \frac{\lambda + \mu}{\alpha} \exp(\xi_{pp}) \quad , \quad (2.10) \\ T_2 &= \frac{-\mu}{\alpha} \cos(2\phi_i) \exp(\xi_p) + R_{pp} \frac{-\mu}{\alpha} \cos(2\phi_i) \exp(\xi_{pp}) + R_{ps} \frac{\mu}{\beta} \sin(2\phi_r) \exp(\xi_{ps}) \quad , \\ T_3 &= \frac{\mu}{\alpha} \sin(2\phi_i) \exp(\xi_p) - R_{pp} \frac{\mu}{\alpha} \sin(2\phi_i) \exp(\xi_{pp}) - R_{ps} \frac{\mu}{\beta} \cos(2\phi_r) \exp(\xi_{ps}) \quad , \end{aligned}$$

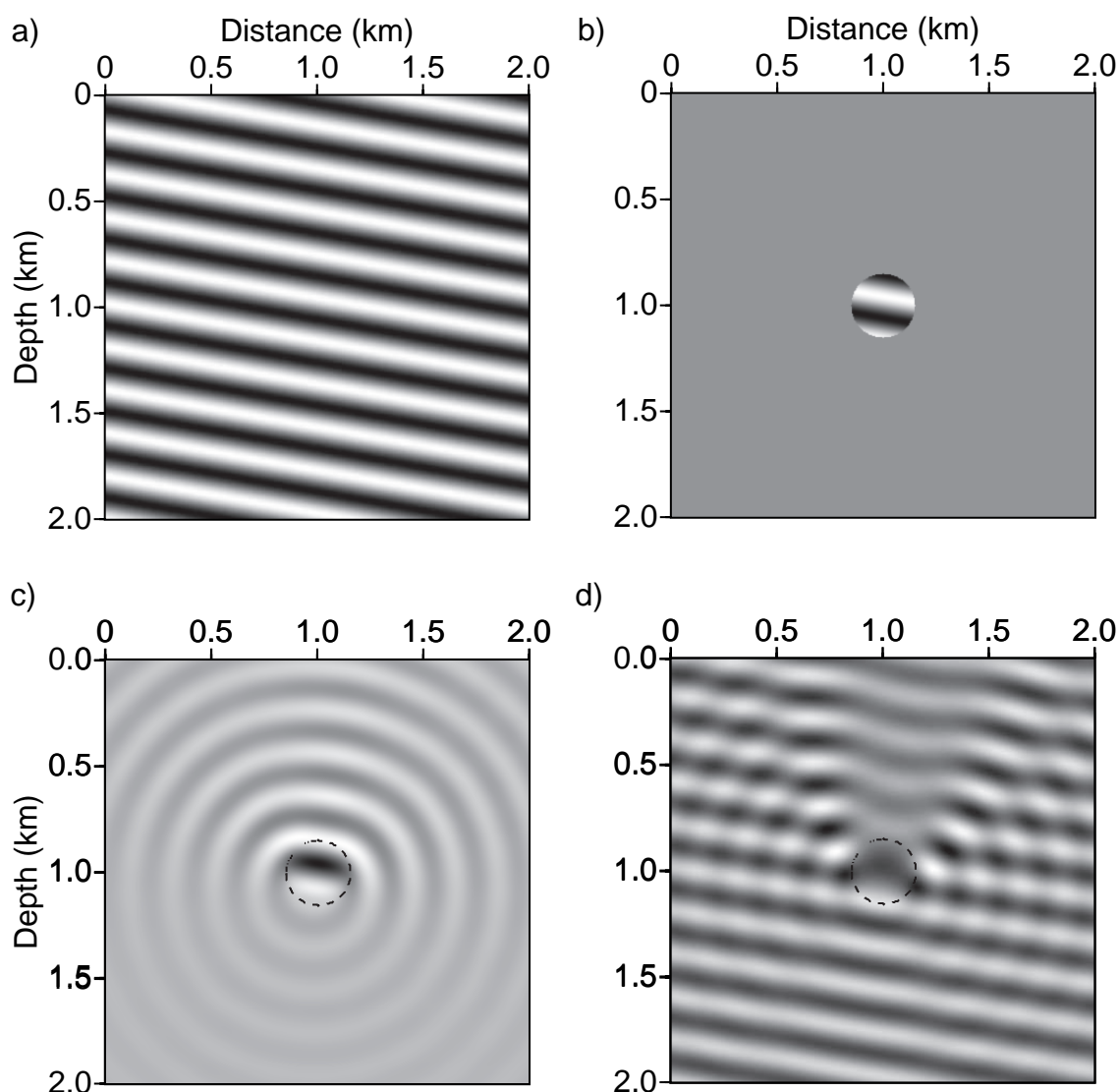


FIGURE 2.1 – Illustration des principales étapes de la modélisation de la propagation d'une onde plane par l'approche en champ diffracté. Les étapes sont présentées dans le cadre de l'approximation acoustique pour un milieu homogène avec une perturbation de vitesse localisée au centre du modèle. (a) Solution analytique d'une onde plane monochromatique dans le milieu de référence. (b) Source du champ diffracté monochromatique. (c) Champ diffracté monochromatique. (d) Champ monochromatique total obtenu par sommation des champs (a) et (c).

où ϕ_r est l'angle de réflexion à la surface libre de l'onde convertie S_V . R_{PP} et R_{PS} sont les coefficients de réflexion des ondes converties à la surface libre PP et PS_V pour une onde P incidente définis tels que (Ben-Menahem & Singh (1981)) :

$$R_{PP} = \frac{\sin(2\phi_i)\sin(2\phi_r) - \frac{\alpha^2}{\beta^2}\cos^2(2\phi_r)}{\sin(2\phi_i)\sin(2\phi_r) + \frac{\alpha^2}{\beta^2}\cos^2(2\phi_r)} , \quad (2.11)$$

$$R_{PS} = \frac{2\frac{\alpha}{\beta}\sin(2\phi_i)\cos(2\phi_r)}{\sin(2\phi_i)\sin(2\phi_r) + \frac{\alpha^2}{\beta^2}\cos^2(2\phi_r)} ,$$

ξ_{pp} et ξ_{ps} sont définis tels que :

$$\xi_{pp} = -i\omega \frac{x\sin\phi_i + z\cos\phi_i}{\alpha} , \quad (2.12)$$

$$\xi_{ps} = -i\omega \frac{x\sin\phi_r + z\cos\phi_r}{\beta} . \quad (2.13)$$

La figure 2.2 illustre l'impact de l'application de la condition de surface libre sur les données calculées dans le modèle canonique présenté précédemment (figure 2.1a) pour deux ondes planes caractérisées par des angles d'incidence de 0 et -30 degrés. La modélisation a été réalisée pour une bande passante en fréquence de 0-10 Hz avec 100 récepteurs placés à 5 mètres sous le bord supérieur du domaine de propagation et espacés de 20 mètres. Les figures 2.2(e,f,g,h) montrent clairement les ondes converties et réfléchies à la surface libre qui se réfléchissent ensuite sur l'inclusion. Les données considérant un milieu avec une condition de surface libre sont donc beaucoup plus riches et apportent une quantité supplémentaire d'information sur le milieu traversé.

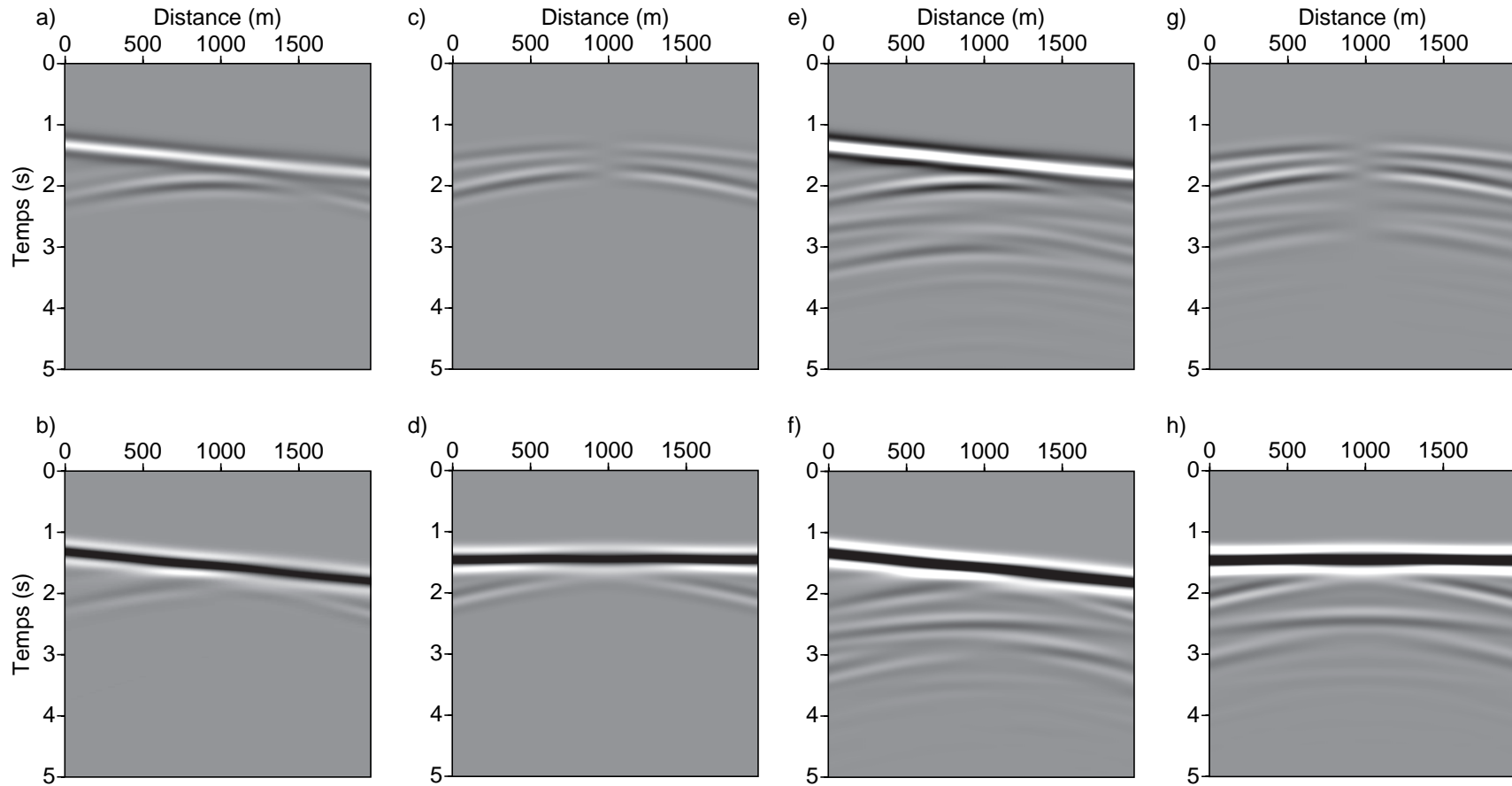


FIGURE 2.2 – Sismogrammes calculés dans le milieu canonique (figure 2.1a) pour (a,c,e,g) la composante horizontale (V_x) et (b,d,f,h) pour la composante verticale (V_z). (a,b,c,d) Sismogrammes calculés dans le milieu sans surface libre pour des ondes plane incidentes avec angle de (a,b) $\phi = -30^\circ$ et (c,d) $\phi = 0^\circ$. (e,f,g,h) Sismogrammes calculés dans le milieu avec surface libre pour des ondes plane incidentes avec angle de (c,d) $\phi = -30^\circ$ et (e,f) $\phi = 0^\circ$.

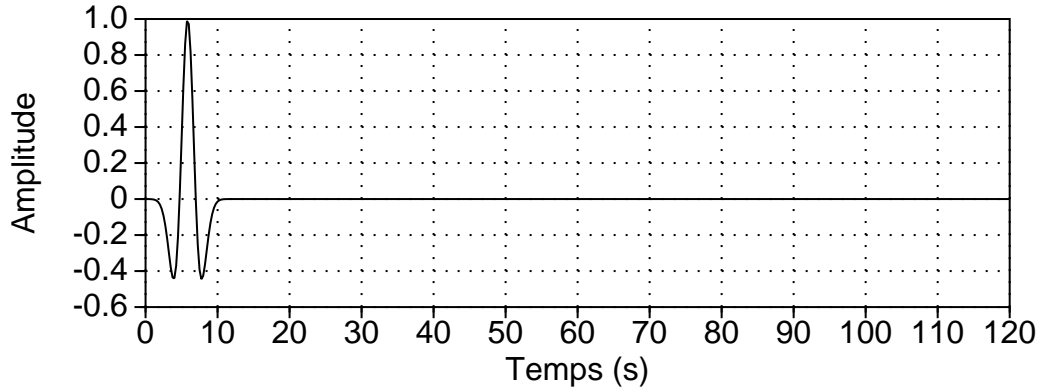


FIGURE 2.3 – Source utilisée pour la validation de la modélisation par la méthode de la réflectivité. La source est un *Ricker* composé de 512 échantillons espacés de 0.25 s avec une fréquence moyenne f_0 de 0.15 Hz.

2.2.4 Validation de l’approche

Afin de valider l’implémentation en champ diffracté développée précédemment, des sismogrammes calculés à l’aide de l’algorithme *GD* élastique sont comparés à des sismogrammes obtenus à l’aide d’un algorithme basé sur la méthode de réflectivité (Muller, 1985). Les modélisations ont été réalisées dans un modèle tabulaire à trois couche d’échelle lithosphérique et possédant une condition de surface libre. Les caractéristiques physiques de ce modèle sont présentées dans le tableau 2.1. Les signaux en temps ont été calculés avec des récepteurs placés à la surface libre, pour une bande passante en fréquence de $[0; 0.5]$ Hz et des angles d’incidence de l’onde plane allant de 0 à 60 degrés par pas de 5 degrés.

<i>couche</i>	<i>paisseur(km)</i>	$V_p(m.s^{-1})$	$V_s(m.s^{-1})$	$\rho(kg.m^{-3})$
1	5.	3000.	1800.	2000.
2	35.	6000.	3500.	2800.
3	40.	8000.	4600.	3000.

TABLE 2.1 – Propriétés physiques du modèle tabulaire à trois couches

Les sismogrammes calculés avec les deux méthodes, pour les composantes horizontales et verticales, sont comparés, pour différents angles d’incidence, sur les figures 2.4 et 2.5. Ces résultats montrent un bon accord entre les deux méthodes aux angles d’incidence allant de 0 à 50 degrés mais une dégradation progressive pour les angles plus forts. Les

différences entre les signaux pour les angles les plus forts proviennent de réflexions artificielles aux interfaces entre le modèle et les bandes PML latérales. Cependant, dans le cadre d'une configuration télésismique, les angles d'incidences à la base du modèle n'excèdent pas 35 degrés, ces artefacts ne devraient donc pas affecter de manière significative les modélisations de champs d'ondes télésismiques.

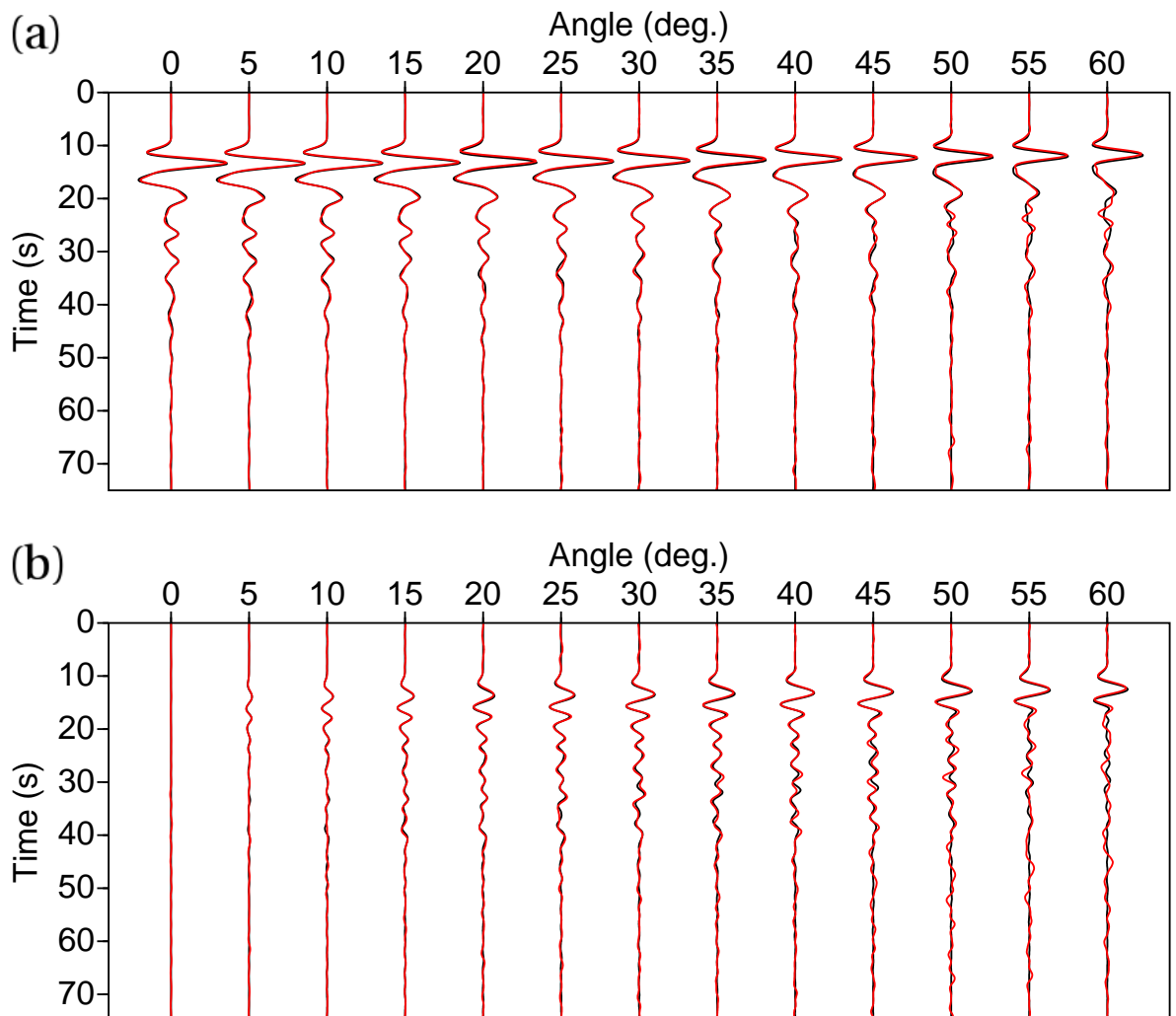


FIGURE 2.4 – Comparaison entre les sismogrammes obtenus par la méthode de réflectivité (noir) (Muller, 1985) et ceux obtenus par la méthode GD élastique (rouge) dans un modèle tabulaire à trois couches pour (a) la composante horizontale et (b) la composante verticale.

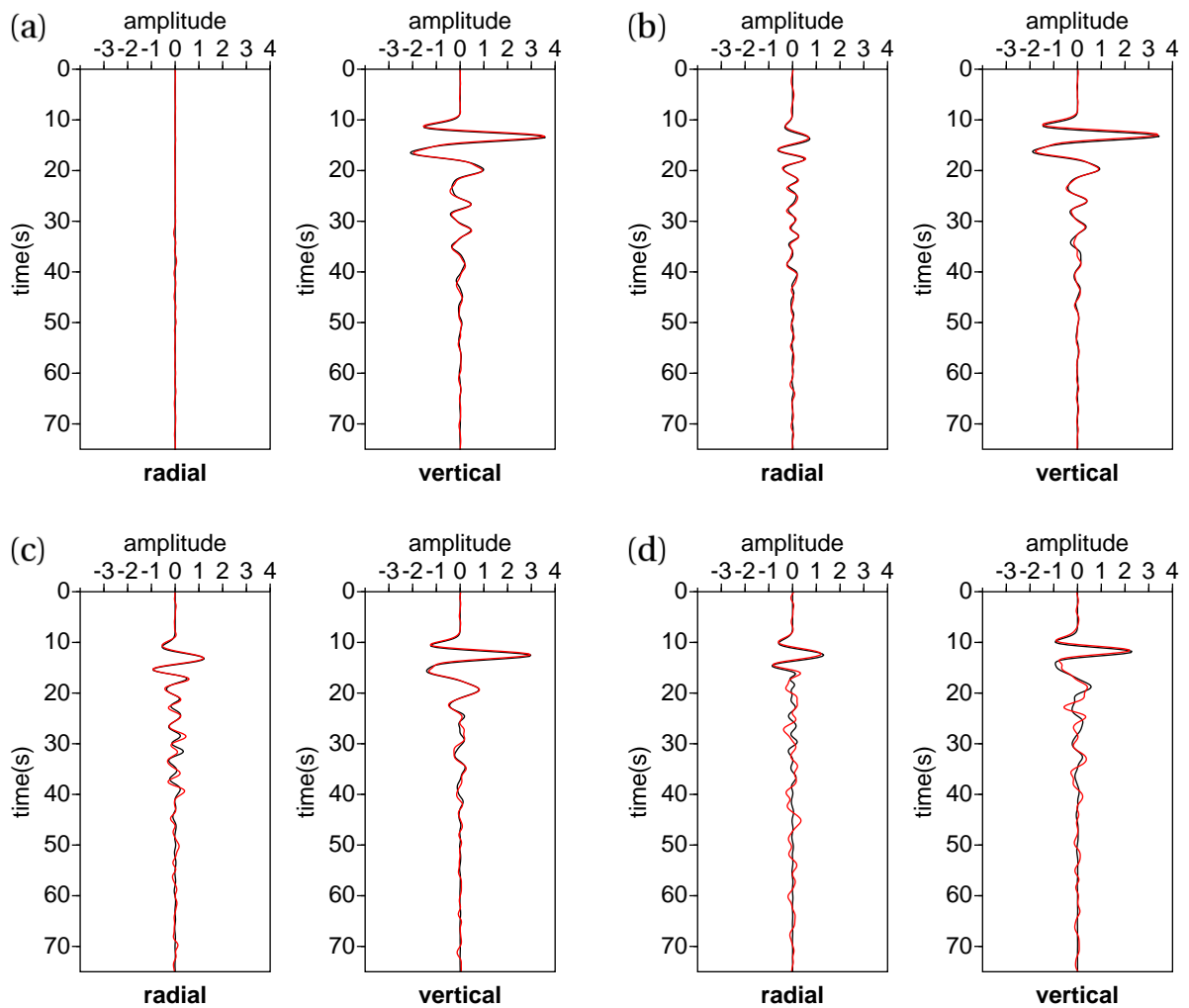


FIGURE 2.5 – Agrandissement sur les résultats de la figure (2.4) pour les angles d'incidence (a) 0 degré, (b) 20 degrés, (c) 40 degrés et (d) 60 degrés.

2.3 Exemples d'applications numériques

2.3.1 Modèle *SEG/EAGE Overthrust* lithosphérique

La première application de modélisation avec des ondes planes est effectuée dans le modèle *SEG/EAGE Overthrust* lithosphérique présenté sur la figure 2.6a et sera présenté plus en détails dans le chapitre 4. Les sismogrammes présentés sur les figures 2.6b et 2.6c ont été calculés pour un dispositif de 399 géophones (composantes verticale et horizontale) espacés de 1200m et pour une bande passante en fréquence allant de 0 à 0.5 Hz. L'onde plane utilisée possède un angle d'incidence de 40 degrés et nous considérons une condition de surface libre au toit du modèle.

Contrairement aux ondes sphériques se propageant depuis la surface, les ondes planes téléseismiques se propagent à travers le modèle de la base vers la surface, puis les ondes réfléchies et converties à la surface libre balayent à nouveau le modèle sur toute sa largeur se réfléchissant à nouveau sur les différentes interfaces du milieu permettant d'ajouter de l'information à celle déjà apportée par la propagation en transmission. Différentes phases ont été identifiées et annotées sur les sismogrammes (figures 2.6b et 2.6c).

2.3.2 Modèle de suture océanique

Nous considérons maintenant une cible lithosphérique synthétique (figure 2.7a) extrait des travaux de Shragge *et al.* (2001). Ce modèle a des dimensions de 120 km de profondeur et 300 km de longueur et est composé de trois structures avec des propriétés élastiques différentes. La croûte constitue une couche à faible vitesse au-dessus du manteau. La croûte possède un bloc plongeant dans le manteau suivie d'une relique de croûte plongeante, caractérisée par des vitesses de propagation très proches de celle du manteau encaissant, qui s'horizontalise et s'affine en allant vers la droite du modèle. Les figures 2.7b et 2.7c présentent les sismogrammes calculés dans ce modèle pour un dispositif composé de 300 géophones espacés de 1 km et pour une bande passante en fréquence allant de 0 à 1Hz. L'onde plane utilisée possède un angle d'incidence de 40 degrés et nous considérons une condition de surface libre au toit du modèle.

Ce modèle, beaucoup plus simple que le modèle overthrust présenté précédemment, reste cependant une bonne représentation d'une zone d'étude de l'imagerie régionale. Les sismogrammes montrent que les différents champs diffractés par le Moho conservent une forte amplitude tandis que les champs diffractés par la relique de croûte plongeante sont indiscernables. La capacité d'une méthode à reconstruire la croûte relique de ce modèle pourrait être présentée comme un critère de qualité de la méthode utilisée. Cependant, pour reconstruire cette structure il est nécessaire de considérer une bande de fréquence allant jusqu'à 3 voir 4 Hz Shragge *et al.* (2001). Compte tenu des coûts numériques de notre méthode pour une inversion des paramètres élastiques, il est pour l'instant impossible de considérer des fréquences aussi élevées. Des inversions dans l'approximation acoustique, qui seront présentés plus tard, ont tout de même été réalisés.

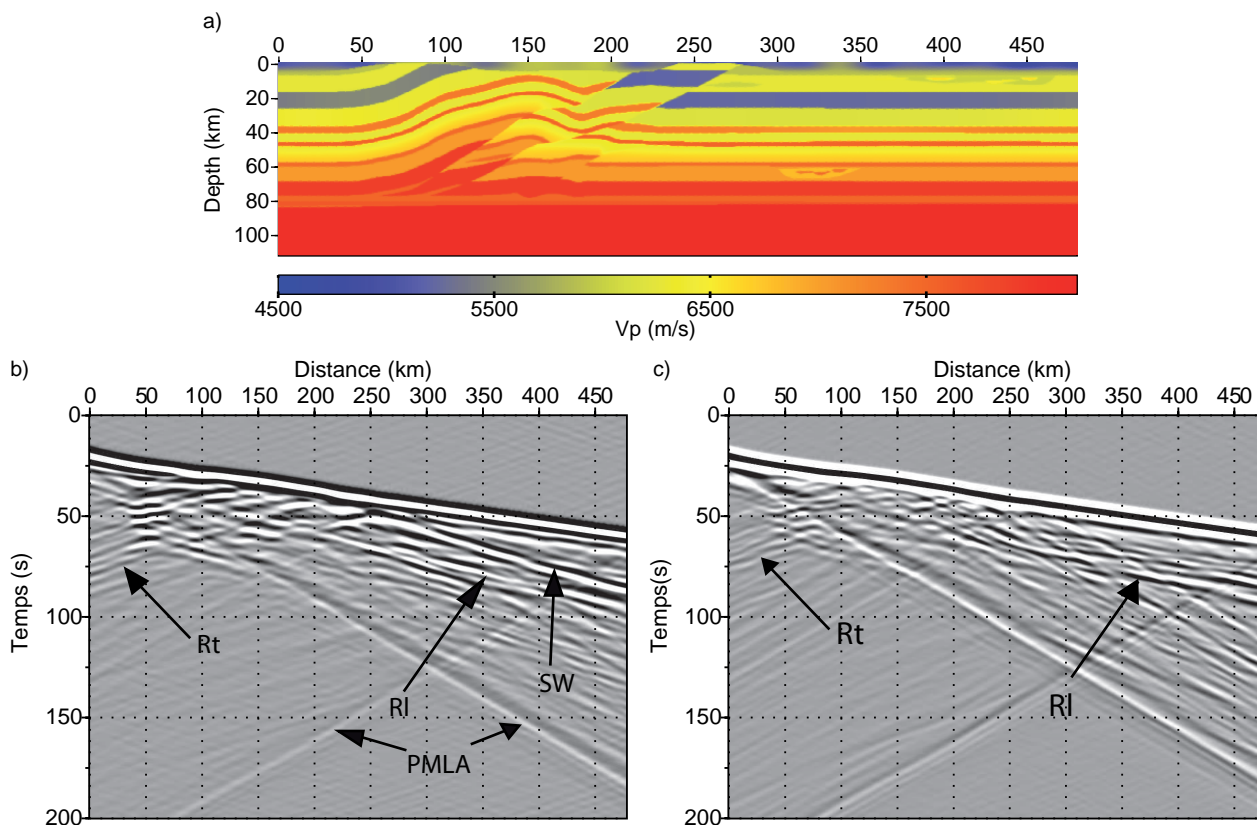


FIGURE 2.6 – (a) Modèle élastique SEG/EAGE Overthrust à l'échelle lithosphérique. Le modèle de vitesse de propagation des ondes S est construit à partir du modèle de vitesse des ondes P avec un coefficient de Poisson de 0,25. (b,c) Sismogrammes calculés dans le modèle (a) avec une condition de surface libre et une onde plane avec une incidence de 40 degrés pour la composante horizontale (b) et verticale (c). **RT** : phases doublement réfléchies par la surface libre et la faille. **RP** : phases doublement réfléchies par la surface libre puis par la partie stratifiée du modèle. **PMLA** : réflexions parasites générées par les interfaces modèle-PML. **SW** : une possible onde de volume converties en onde de surface.

2.4 Prise en compte de l'obliquité

La méthode utilisée et l'adaptation aux configurations télésismique se place dans l'approximation d'un milieu à deux dimensions. Cependant, contrairement aux sources actives qui peuvent être réalisées dans l'alignement des récepteurs, les sources passives sont rarement alignées dans le plan défini par le réseau de stations. Dans le cas d'une configuration télésismique, l'onde plane possédera donc, en plus de son angle d'incidence, un angle d'obliquité défini comme la différence entre l'azimuth de la source et du réseau de stations. Une représentation schématique de cette configuration est présentée sur la figure 2.8.

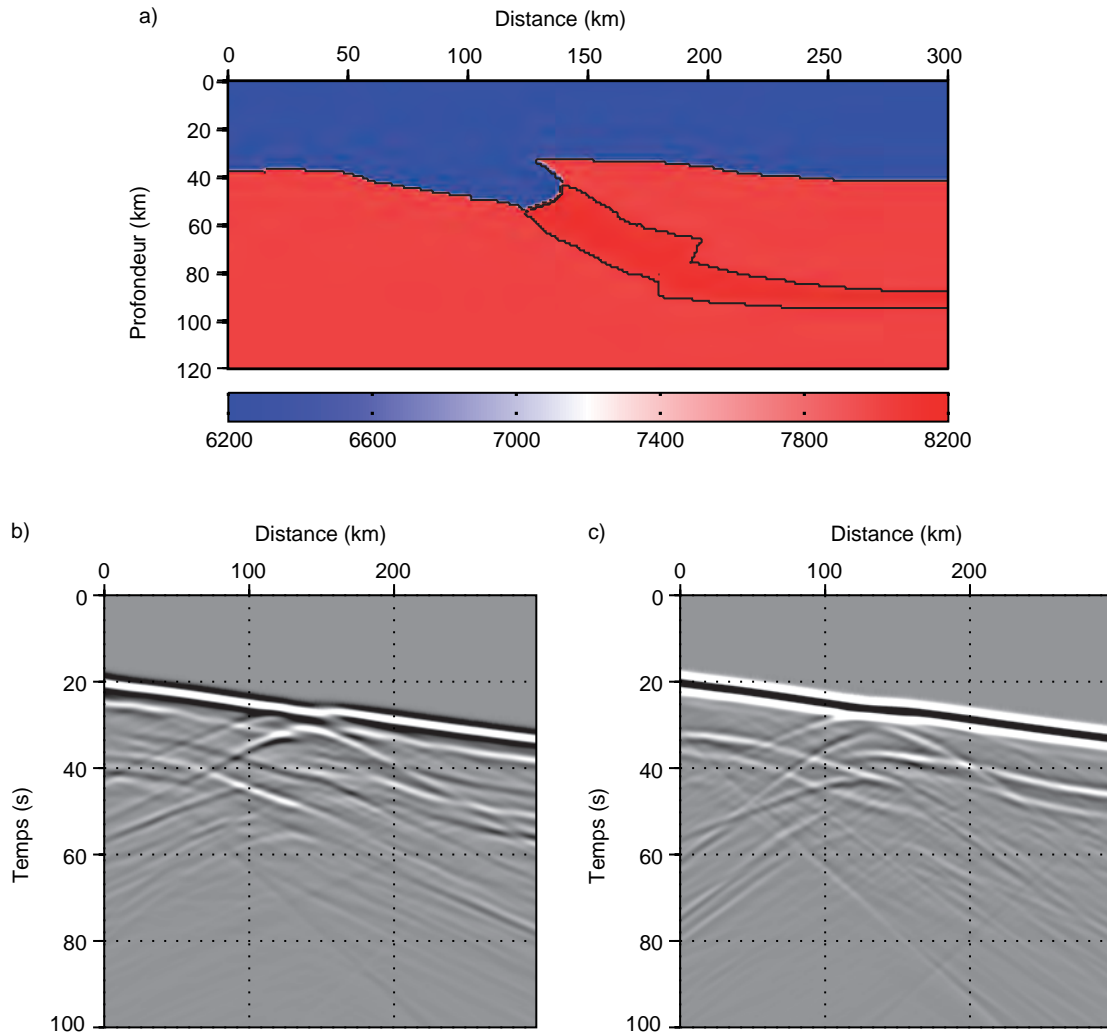


FIGURE 2.7 – (a) Modèle synthétique de suture océanique. Le modèle de vitesse de propagation des ondes S est construit à partir du modèle de vitesse des ondes P avec un coefficient de Poisson de 0,25. (b,c) Sismogrammes calculés dans le modèle (a) avec une condition de surface libre et une onde plane avec une incidence de 40 degrés pour la composante horizontale (b) et verticale (c).

Considérons une onde plane se propageant avec une vitesse c dans le plan (x', z) avec un angle d'obliquité θ par rapport au plan (x, z) . De manière à satisfaire l'approximation d'un milieu bi-dimensionnel, nous considérons le milieu invariant dans la direction y' perpendiculaire à la direction x' . Par conséquent, les champs d'ondes propagées doivent désormais satisfaire l'équation d'onde dans le plan (x', z) . Pour faciliter la démonstration, nous ne considérerons que les termes V_x et V_z de la solution analytique de l'onde plane sans condition de surface libre, les termes T_1 , T_2 et T_3 étant issus de la dérivation de V_x et V_z . Nous pouvons donc reformuler la solution analytique pour de l'onde plane élastique dans ce nouveau système de coordonnées, pour les termes de vitesses

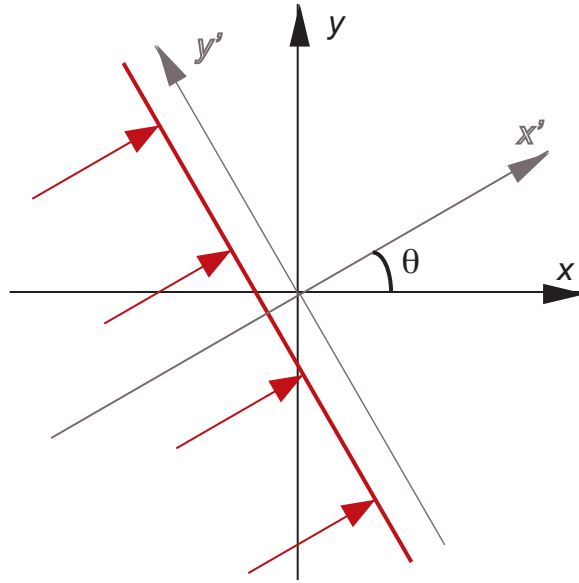


FIGURE 2.8 – Représentation schématique dans le plan horizontal de la propagation d'une onde plane possédant un angle d'obliquité θ par rapport à une ligne de récepteurs disposés le long de l'axe x .

horizontale et verticale :

$$\begin{aligned} V_{x'} &= \sin\phi \exp\left(i\omega\left(\frac{x'\sin\phi}{c} + \frac{z\cos\phi}{c} - t\right)\right) , \\ V_z &= \cos\phi \exp\left(i\omega\left(\frac{x'\sin\phi}{c} + \frac{z\cos\phi}{c} - t\right)\right) , \end{aligned} \quad (2.14)$$

x' peut être formulé comme une fonction de x et y tel que : $x' = x\cos\theta + y\sin\theta$. En injectant cette formulation dans l'équation 2.14, nous obtenons :

$$\begin{aligned} V_{x'} &= \sin\phi \exp\left(i\omega\left(\frac{x\sin\phi\cos\theta}{c} + \frac{y\sin\phi\sin\theta}{c} + \frac{z\cos\phi}{c} - t\right)\right) , \\ V_z &= \cos\phi \exp\left(i\omega\left(\frac{x\sin\phi\cos\theta}{c} + \frac{y\sin\phi\sin\theta}{c} + \frac{z\cos\phi}{c} - t\right)\right) . \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dans le plan (x, z) , invariant selon y , dans lequel nous cherchons à résoudre équation d'onde, la solution de l'onde plane est un cas particulier de la solution tri-dimensionnelle où $y = 0$:

$$V_x = \sin\phi_i \cos\theta \exp\left(i\omega\left(\frac{x\sin\phi\cos\theta}{c} + \frac{z\cos\phi}{c} - t\right)\right) ,$$

$$V_z = \cos\phi_i \exp\left(i\omega\left(\frac{x\sin\phi\cos\theta}{c} + \frac{z\cos\phi}{c} - t\right)\right) . \quad (2.16)$$

Cependant, cette solution ne nous permet pas de satisfaire l'équation d'onde $2D$ dans le plan (x, z) . Nous recherchons donc une solution de l'onde plane dans ce plan (x, z) , équivalente à la solution formulée dans l'équation 2.16. Cette solution définit une onde plane se propageant à une vitesse apparente c_a avec un angle d'incidence ϕ_{ia} , tout deux définis dans le plan (x, z) tel que :

$$\begin{aligned} \frac{\sin\phi_{ia}}{c_a} &= \frac{\sin\phi_i\cos\theta}{c} , \\ \frac{\cos\phi_{ia}}{c_a} &= \frac{\cos\phi_i}{c} . \end{aligned} \quad (2.17)$$

La résolution de système d'équations à deux inconnues (c_a, ϕ_{ia}) nous donne les solutions :

$$\tan\phi_{ia} = \tan\phi_i\cos\theta \quad , \quad (2.18)$$

$$c_a(r) = c(r) \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\theta\sin^2\phi_i}} = c(r) \frac{1}{\sqrt{1 - p(r)^2c^2(x)\sin^2\theta}} = \chi(r)c(r) \quad , \quad (2.19)$$

où r est la position dans le plan et p la lenteur horizontale. La correction sur la vitesse de propagation réelle pour obtenir la vitesse de propagation apparente doit être effectuée en tout point du milieu.

Concernant l'implémentation, la correction de la vitesse de propagation et de l'angle d'incidence peuvent être facilement intégrés à l'approche en champ diffracté. Considérant un milieu de référence homogène, l'angle d'incidence apparent ϕ_{ia} est pris en compte uniquement durant le calcul du champ incident de référence \mathbf{u}_0 remplaçant alors l'angle d'incidence réel ϕ_i . La vitesse apparente c_a est calculée en amont afin d'être prise en considération lors de la construction des matrices \mathbf{A} et \mathbf{A}_0 .

Si les corrections liés à la prise en compte de l'obliquité dans le cadre de l'approximation $2D$ ne pose pas de problème sur le plan algébrique et de l'implémentation, il n'en est pas de même du point de vue du coût numérique. En effet, l'approche multi-sources permise par l'approche en domaine fréquentielle peut être remise en cause par la correction sur la vitesse de propagation nécessitant une nouvelle factorisation \mathbf{LU} par angle d'obliquité et par fréquence. Par conséquent, dans le cas d'une configuration réaliste, nous pouvons être amené à réaliser une factorisation par événement télé-sismique.

Pour valider cette approche, je considère un milieu à trois dimensions homogène, une ligne de récepteurs et une source plane avec un angle d'obliquité et d'incidence non nulle. Le champ d'onde monochromatique $3D$ calculé (figure 2.9a) est comparé au champ d'onde monochromatique $2D$ calculé dans le plan des récepteurs (figure 2.9b) et au champ d'onde monochromatique $2D$ calculé dans le plan des récepteurs en prenant en compte l'obliquité

(figure 2.9c). La différence entre le champ d'onde $3D$ et le champ d'onde $2D$ sans prise en compte de l'obliquité (figure 2.9d) est non-nulle contrairement à la différence entre le champ d'onde $3D$ et le champ d'onde $2D$ prenant en compte l'obliquité ce qui atteste de la validité de l'approche utilisée.

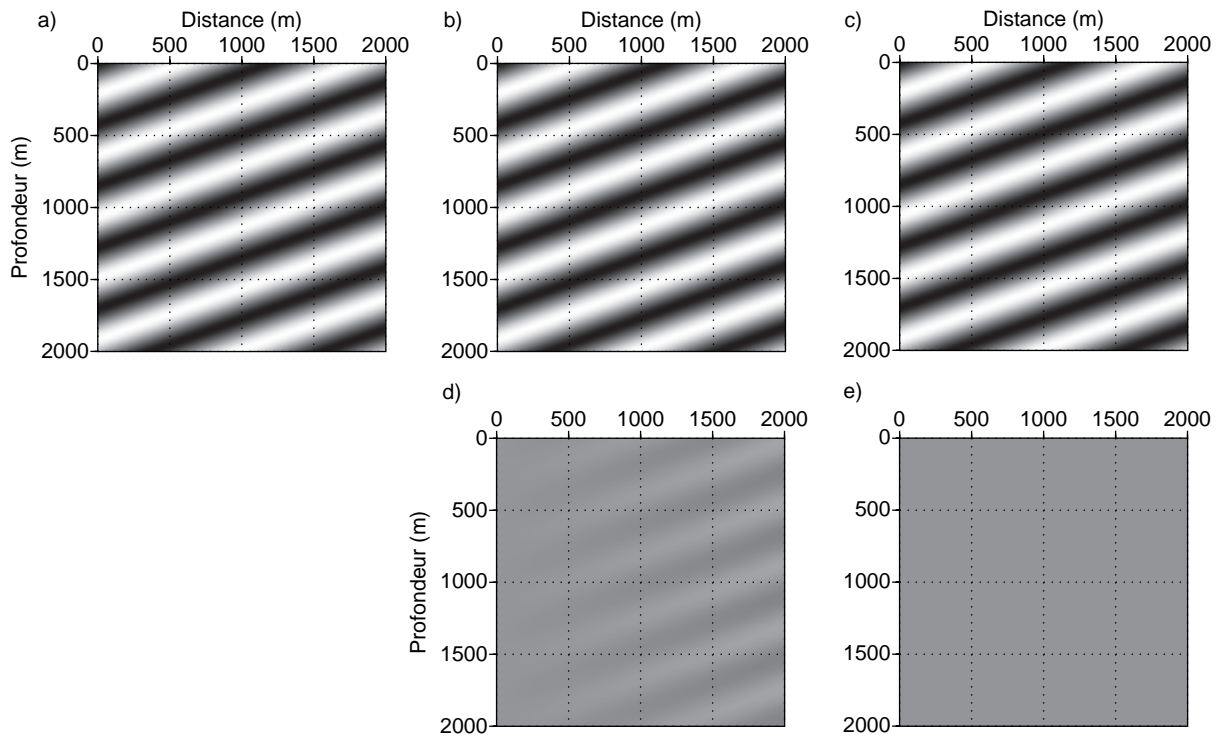


FIGURE 2.9 – (a,b,c) Champ de pression P monochromatiques ($5Hz$) calculés dans un milieu homogène pour $\phi = 20^\circ$ et $\theta = 10^\circ$, pour (a) une solution '3D' de l'onde plane où $y = 0$ (b) la solution 2D de l'onde plane, et (c) la solution 2D de l'onde plane corrigée de l'obliquité. (c) Différences entre le champ d'onde (a) et le champ d'onde (b). (d) Différences entre le champ d'onde (a) et le champ d'onde (c).

Chapitre 3

Le problème inverse

Sommaire

3.1	Introduction	83
3.2	Inversion par la méthode des moindres carrés	84
3.2.1	Minimisation de la fonction coût	84
3.2.2	Équations normales	85
3.2.3	Régularisation	86
3.3	Méthodes de résolution du problème d'optimisation locale	87
3.3.1	Méthode du gradient	87
3.3.2	Méthode du gradient conjugué	88
3.3.3	Méthodes Newton et quasi-Newton	89
3.4	Le gradient	89
3.4.1	Construction et interprétation du gradient	89
3.4.2	Construction du gradient par le formalisme de l'état-adjoint	90
3.4.3	Pouvoir de résolution de l' <i>inversion des formes d'ondes complètes</i>	92
3.4.4	Influence de l'échantillonnage en nombre d'onde	96
3.5	Prise en compte de l'obliquité dans l'inversion	99
3.6	Algorithme de l'<i>inversion des formes d'ondes complètes</i>	99

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, je présente le problème inverse de l'*inversion des formes d'ondes complètes* dans le domaine fréquentiel. Après avoir introduit la fonctionnelle à minimiser, j'introduis l'approche locale d'optimisation permettant de trouver un minimum de la fonction coût au voisinage d'un modèle initial. Je présente ensuite comment est construit le gradient et de quelle manière il peut être interprété. Finalement, je présente la façon dont l'obliquité est introduite dans le problème inverse.

3.2 Inversion par la méthode des moindres carrés

L'*inversion des formes d'ondes complètes* est un problème mal-posé et non-linéaire et est généralement formulé comme un problème d'optimisation locale aux moindres carrés. Le processus d'inversion a pour but de déterminer un modèle de paramètre \mathbf{m} minimisant une fonction coût représentative de l'écart existant entre les données expérimentales observées (\mathbf{d}_{obs}) et les données synthétiques calculées ($\mathbf{d}_{cal}(m)$) et dont la valeur permet de qualifier les capacités du modèle à expliquer les données.

3.2.1 Minimisation de la fonction coût

En domaine fréquentiel, les données à inverser sont une sélection des composantes spectrales (amplitude et phase) des sismogrammes enregistrés. La relation entre les données observées \mathbf{d}_{obs} et les paramètres physiques du milieu est non-linéaire et peut s'exprimer :

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}) \quad , \quad (3.1)$$

où g est un opérateur non-linéaire et \mathbf{m} le vecteur des modèles de paramètre. La résolution du système matricielle $\mathbf{B}(\mathbf{m}(x), \omega)\mathbf{u}(x, \omega) = \mathbf{s}(x, \omega)$ nous permet de modéliser des champs d'ondes monochromatiques. L'extraction des valeurs de ces champs aux positions des récepteurs nous permet d'obtenir les données calculées \mathbf{d}_{cal} :

$$\mathbf{d}_{cal} = R\mathbf{u} \quad , \quad (3.2)$$

où R est l'opérateur de restriction aux récepteurs.

Nous définissons un vecteur résidu $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ devant être minimisé au cours du processus d'inversion (Tarantola, 1987; Pratt *et al.*, 1998; Virieux & Operto, 2009). La norme- L_2 de la fonction coût que nous utiliserons est donnée par :

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^\dagger\mathbf{W}_d\Delta\mathbf{d} \quad , \quad (3.3)$$

où l'exposant \dagger est l'opérateur adjoint (conjugué-transposé), $\mathbf{W}_d = \mathbf{S}_d^\dagger\mathbf{S}_d$ où \mathbf{S}_d est un opérateur matricielle de pondération s'appliquant aux données. Cet opérateur permet de pondérer chaque donnée par son incertitude ou tout autre critère permettant, par exemple, de donner plus ou moins d'importance en fonction de l'*offset*.

Le problème d'inversion des champs d'ondes en domaine fréquentiel contient un grand nombre d'inconnues. Ceci oriente vers l'utilisation de méthodes d'optimisation locale pour la minimisation de la fonction coût. Les méthodes locales d'optimisation permettent de converger vers le minimum global de la fonction coût si le modèle de départ \mathbf{m}_0 est localisé dans le bassin d'attraction du minimum global. Le minimum de la fonction coût $\mathcal{C}(\mathbf{m}^k)$ peut être estimé par la méthode de *Newton*. Nous effectuons un développement de Taylor au second ordre :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(m^k) = \mathcal{C}(m^{k-1} + \Delta m) &= \mathcal{C}(m^{k-1}) + \sum_{j=1}^{n_{mod}} \frac{\partial \mathcal{C}(m^{k-1})}{\partial m_j} \Delta m_j^k \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{mod}} \sum_{k=1}^{n_{mod}} \frac{\partial^2 \mathcal{C}(m^{k-1})}{\partial m_j^2} \Delta m_j^k \Delta m_k^k + \mathcal{O}(m^3) \quad . \end{aligned} \quad (3.4)$$

La dérivée partielle de cette équation par rapport au paramètre l du modèle \mathbf{m} permet d'obtenir :

$$\frac{\partial \mathcal{C}(\mathbf{m}^k)}{\partial \mathbf{m}_l} = \frac{\partial \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1})}{\partial \mathbf{m}_l} + \sum_{j=1}^{n_{mod}} \frac{\partial^2 \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1})}{\partial \mathbf{m}_j \partial \mathbf{m}_l} \Delta \mathbf{m}_j^k \quad . \quad (3.5)$$

Pour une valeur minimum de $\mathcal{C}(\mathbf{m}^k)$, son gradient vaut 0. En annulant ainsi le gradient, il est possible de déduire le vecteur $\Delta \mathbf{m}$ permettant de minimiser la fonction coût au voisinage de \mathbf{m}^{k-1} tel que :

$$\Delta \mathbf{m}^k = - \left[\frac{\partial^2 \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1})}{\partial \mathbf{m}^2} \right]^{-1} \frac{\partial \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1})}{\partial \mathbf{m}} \quad , \quad (3.6)$$

où le terme de premier ordre est le gradient de la fonction coût et le terme de second d'ordre est la matrice *Hessienne* (ou *Hessien*).

3.2.2 Équations normales

L'équation 3.6 du vecteur des perturbations du modèle à l'itération k se construit par multiplication du gradient et de l'inverse du *Hessien*. Afin de pouvoir exploiter cette formulation dans le processus d'inversion, il est nécessaire d'exprimer cette équation en fonction des résidus $\Delta \mathbf{d}$ et des dérivées de *Fréchet*. Le gradient $\mathcal{G}_{\mathbf{m}}$ est défini comme la dérivée de $\mathcal{C}(\mathbf{m})$ par rapport au vecteur paramètre \mathbf{m} . Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mathbf{m}} &= - \left[\left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right) \mathbf{W}_d (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m}))^* + (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})) \mathbf{W}_d \left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)^* \right] \\ &= -\Re \left[\left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)^\dagger \mathbf{W}_d (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})) \right] \quad (3.7) \\ &= -\Re [\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}] \quad , \end{aligned}$$

où \Re est la partie réelle du gradient, et \mathbf{J} la matrice des dérivées de Fréchet.

Suivant le même raisonnement, nous pouvons déduire le Hessien \mathcal{H} en dérivant le gradient $\mathcal{G}_{\mathbf{m}}$ (équation 3.8) par rapport au même vecteur \mathbf{m} tel que :

$$\mathcal{H} = \Re \left[\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \mathbf{m}^T} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^* \dots \Delta \mathbf{d}^*) \right] . \quad (3.8)$$

Nous pouvons désormais formuler le système d'équations normales complet en injectant les expressions du gradient (équation 3.8) et du Hessien (équation 3.8) dans l'expression du vecteur des perturbations (équation 3.6) :

$$\Re \left[\mathbf{J}^{\dagger (k)} \mathbf{W}_d \mathbf{J}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{J}^{T (k)}}{\partial \mathbf{m}^T} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^{* (k)} \dots \Delta \mathbf{d}^{* (k)}) \right] \Delta \mathbf{m}^{(k)} = -\Re \left[\mathbf{J}^{\dagger (k)} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} \right] . \quad (3.9)$$

3.2.3 Régularisation

L'*inversion des formes d'ondes complètes* est un problème mal posé et non-linéaire. Par conséquent, il existe plusieurs modèles de paramètres \mathbf{m} permettant d'ajuster les données observées \mathbf{d}_{obs} . Une manière de mieux contraindre l'inversion vers un panel réduit de solutions est d'appliquer une régularisation. La plus courante est la régularisation de *Tikhonov*. Nous pouvons alors définir une fonction coût augmentée par le terme de régularisation sur la base de l'équation 7.15 telle que :

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_p} \lambda_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_{prior_i})^\dagger \mathbf{W}_{\mathbf{m}_i} (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_{prior_i}) , \quad (3.10)$$

où n_p est le nombre de paramètres, $\mathbf{W}_{\mathbf{m}_i}$ est un opérateur de pondération dans l'espace des modèles permettant d'introduire des termes de régularisation, et λ_i un terme de pondération scalaire contrôlant le rapport entre le poids des deux fonctionnelles définies dans l'espace des données et des paramètres. L'équation 3.9 devient alors :

$$\Re \left[\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \mathbf{m}^T} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^* \dots \Delta \mathbf{d}^*) + \Lambda \right]^{k-1} \Delta \mathbf{m}^k = -\Re \left[\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} + \Lambda \right]^{k-1} , \quad (3.11)$$

où Λ est une matrice diagonale par bloc où chaque bloc est formé par une matrice W_{m_i} .

Dans cette thèse, j'utilise pour m_{prior} le modèle initial de l'itération courante m_k . En posant $\mathbf{m}_{prior} = \mathbf{m}_k$, le deuxième terme du gradient (équation 3.11) est annulé. En multipliant les termes de droite et de gauche par \mathbf{W}_m^{-1} , nous obtenons :

$$\Re \left[\mathbf{W}_m^{-1} \mathbf{J}^{\dagger k} \mathbf{W}_d \mathbf{J}^k + \mathbf{W}_m^{-1} \frac{\partial \mathbf{J}^{T k}}{\partial \mathbf{m}^T} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^{* k} \dots \Delta \mathbf{d}^{* k}) + \lambda_i \mathbf{I} \right] \Delta \mathbf{m}^k = -\Re \left[\mathbf{W}_m^{-1} \mathbf{J}^{\dagger k} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^k + \lambda_i \mathbf{I} \right]^{k-1} . \quad (3.12)$$

Le terme W_m^{-1} joue dans ce cas le rôle d'un opérateur de lissage, implémenté sous la forme d'une fonction *Gaussienne* bi-dimensionnelle dont les valeurs de corrélations verticales et horizontales correspondent à des fractions des longueurs d'onde P et S considérées. Ceci peut être considéré comme un préconditionnement de la direction de descente du gradient dont le but est d'orienter l'inversion vers des solutions lisses (Sirgue & Pratt, 2004).

3.3 Méthodes de résolution du problème d'optimisation locale

Nous avons émis l'hypothèse d'un modèle initial positionné dans le bassin d'attraction du minimum global de la fonction coût $\mathcal{C}(\mathbf{m})$. Afin de converger vers ce minimum, il est nécessaire de résoudre le problème d'optimisation locale pour lequel plusieurs méthodes de résolution existent. Toutes ces méthodes s'appuient sur le sens du gradient de la fonction coût \mathcal{G}_m pour conditionner la convergence vers le minimum global.

3.3.1 Méthode du gradient

La méthode du gradient est la méthode la plus simple pour converger vers le minimum global de la fonction de la fonction coût. Dans cette méthode, l'inverse du Hessien \mathcal{H} est remplacé par un scalaire α nommé généralement *pas de descente*. Le système (3.9) à résoudre devient alors :

$$\Delta \mathbf{m} = -\alpha \mathcal{G}_m \quad . \quad (3.13)$$

Le pas de descente peut être estimé par une recherche linéaire permettant d'obtenir un modèle \mathbf{m} minimisant la fonction coût (Tarantola, 1987). La valeur du scalaire α est donnée par :

$$\alpha = \frac{\mathcal{G}^T \mathcal{G}}{\mathcal{G}^T \mathcal{G} + \mathcal{G}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathcal{G}} \quad , \quad (3.14)$$

où le terme $\mathbf{J} \mathcal{G}$ est résolu par un problème direct utilisant une méthode de différences finies au premier ordre :

$$\mathbf{J} \mathcal{G} = \frac{1}{\epsilon} (\mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m} + \epsilon \mathcal{G}) - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})) \quad , \quad (3.15)$$

où ϵ est un terme de perturbation du modèle \mathbf{m} tel que $\epsilon \ll \mathbf{m}$. La recherche linéaire quadratique de la fonction coût (Nocedal & Wright, 1999) réalise une interpolation parabolique liant trois valeurs de fonction coût pour trois valeurs de pas de descente α_0, α_1 et sont telles que :

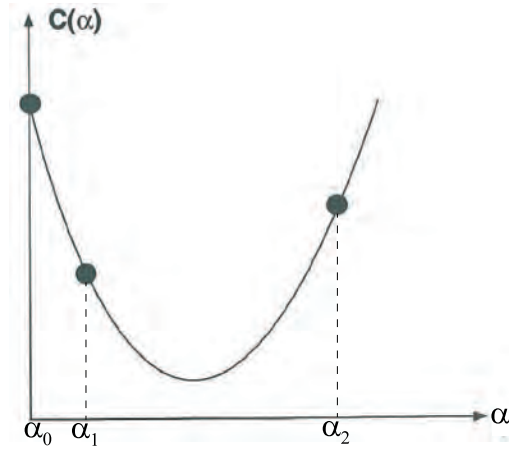


FIGURE 3.1 – Interpolation quadratique

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1} + \alpha_0 \Delta \mathbf{m}) &> \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1} + \alpha_1 \Delta \mathbf{m}) \quad \text{et,} \\ \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1} + \alpha_1 \Delta \mathbf{m}) &< \mathcal{C}(\mathbf{m}^{k-1} + \alpha_2 \Delta \mathbf{m}) \quad , \end{aligned} \quad (3.16)$$

où $\alpha_0 = 0$ et $\alpha_0 < \alpha_1 < \alpha_2$, permettant ainsi d'obtenir une valeur *pas de descente* optimale α_{opt} minimisant la fonction coût.

3.3.2 Méthode du gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué est une déclinaison de la méthode du gradient permettant une convergence plus rapide vers le minimum global de la fonction coût $\mathcal{C}(\mathbf{m})$.

Cette méthode se différencie de la méthode du gradient par la prise en compte à chaque itération k des gradients \mathcal{G}_m à l'itération courante et à l'itération précédente. Les directions de descente des gradients aux deux dernières itérations étant orthogonales, la convergence vers le minimum global est plus rapide. La méthode du gradient conjugué se base sur une combinaison linéaire donnée par :

$$p^k = \mathcal{G}_m^{k-1} + \beta^k p^{k-2} \quad , \quad (3.17)$$

où p est la direction de descente et β^k est le coefficient de Polak & Ribière (1969). Ce coefficient, qui est le plus couramment utilisé, est défini tel que :

$$\beta^k = \frac{(\mathcal{G}_m^{k-1} - \mathcal{G}_m^{k-2})^T \mathcal{G}_m^{k-1}}{\mathcal{G}_m^{(k-2)T} \mathcal{G}_m^{k-2}} \quad . \quad (3.18)$$

3.3.3 Méthodes Newton et quasi-Newton

Les méthodes basées uniquement sur le gradient présentées jusqu'à présent, bien qu'effectives, ne prennent pas en compte le Hessien présent dans la formulation du vecteur de perturbation du modèle (équation 3.6).

Les méthodes *Newton* proposent de prendre en compte le *Hessien* complet dans le calcul du vecteur de perturbations. Le calcul explicite du *Hessien* a un coût numérique prohibitif ne permettant d'envisager son utilisation dans un algorithme. Cependant, il est possible de construire des algorithmes efficaces fondées sur des méthodes de l'état adjoint du second ordre pour calculer directement le produit du *Hessien* avec un vecteur (Métivier *et al.*, 2012). Cette approche nécessite la résolution de deux problèmes directs supplémentaires comparativement au calcul du gradient. Ceci permet de résoudre le système d'équations normales $\mathcal{H}\Delta\mathbf{m} = -\mathcal{G}$ (équation 3.9) avec un solveur itératif de type gradient conjugué ou méthode *Krylov*. La difficulté est alors de déterminer un préconditionnement correct permettant de limiter le nombre d'itérations linéaires, chaque itération nécessitant le calcul des variables d'état et adjointes à raison de deux problèmes direct par source.

Les **méthodes quasi-Newton** représentent une alternative intéressante aux méthodes de résolution présentées précédemment en permettant de réaliser des estimations implicites du Hessien et/ou de son inverse. L'algorithme *l-BFGS*, pour *limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*, (Nocedal, 1980; Nocedal & Wright, 2006), permet d'estimer le Hessien en considérant, en nombre limité ($> \text{limited-memory}$), les gradients et les modèles obtenus aux itérations précédentes. Cet algorithme permet d'obtenir, grâce à la formulation implicite, directement le produit $\mathcal{H}^{-1}\mathcal{G}$ donnant le vecteur de perturbation du modèle. Cette méthode peut fournir une convergence aussi rapide que la méthode *Newton* si le terme de second ordre du *Hessien* n'a pas une importance trop forte c.

3.4 Le gradient

3.4.1 Construction et interprétation du gradient

J'ai présenté précédemment diverses méthodes de résolution du problème d'optimisation locale basée sur le calcul du gradient de la fonction coût \mathcal{G} . Ce gradient, liant les données aux paramètres \mathbf{m}_l du modèle (dérivées de *Fréchet*, équation 3.5), possède une signification du point de vue de l'inversion de forme d'onde. Je présente ci-après une interprétation physique du gradient ainsi que la méthode permettant de le construire en suivant les travaux de Pratt *et al.* (1998).

La différenciation de l'expression du problème direct $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{s}$ (équation 1.22) par rapport un élément m_l du modèle \mathbf{m} nous permet d'obtenir :

$$\mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{m}_l} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{m}_l} \mathbf{v} \quad . \quad (3.19)$$

Par analogie avec l'expression du problème direct (équation 1.22), nous pouvons assimiler le champ aux dérivées partielles $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{m}_l}$ à un champ propagé par \mathbf{B} et généré par une source $-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{m}_l} v$.

Ce terme de source est composé de deux éléments distincts. La dérivée de la matrice d'impédance \mathbf{B} par rapport au paramètre m_l du modèle permet de former une matrice creuse où les termes non-nuls ne sont reliés qu'à la diffraction générée par une perturbation du paramètre m_l . Cette matrice correspond donc au diagramme de rayonnement du paramètre m_l (Forgues, 1996). Nous pouvons en déduire que le support spatial de cette source secondaire est centré sur la position du point diffractant m_l et que son support temporel est centré sur le temps d'arrivée de l'onde incidente au point m_l . Nous en déduisons que les dérivées partielles du champ d'onde par rapport aux paramètres du milieu représentent le champ d'onde diffracté par les hétérogénéités manquantes dans le modèle initial.

Le gradient $\mathcal{G}(\mathbf{m})$ est la corrélation à décalage nul en temps (produit en domaine fréquentiel) entre un champ d'onde aux dérivées partielles $\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$ et le vecteur des résidus $\Delta \mathbf{d}$. La construction explicite de la matrice des dérivées de *Fréchet* nécessite autant de problèmes directs par source qu'il y a de paramètres discrétisant le milieu, ce qui représente un coût de calcul prohibitif. Cependant, il est possible de montrer que, en exploitant la réciprocité spatiale des fonctions de *Green*, ce coût peut se ramener à autant de simulations que le nombre de positions non-redondantes de sources et de récepteurs (Shin *et al.*, 2001).

Alternativement, la méthode de l'état adjoint (Lions, 1972) permet de calculer le gradient de la fonction coût en effectuant deux simulations par tirs (ou récepteurs, en vertu de la réciprocité). Dépendant de la configuration de l'acquisition, l'approche de l'état adjoint peut se révéler beaucoup plus rapide que celle nécessitant le calcul explicite de \mathbf{J} . Je décris ci-après les principales étapes dans la section suivante le formalisme de l'état adjoint appliqué à l'*inversion des formes d'ondes complètes* (Plessix, 2006).

3.4.2 Construction du gradient par le formalisme de l'état-adjoint

Nous considérons une équation d'état \mathcal{F} , relative au problème direct, et la fonctionnelle h définies telles que :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\mathbf{v}(\mathbf{m}), \mathbf{m}) &= \mathbf{B}(\mathbf{m})\mathbf{v}(\mathbf{m}) - \mathbf{s} = 0 \quad , \\ h(\mathbf{v}, \mathbf{m}) = \mathcal{C}(\mathbf{m}) &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^\dagger \Delta \mathbf{d} = \frac{1}{2} \|\mathbf{v} - \mathbf{d}_{obs}\|^2 \quad . \end{aligned} \quad (3.20)$$

où \mathbf{v} appartient à l'espace V . Nous définissons une fonctionnelle augmentée \mathcal{L} (Lagrangien) composée des équations (3.20) :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\tilde{\lambda}, \mathbf{m}) &= h(\mathbf{m}) - \langle \tilde{\lambda}, \mathcal{F}(\mathbf{m}) \rangle \quad , \\ &= \Re \left[\frac{1}{2} \| -\mathbf{d}_{obs} \|^2 - \langle \tilde{\lambda}, \mathbf{B}(\mathbf{m}) - \mathbf{s} \rangle \right] \quad ,\end{aligned}\tag{3.21}$$

où $\tilde{\lambda} \in V^*$ (espace conjugué de V) et $\mathbf{m} \in V$. et $\tilde{\lambda}$ sont posé comme indépendant de \mathbf{m} . Le but est de calculer le gradient de \mathcal{C} . \mathbf{v} et λ appartenant tous deux à l'espace V et étant dépendant de \mathbf{m} .

Pour ce couple (\mathbf{v}, λ) , la dérivée \mathcal{L} par rapport à $\tilde{\lambda}$ nous ramène à à l'équation d'état \mathcal{F} (équation 3.20) :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{v}, \lambda, \mathbf{m})}{\partial \tilde{\lambda}} = -\mathcal{F}(\mathbf{v}, \mathbf{m}) = 0 \quad .\tag{3.22}$$

Pour ce même couple, la dérivée de \mathcal{L} par rapport à \mathbf{m} nous donne l'équation de l'état-adjoint où la variable λ annule cette dérivée :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{v}, \lambda, \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} = 0 = \frac{\partial h(\mathbf{v}, \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} - \left(\frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{v}, \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)^\dagger \lambda = \mathcal{P}_d^T \Delta \mathbf{d} - \mathbf{B}^\dagger \lambda \quad ,\tag{3.23}$$

où \mathcal{P}_d est un opérateur de projection des résidus $\Delta \mathbf{d}$ dans l'espace des modèles. Lorsque \mathbf{v} et λ satisfont les équations d'état et adjointes :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{v}, \lambda, \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} = \frac{\partial \mathcal{C}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}\tag{3.24}$$

$$= -\langle \lambda, \frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{v}, \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \rangle = -\Re \left[\langle (\mathbf{B}^{-1})^\dagger \mathcal{P}_d^T \Delta \mathbf{d}, \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{m}} \right) \mathbf{v} \rangle \right]\tag{3.25}$$

$$= -\Re \left[\mathbf{v}^T \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{m}} \right)^T (\mathbf{B}^{-1})^T \mathcal{P}_d^T \Delta \mathbf{d}^* \right] \quad .\tag{3.26}$$

L'inverse de la matrice d'impédance \mathbf{B} contient la réponse impulsionnelle du milieu. La matrice \mathbf{B}^{-1} est par conséquent d'une matrice contenant les fonctions de *Green* pour chaque élément du milieu. L'opérateur \mathcal{B} étant symétrique, nous pouvons profiter de la réciprocité des fonctions de *Green* (Clearbout, 1976) qui nous permet d'introduire la relation $(\mathbf{B}^{-1})^T = \mathbf{B}^{-1}$. Nous pouvons donc écrire la formulation finale du gradient de la fonction coût \mathcal{C} :

$$\mathcal{G}_{m_i} = \Re \left[\mathbf{v}^T \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial m_i} \right]^T \mathbf{B}^{-1} \mathcal{P}_d^T \Delta \mathbf{d}^* \right] \quad ,\tag{3.27}$$

où le terme $\mathbf{B}^{-1}\mathcal{P}_d^T\Delta\mathbf{d}^*$ correspond au champ d'onde rétropropagé \mathbf{r} ayant pour source les résidus aux positions des récepteurs. La formulation (3.27) montre que l'ensemble des gradient \mathcal{G}_{m_i} peuvent être obtenus en pondérant le produit du champ incident \mathbf{v} et du champ rétropropagé \mathbf{r} par le diagramme de rayonnement associé ($\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial m_i}$). Le gradient complet peut donc être obtenu en ne réalisant que deux problèmes directs par source : le champ incident \mathbf{v} (variable d'état) et le champ rétropropagé \mathbf{r} (variable adjointe).

La construction du gradient nécessite la construction du champ rétropropagé dans le milieu ayant pour source le conjugué des résidus ($\Delta\mathbf{d}^*$) aux positions des récepteurs. Le champ rétropropagé peut être assimilé à une propagation en sens inverse du temps et ainsi être relié au principe de renversement temporel (Fink, 1993). Le renversement temporel permet de créer une focalisation maximum à la source primaire en propageant des champs d'onde mesurés en différents points du milieu. Par analogie, le fait de propager les résidus dans le milieu depuis les récepteurs permet donc de focaliser les résidus aux positions des hétérogénéités absentes du modèle \mathbf{m}^{k-1} par corrélation entre le champ incident et le champ rétropropagé.

3.4.3 Pouvoir de résolution de l'inversion des formes d'ondes complètes

L'inversion de forme d'onde a été développé, à l'origine, pour des configurations d'exploration sismique utilisant des sources actives. Dans ce cadre particulier de tomographie en diffraction, une analyse de la résolution spatiale du gradient a été proposée par Sirgue & Pratt (2004). Nous considérons un milieu homogène caractérisé par une vitesse de propagation des ondes c et possédant un réflecteur plan horizontal à sa base. Le vecteur du nombre d'onde \vec{k} représentatif des fréquences spatiales localement imagées dans le milieu est donnée par l'expression suivante :

$$\vec{k} = \frac{2f}{c}\cos\Theta 2\vec{n} \quad , \quad (3.28)$$

où f est la fréquence, Θ l'angle d'ouverture formé entre l'onde incidente et l'onde diffractée par le réflecteur et \vec{n} le vecteur unitaire orienté dans le sens de la lenteur. La figure 3.2a donne une représentation schématique de la construction du vecteur du nombre d'onde dans la configuration décrite précédemment.

L'équation 3.28 montre que le vecteur nombre d'onde \vec{k} est contrôlé à la fois par la fréquence f et l'angle d'ouverture Θ . Le contrôle redondant de ces deux paramètres sur le nombre d'onde est illustré sur la figure 3.3. Ces illustrations montre que le module du vecteur nombre d'onde \vec{k} , à une fréquence donnée (5Hz), diminue avec l'augmentation de l'angle d'ouverture Θ , et que son module à un angle d'ouverture donné (120 degrés) augmente avec la fréquence.

Plusieurs conclusions peuvent être déduite de l'équation (3.28). Tout d'abord, dans la cadre d'acquisitions de surface et d'une ouverture nulle ($\Theta = 0$), la résolution verticale

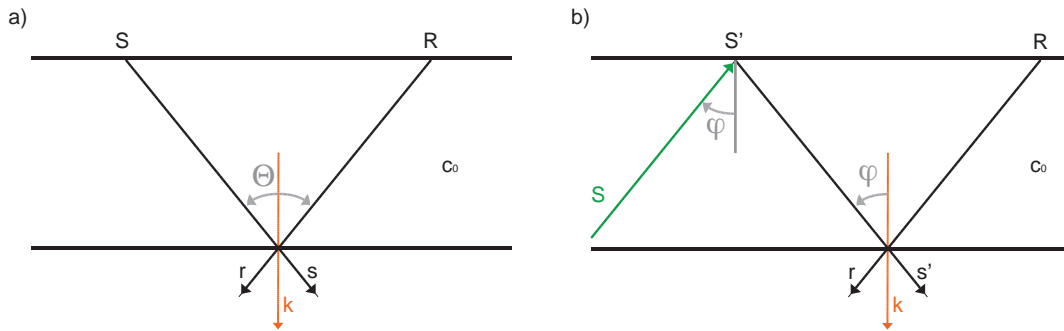


FIGURE 3.2 – Représentation schématisques de la construction du nombre d’onde pour (a) une configuration d’exploration sismique (source localisée à la surface) et (b) une configuration télé-sismique (source provenant de la base du modèle).

maximale est de $\lambda/2$. Nous pouvons également noter que les plus faibles nombre d’onde sont échantillonnés par les plus basses fréquences et plus grands angles. Ceci justifie l’approche hiérarchique, déjà présentée dans l’introduction et illustrée sur la figure 14, qui consiste à reconstruire d’abord les grandes structures du modèle et d’y ajouter progressivement les détails. Ceci permet de réduire la non linéarité de l’inversion en élargissant le bassin d’attraction de la fonction coût au début du processus d’inversion et également de s’affranchir de phénomènes de *saut de phase*.

Cependant, dans le cadre de configurations télé-sismiques, les ondes se propagent de la base du modèle jusqu’à la surface. Cette configuration engendre un régime de propagation en transmission et correspond à des angles d’ouvertures Θ extrêmement grands et donc un échantillonnage du milieu limité aux plus faibles nombres d’ondes. Néanmoins, la surface libre, par la réflexion et la conversion des ondes incidentes, se comporte comme une source secondaire en surface. Cette source secondaire permet d’obtenir des angles d’ouverture plus faibles et par conséquent, pour une même bande de fréquence, un échantillonnage du milieu faisant intervenir des nombres d’onde plus élevés. La figure 3.4 présente la construction d’un gradient dans un milieu homogène ($c = 2000m.s^{-1}$) sans condition de surface libre, pour une source et un récepteur, dans le cas d’une source ponctuelle proche de la surface (configuration d’exploration sismique) et dans le cas d’une source plane partant de la base du modèle (configuration télé-sismique). La sensibilité maximum du gradient aux perturbations du modèle se situe dans la première zone de Fresnel. Lorsque la source se trouve dans le milieu (figure 3.4a), la première zone de Fresnel, bornée par la position de la source et du récepteur, est complète et permet par conséquent de focaliser précisément les perturbations du modèle. Lorsque la source est extérieure au modèle (cas de l’onde plane), la première zone de Fresnel est tronquée, entraînant une moins bonne focalisation des perturbations du modèle.

La figure 3.5 illustre l’apport de la condition de surface libre dans le processus d’inversion. L’inversion est réalisée pour le modèle canonique présenté dans le chapitre 2 et possédant le même réseau de récepteurs. Les modèles initiaux de vitesse des ondes P (V_P) et de vitesse des ondes S (V_S) pour l’inversion sont des modèles homogènes

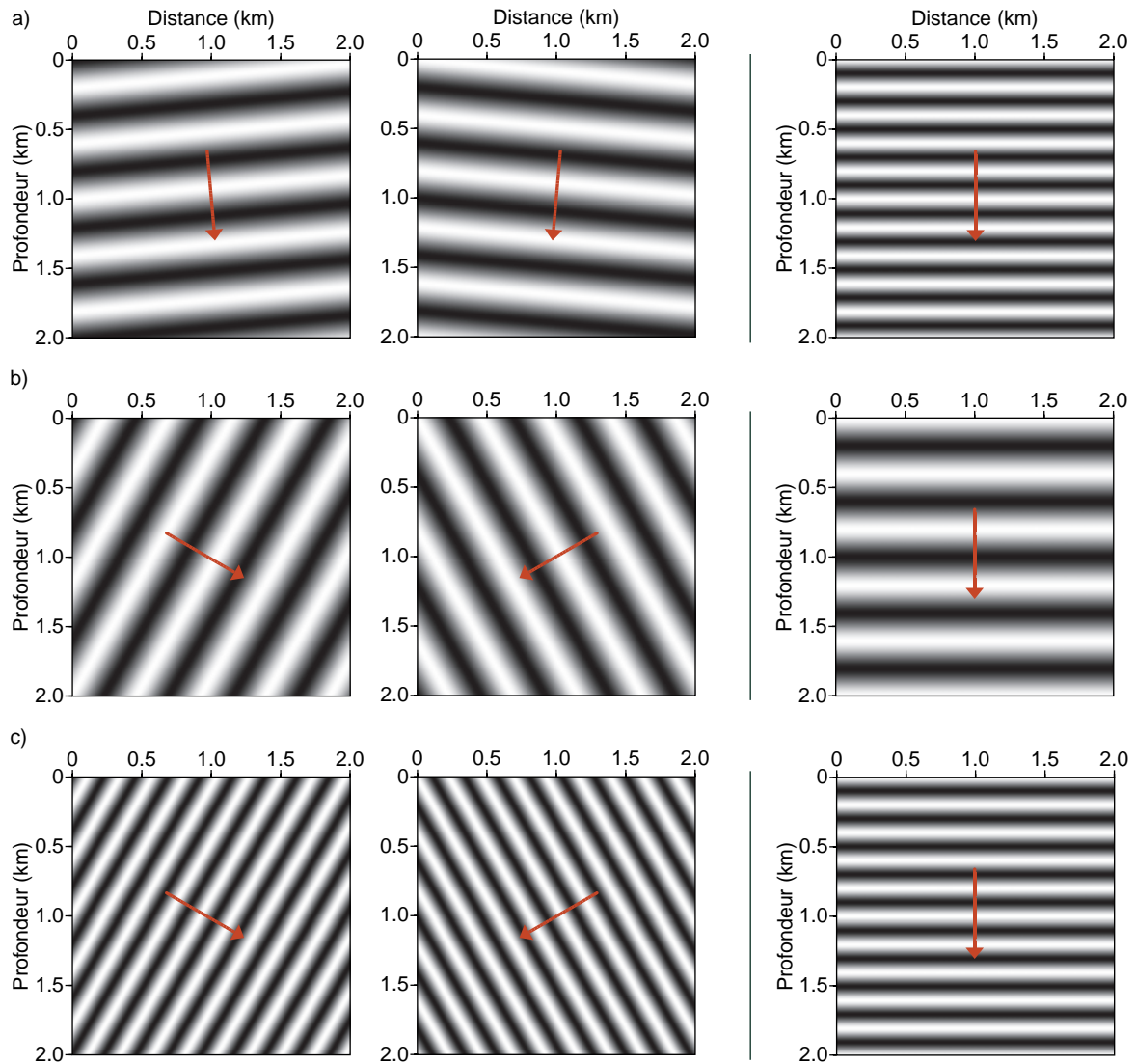


FIGURE 3.3 – Illustration du contrôle de la fréquence f et de l'angle d'ouverture Θ sur le nombre d'onde k . Les trois colonnes correspondent respectivement à l'onde plane monochromatique au champ incident et au champ diffracté dans une approximation en champ lointain. Les résultats ont été obtenus, dans l'approximation acoustique, pour un milieu homogène ($c = 2000m.s^{-1}$). Les figures dans la troisième colonne sont obtenues par multiplication des champs monochromatiques présentés dans les deux précédentes colonnes et représente de ce fait le noyau de sensibilité de l'inversion des formes d'ondes au sens de l'approximation de Born. (a) Pour une fréquence de 5 Hz et un angle d'ouverture de 10 degrés, (b) pour une fréquence de 5 Hz et un angle d'ouverture de 120 degrés, et (c) pour une fréquence de 10 Hz et un angle d'ouverture de 120 degrés.

possédant les propriétés physique de l'encaissant. Sept sources planes sont utilisées ($\phi = -30^\circ, -20^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$) et l'inversion séquentielle est réalisée pour 10

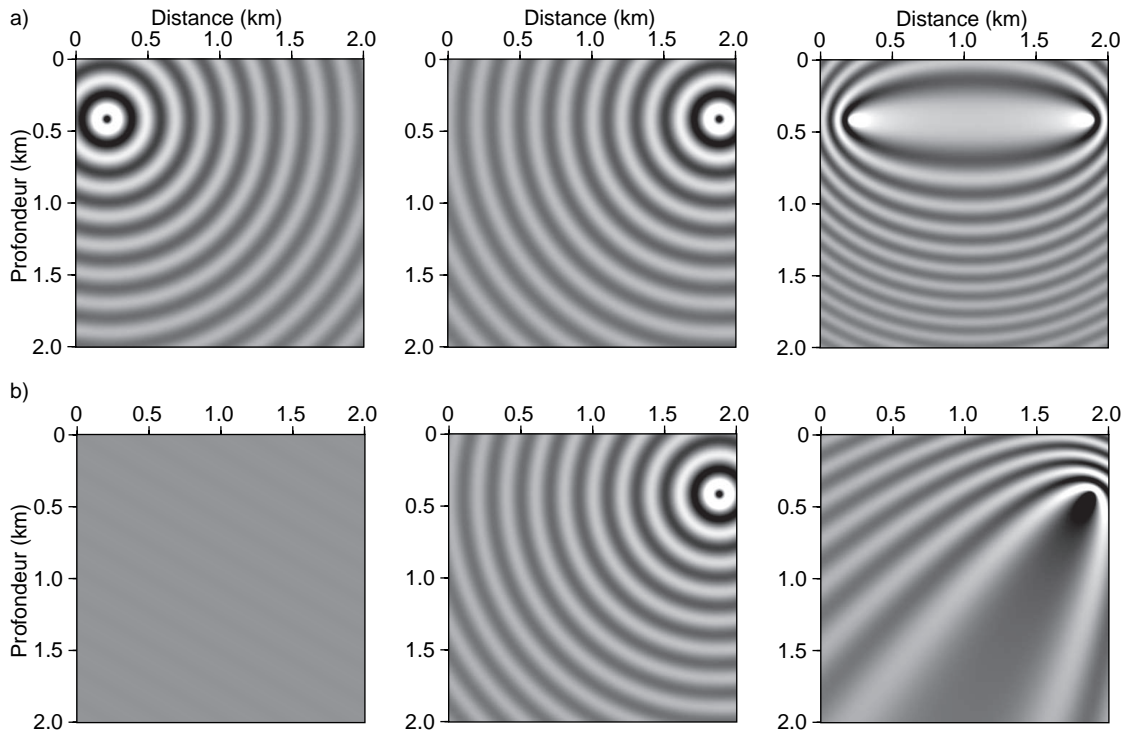


FIGURE 3.4 – Illustration qualitative de la construction du gradient dans l'approximation acoustique (paramètre V_P uniquement) pour (a) une source ponctuelle et (b) un source téléseismique. La première colonne correspond aux champ monochromatique généré par la source dans le milieu, la deuxième au champ monochromatique généré par les résidus rétropropagé depuis la position du récepteur et la troisième au produit des deux champs précédents.

fréquences discrètes ($f = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \text{ Hz}$).

Les figures 3.5(a,b) présentent les résultats de l'inversion élastique sans condition de surface libre pour les modèles (a) V_P et (b) V_S . Dans ce cas, où la propagation est limitée à la transmission, l'inclusion est mal reconstruite en terme d'amplitude et apparaît étirée sur les deux modèles reconstruit. Le modèle V_S présente également une zone de perturbation localisée sous l'inclusion et d'amplitude assez forte comparée à l'inclusion reconstruite. Au contraire, les figures 3.5(c,d) présentant les résultats de l'inversion élastique avec une condition de surface libre montrent que l'inclusion est mieux contrainte spatialement et mieux reconstruite en terme d'amplitude. Ceci peut être relié au fait que dans le cas d'une propagation en transmission d'une onde purement compressive, le champ d'onde S_V n'est lié qu'à la diffraction du champ incident sur l'inclusion.

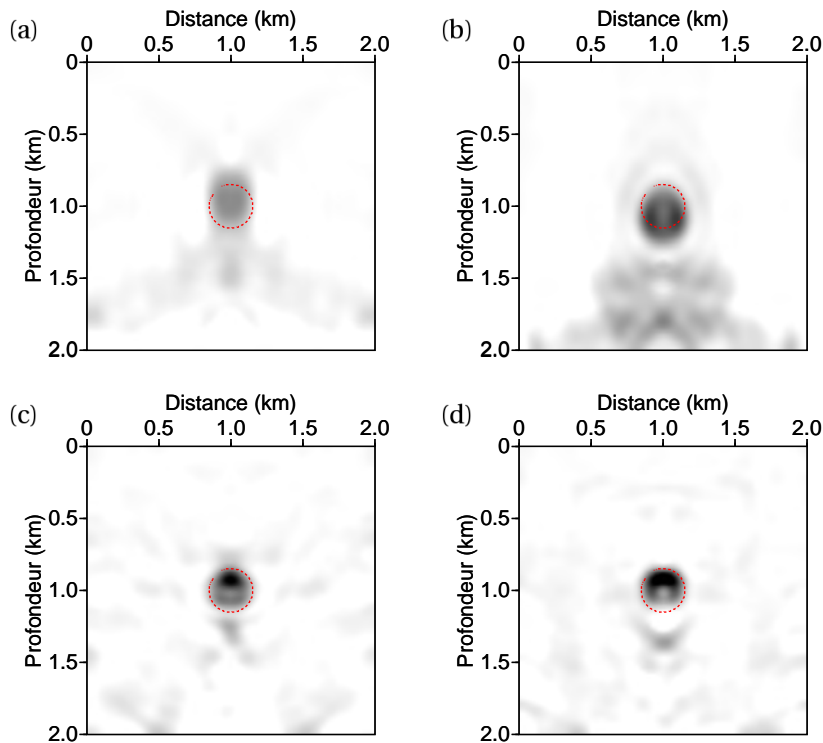


FIGURE 3.5 – Illustration de l’apport de la condition de surface libre dans l’inversion d’un modèle canonique simple. (a,b) Résultats de l’inversion sans condition de surface libre pour (a) V_p et (b) V_s . (c,d) Résultats de l’inversion avec condition de surface libre pour (c) V_p et (d) V_s .

3.4.4 Influence de l’échantillonnage en nombre d’onde

La figure 3.6 présente des résultats d’*inversion des formes d’ondes complètes* acoustiques pour le modèle synthétique de suture océanique présenté dans le chapitre 2. Le modèle initial utilisé pour l’inversion est présenté dans la figure 3.6a et correspond à une version lissée du modèle vrai. Pour l’inversion, neuf ondes planes ont été utilisées avec des angles d’incidence allant de -30 à 30 degrés et un $\Delta\phi$ de 5 degrés. Les inversions ont été réalisées pour 7 fréquences (figure 3.6b) et 24 fréquences (figure 3.6c) comprises en 0.2 et 2 Hz et 151 récepteurs positionnés à la surface libre et espacés de 2 km. La figure 3.6b présente une périodisation verticale d’une structure reproduisant la forme du *Moho* avec une période de l’ordre de 20 km. Cette périodisation est également visible sur le profil de vitesse présenté sur la figure 3.6d. Au contraire, le résultat présenté sur la figure 3.6c, utilisant 24 fréquences, ne présente pas cette répétition de structure, ou du moins, d’une manière beaucoup moins prononcée. Cette répétition apparaît donc liée directement à l’échantillonnage de la bande passante en fréquence et donc par conséquent à l’échan-

tillonnage en nombre d'onde k . La période P_λ peut être reliée au pas d'échantillonnage en nombre d'onde Δk par la relation :

$$P_\lambda = \frac{1}{\Delta k} \quad . \quad (3.29)$$

La périodisation de la structure se faisant selon la vertical, nous pouvons considérer un Δk purement vertical issu de l'équation 3.28, négligeant de fait l'angle d'ouverture ϕ :

$$\Delta k = \frac{2\Delta f}{c} \quad . \quad (3.30)$$

Les résultats d'inversion ont été réalisés pour une bande passante en fréquence échantillonnée par 7 fréquences soit un Δf de 0.2 Hz et 24 fréquences soit un Δf de 0.05 Hz. Les équations 3.29 et 3.30 nous permettent ainsi de déterminer que les périodes T correspondantes sont respectivement de 20.5 km et de 82 km. Le *Moho*, qui est le principal réflecteur du modèle, est donc périodisé dans le résultat présenté sur la figure 3.6b à cause d'un échantillonnage en fréquence trop lâche. Cette périodisation augmente avec la densification de l'échantillonnage de la bande passante en fréquence permettant ainsi de faire presque disparaître la répétition du *Moho* dans le manteau pour le résultat présenté figure 3.6c. Cependant, cette répétition semble apparaître à la base du modèle, à environs 110 km de profondeur soit à 80 km de profondeur depuis le *Moho* mais n'est pas clairement visible sur le profil de vitesse figure 3.6d. Nous pouvons donc nous assurer de la suppression de l'effet de périodisation en choisissant une période T supérieur au égale à la profondeur du modèle, ce qui nous ramène à un Δf inférieur ou égal à 0.035 Hz.

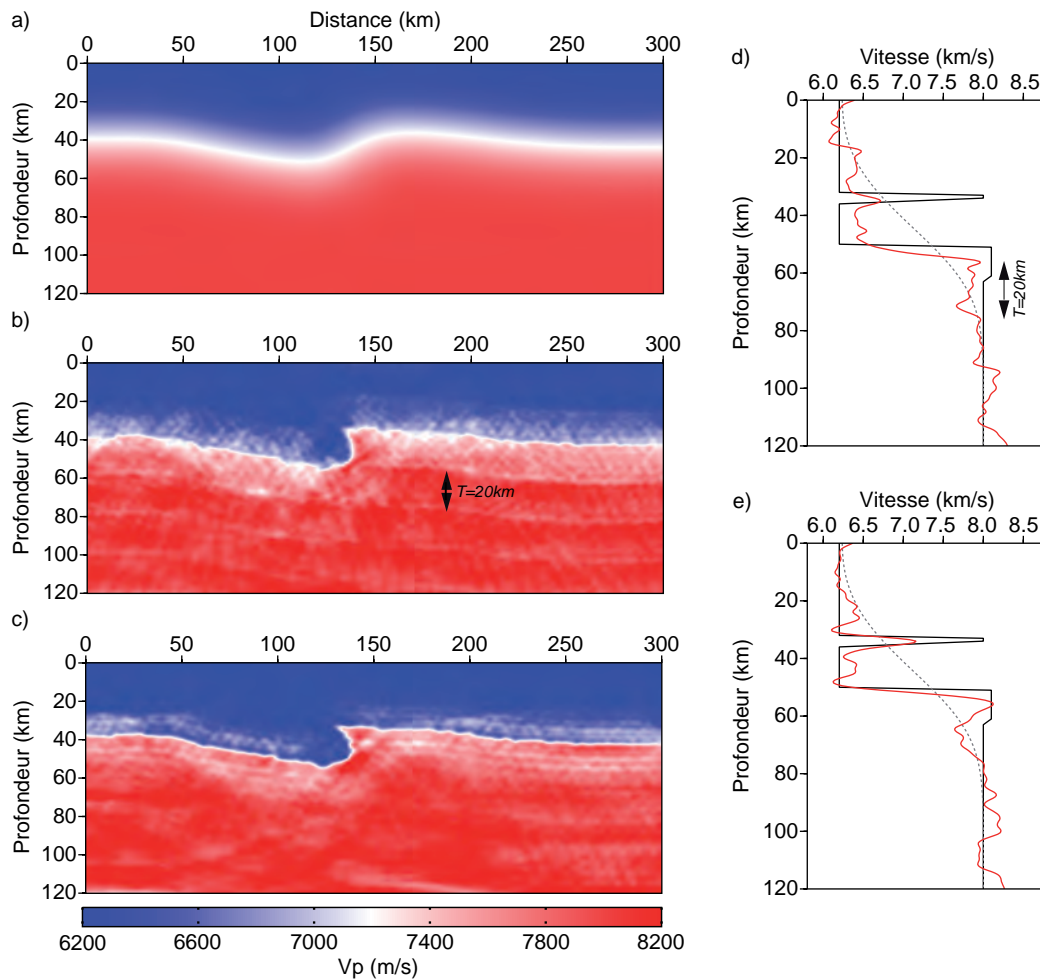


FIGURE 3.6 – Illustration du phénomène de repliement spatial d’un réflecteur. (a) Modèle initial utilisé pour l’inversion de forme d’onde acoustique. (b) Résultat de l’inversion acoustique utilisant 7 fréquences dans une bande passante allant de 0.2 à 2 Hz. (c) Résultat de l’inversion acoustique utilisant 24 fréquences pour une bande passante allant de 0.2 à 2 Hz. (c-d) Profils de vitesse du modèle vrai (ligne noire), du modèle initial (ligne grise) et du modèle reconstruit (ligne rouge) à une distance de 130 km pour (c) le résultat de l’inversion utilisant 7 fréquences et (d) le résultat de l’inversion utilisant 24 fréquences.

3.5 Prise en compte de l'obliquité dans l'inversion

J'ai présenté dans le chapitre dédié à la modélisation comment il est possible de prendre en compte l'obliquité de l'onde plane dans le cadre d'une propagation dans un plan $2D$. Le gradient et le Hessien (équations (3.8 et (3.8)) dépendant directement des données calculées dans le milieu, il est nécessaire de corriger chaque gradient et Hessien associés à une obliquité ϕ afin de les replacer dans le plan $2D$ défini par les récepteurs. En utilisant la règle de dérivation en chaîne sur l'expression du gradient :

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \mathbf{m}} = \frac{\partial \mathcal{C}_a}{\partial \mathbf{m}_a} \frac{\partial \mathbf{m}_a}{\partial \mathbf{m}} \quad , \quad (3.31)$$

où \mathcal{C}_a est la fonction coût associée au modèle apparent \mathbf{m}_a tel que $\mathbf{m}_a = \mathbf{m} \chi$ (équation 2.19). Nous pouvons donc en déduire la correction de l'obliquité pour le gradient :

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_a \chi \quad . \quad (3.32)$$

De la même manière, la correction de l'obliquité sur le Hessien est donnée par :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_a \chi^2 \quad . \quad (3.33)$$

3.6 Algorithme de l'inversion des formes d'ondes complètes

L'*inversion des formes d'ondes complètes* est basé sur un algorithme structurée en quatre boucles imbriquées (algorithme 1).

La première boucle parcourt les groupes de fréquences. Ces groupes de fréquences contiennent plusieurs fréquences discrètes successives qui seront inversées simultanément. Grouper les fréquences permet de réduire la non-linéarité de l'inversion en tirant bénéfice de la redondance d'information existante entre chaque fréquence discrète et limite l'influence sur l'inversion du bruit non-cohérent présent dans les données. L'influence de l'utilisation de groupes de fréquences est présentée dans le chapitre suivant présentant une analyse paramétrique de l'*inversion des formes d'ondes* pour des configurations télésismiques.

La deuxième boucle gère l'amortissement temporel des données grâce à l'utilisation des fréquences complexes (Brossier, 2011b). Cette approche permet de traiter hiérarchiquement les différentes phases du signal en commençant par les premières arrivées et progressant vers les arrivées les plus tardives, ce qui équivaut à un fenêtrage en temps des données. Cette approche a été conservée dans l'algorithme d'inversion des formes d'ondes complètes adapté aux configurations télésismiques mais n'a cependant pas été utilisé au cours de ce travail de thèse.

La troisième boucle parcourt les itérations effectuées pour chaque groupe de fréquences. A la fin de chaque itération, un modèle de vitesse mis à jour est généré et est utilisé comme modèle initial à l'itération suivante.

La prise en compte de l'obliquité fait intervenir de nouvelles étapes et une nouvelle boucle dans l'algorithme comme présenté sur l'algorithme 2. Dans un premier temps, après la boucle sur les itérations, les sources sont triées et groupées selon la valeur du facteur de correction d'obliquité dépendant de l'incidence et de l'obliquité. Avant la boucle sur les fréquences contenues dans le groupe de fréquences, une boucle sur les groupes d'obliquité est insérée. Cette boucle permet de générer le modèle de vitesse apparente correspondant au groupe d'obliquité avant la construction et la factorisation de la matrice d'impédance. Dans la boucle sur les fréquences, le gradient et le Hessien sont corrigés de l'obliquité.

Algorithm 1 Algorithme standard pour l'*inversion des formes d'ondes complètes*

```

1: Set starting model
2: for  $\omega_{group} = 1$  to  $N\omega_{group}$  do
3:   for  $\tau = 1$  to  $N\tau$  do
4:     for  $iter = 1$  to  $Niter_{max}$  do
5:       Initialization of gradient, diagonal Hessian and cost function
6:       Read starting model
7:       for  $\omega = 1$  to  $N\omega$  do
8:         Build matrix A
9:         Facto MUMPS
10:        Compute Hessian
11:        Compute gradient
12:      end for
13:      Reduce RMS
14:      Centralize the gradient and the diagonal Hessian
15:      Scale the gradient by the diagonal Hessian
16:      Compute step length
17:      Update velocity model
18:    end for
19:  end for
20: end for

```

Algorithm 2 Algorithme avec correction de l'obliquité pour l'inversion des formes d'ondes complètes

```

1: Set starting model
2: for  $\omega_{group} = 1$  to  $N\omega_{group}$  do
3:   for  $\tau = 1$  to  $N\tau$  do
4:     for  $iter = 1$  to  $Niter_{max}$  do
5:       Initialization of gradient, diagonal Hessian and cost function
6:       Read starting model
7:       Sort sources in obliquity groups
8:       for  $iob = 1$  to  $Nob$  do
9:         Compute obliquity factor
10:        Multiply initial velocity model by the obliquity factor
11:        Multiply the background velocity model by the obliquity factor
12:        for  $\omega = 1$  to  $N\omega$  do
13:          Build matrix A
14:          Facto MUMPS
15:          Compute Hessian ; correct Hessian by obliquity factor
16:          Compute gradient ; correct gradient by obliquity factor
17:        end for
18:      end for
19:      Reduce RMS
20:      Centralize the gradient and the diagonal Hessian
21:      Scale the gradient by the diagonal Hessian
22:      Compute step length
23:      Update velocity model
24:    end for
25:  end for
26: end for

```

Deuxième partie

Analyse paramétrique

Chapitre 4

Analyse paramétrique

Sommaire

4.1	Introduction	106
4.2	Analyse paramétrique	107
4.3	abstract	107
4.4	Introduction	108
4.5	Method	112
4.5.1	Frequency-domain elastic plane-wave seismic modelling	112
4.5.2	Frequency-domain elastic FWI	116
4.5.3	Accounting for obliquity in seismic modeling and inversion	120
4.6	Sampling, resolution and non-linearity issues in teleseismic FWI	120
4.7	Parametric analysis of teleseismic FWI	124
4.7.1	The lithospheric SEG/EAGE overthrust model	124
4.7.2	Transmission versus reflection FWI of teleseismic data	125
4.7.3	Conjute-gradient versus L-BFGS quasi-Newton optimization	126
4.7.4	Influence of frequency sampling	126
4.7.5	Influence of incidence-angle sampling and bandwidth	127
4.7.6	Impact of receiver sampling	129
4.7.7	Which initial model and starting frequency do we need?	129
4.7.8	Resolution analysis by checkerboard tests	130
4.8	Discussion and conclusions	131
4.9	Acknowledgments	133
4.10	Appendix A : Correction for obliquity	133
4.11	<i>Migration ray+Born versus inversion de formes d'ondes complètes.</i>	159
4.12	Conclusion	161

4.1 Introduction

L'imagerie des structures terrestres par *inversion de formes d'ondes complètes* et les méthodes de *migration du champ diffracté* sont actuellement l'objet de nombreuses études aux échelles de l'exploration sismique et constituent des sujets d'intérêts majeurs de de l'industrie, notamment pour la détection des hydrocarbures. Ces méthodes ont fait l'objet de diverses analyses de résolutions et de paramétrisations. Pour l'*inversion de formes d'ondes complètes* en domaine fréquentiel, qui nous intéresse dans ce travail, nous pouvons notamment citer les travaux de Pratt (1990a); Pratt & Worthington (1990); Pratt (1990b); Pratt & Sams (1996); Sirgue & Pratt (2004) et Brenders & Pratt (2007b,a). Tous ces auteurs ont permis, grâce à leurs résultats, de faire avancer la compréhension de la méthode. Ainsi, nous savons que l'*inversion de formes d'ondes complètes* en domaine fréquentiel peut se limiter à l'utilisation de quelques fréquences discrètes grâce à la redondance en nombre d'onde dans les données. Nous savons également que cette méthode s'avère efficace numériquement en s'appuyant sur l'utilisation de solveur direct, rendue possible par la combinaison de la décimation en fréquences et la nature multi-sources des acquisitions dédiées à l'exploration sismique.

Récemment, le développement de réseaux denses de stations sismologiques à large bande à amené au développement de méthodes haute résolution pour l'imagerie lithosphérique. Bostock *et al.* (2001) adaptèrent ainsi la méthode de *migration/inversion ray+Born* aux configurations télésismiques. Cette méthode fût d'abord l'objet d'une analyse de résolution réalisée par Shragge *et al.* (2001) avant d'être appliquée aux données télésismiques du projet *CASC93* par Rondenay *et al.* (2001). Suivant la même direction, nous avons adaptés un algorithme d'*inversion de formes d'ondes complètes*, initialement développé pour l'exploration sismique, aux configurations télésismique pour l'imagerie lithosphérique.

Je présente dans cette chapitre une analyse paramétrique de l'*inversion de formes d'ondes complètes* dans le cadre de l'imagerie lithosphérique à partir de données télésismiques afin d'identifier les principaux facteurs pouvant influencer la qualité des modèles de vitesse de propagation des ondes P et S . Dans l'article ci-après, nous explorons ainsi l'impact de la prise en compte de la surface libre, de l'échantillonnage de la bande de fréquence, de l'éclairage de la cible et de l'espacement entre les stations. Les très basses fréquences contenues dans le signal télésismiques nous amène également à nous intéresser au modèle initial pour l'inversion. Les basses fréquences permettant de reconstruire les grandes longueurs d'ondes du milieu, nous explorons la capacité de la méthode à reconstruire des modèles de vitesses en partant de modèles initiaux simples tels que des modèle mono-dimensionnel et des modèles homogènes.

La bande passante des angles d'ouverture échantillonnée par une configuration télésismique est beaucoup plus étroite et beaucoup moins bien échantillonnée que celle fourni par une acquisition d'exploration sismique, ce qui entraîne une perte dans la continuité de la couverture en nombre d'onde. Pour retrouver une couverture continue du milieu en nombre d'onde, nous pouvons soit densifier l'échantillonnage de la bande de fréquence, soit densifier l'échantillonnage de la bande passante des angles d'ouvertures. Nous montrons

que l'inversion de formes d'ondes complètes s'avère beaucoup plus sensible à l'échantillonnage en fréquence qu'à celui en angle d'ouverture. Par conséquent, la stratégie consistant à décimer le nombre de fréquences impliquées dans l'inversion n'est pas applicable aux configurations télésismiques. Nous pouvons toutefois noter que, même si la densification échantillonnage en angle d'ouverture n'a que peu d'impact sur la qualité de reconstruction du modèle, un déficit en angles d'ouvertures sub-verticaux impacte la résolution verticale des structures horizontales.

Les acquisitions sismologiques sont caractérisées par un faible nombre de stations espacées de 5 à 20 km le long de profils pouvant atteindre 300 km. Cette espacement entre les stations amène, lors de l'inversion, à des phénomènes de repliement sous la surface libre. Nous montrons qu'inverser les fréquences en groupes plutôt que séquentiellement permet d'obtenir une reconstruction acceptable des modèles de vitesse des ondes P et S pour un espacement entre les récepteurs allant jusqu'à 20 km.

La construction du modèle initial pour l'inversion de formes d'ondes complètes est un problème clé de l'exploration sismique. Nous montrons comment le contenu basse fréquence des sources télésismiques peut nous permettre de reconstruire des modèles de vitesse précis des ondes P et S à partir d'un modèle de gradient de vitesse vertical.

Finalement, la résolution de l'inversion de forme d'onde complète est évaluée au moyen de tests en damier et confirme une résolution de l'ordre de la longueur d'onde à la fois pour les vitesses de propagation des ondes P et les vitesses de propagation des ondes S .

Tous les résultats présentés ci-après ont été obtenus dans le cadre d'inversions de modèles synthétiques sans ajout de bruit dans les données et sont axés uniquement sur la reconstruction des vitesses des ondes P et S . L'impact du bruit, ainsi que l'empreinte potentielle d'autres paramètres expérimentaux, comme par exemple l'estimation de la signature de la source, n'ont pas été évalués.

4.2 Analyse paramétrique

A parametric analysis of two-dimensional elastic full waveform inversion of teleseismic data for lithospheric imaging

Damien Pageot, Stéphane Operto, Martin Vallée, Romain Brossier, and Jean Virieux

Submitted to Geophysical Journal International

4.3 abstract

The development of dense networks of broadband seismographs make teleseismic data amenable to full-waveform inversion (FWI) methods for high-resolution lithospheric

ric imaging. We present a parametric analysis of frequency-domain FWI in the framework of lithospheric imaging from teleseismic data to identify the main factors that impact on the quality of the reconstructed compressional (P)-wave and shear (S)-wave speed models. Compared to controlled-source seismology, the main adaptation of FWI to teleseismic configuration consists of the implementation of plane-wave sources that impinge on the base of the lithospheric target located below the receiver network at an arbitrary incidence angle. Comparisons between the characteristic scales involved in exploration geophysics and in teleseismic seismology suggest that the resolution gain provided by full waveform technologies should be of the same order of magnitude for both applications. We first show the importance of the surface-reflected wavefield to dramatically improve the resolving power of FWI by combining tomography-like and migration-like imaging through the incorporation of the forward-scattered and the back-scattered wavefields in the inversion. The resolution of FWI is assessed through checkerboard tests and confirms a resolution of the order of the wavelength for both the P and S speeds, when the full wavefield is incorporated in the inversion. Secondly, we show that computationally efficient strategies, which consist of decimating the number of frequency components involved in the inversion, do not apply to teleseismic acquisitions, because the scattering-angle bandwidth sampled by plane-wave sources can be narrow and coarsely sampled, compared to that provided by dense profiles of point sources in exploration seismology. The waveform inversion is less sensitive to the band of incidence angles spanned by the plane-wave sources and to the sampling of this band. However, the deficit of vertically propagating plane waves hampers the vertical resolution of planar layers. Aliasing artifacts created by coarse arrays of receivers are illustrated. We show how taking into account the Hessian in the inversion and the suitable management of frequencies in the inversion help to mitigate these artifacts. Acceptable reconstructions are shown for both the P-wave and S-wave speeds for a receiver spacing of up to 20 km in the 0.1 – 0.4 Hz frequency range. Building a reliable initial model for FWI is a highly nonlinear problem in exploration seismology. We show how the low-frequency content of the teleseismic sources allow us to build accurate P-wave and S-wave speed models starting from simple vertical-gradient velocity models. All of these results are derived using a realistic synthetic experiment that was performed with noise-free data. The impact of noise and the footprint of other experimental parameters such as the estimation of the temporal plane-wave source signature and the estimation of the incidence angle of the impinging plane waves, will need to be assessed in the future.

4.4 Introduction

With the massive deployment of dense multi-component broadband seismological networks in North America, Australia, Japan, and Europe, and with the increase in the computational power provided by high-performance computing, there is growing interest in the development of multichannel high-resolution tomographic approaches in earthquake seismology at the regional, continental and global scales. The most popular imaging approaches in earthquake seismology rely on receiver function analysis (Langston, 1979;

Ammon *et al.*, 1990; Ammon, 1991) and ray-theoretical traveltime tomography (Dziewonski, 1984; Nolet, 1987; Fukao *et al.*, 2001). The receiver function method attempts to localize discontinuities in the lithosphere beneath the receiver arrays from P-S-mode and S-S-mode conversions. These approaches share some similarities with migration methods in exploration seismology, in the sense that they provide a geometrical picture of the structural discontinuities but do not provide quantitative inferences of the physical properties of the subsurface. In contrast, ray-theoretical traveltime tomography provides low-resolution perturbation models around a starting model. When the sensitivity kernels of the tomography are rays, judicious *ad-hoc* smoothing regularization and/or adaptive model parametrization should be found to image the subsurface with a spatial resolution that is as consistent as possible with the theoretical sensitivity of the traveltimes. Moreover, the regularization or the parametrization should ideally be locally adapted to the uneven ray coverage of the subsurface (Wang, 1993). These difficulties prompted Dahlen *et al.* (2000) to develop finite-frequency traveltime tomography to more rigorously account for the sensitivity of the traveltimes to the Fresnel volume centered on the ray. Finite-frequency delay times are extracted by cross-correlation of recorded and modeled waveforms of selected phases, and these delay times are linearly related to the model perturbations through the single-scattering Born approximation. In the earlier developments of finite-frequency tomography, computationally efficient approaches were implemented by computing absolute and differential traveltimes by dynamic ray tracing using the paraxial approximation (Dahlen *et al.*, 2000). With the advances in high-performance computing, Chen *et al.* (2007a) and Tromp *et al.* (2005) proposed to compute the full seismic wavefields with numerical approaches, such as finite difference or finite element methods, to build the kernel of the tomography. Although the inversion remains limited to phases of selected energetic wave packets, the modeling of the full seismic wavefield allows the nonlinear relationship between the data and the subsurface parameters to be accounted for, hence making the tomography amenable to nonlinear iterative inversion where the subsurface model is updated at each iteration. This frequency-band tomographic approach based on full wavefield modeling with a robust extraction of frequency-dependent phases as data to be fitted can be implemented with the scattering-integral or adjoint-state methods (Chen *et al.*, 2007a; Tromp *et al.*, 2005). The main difference between these two approaches relies on the explicit building of the sensitivity or Fréchet derivative matrix in the scattering-integral approach, while the adjoint-state method directly builds the gradient of the misfit function through reverse-time propagation of the residual wavefields. Applications of both the scattering-integral and adjoint-state methods were presented at the regional scale by Chen *et al.* (2007b) and Tape *et al.* (2009). Woodhouse & Dziewonski (1984) developed full-waveform inversion (FWI) of the upper mantle using normal modes summation at the global scale, while partial derivatives for fitting phases and amplitudes are based on the great circle approximation in relation to ray theory. Alternatively, Lekić & Romanowicz (2011) developed a hybrid approach to build global models of the upper-mantle structure by full waveform tomography. Love and Rayleigh waves and long-period body waves are obtained by a spectral element method for the upper mantle, while partial derivatives of the data can be approximately computed with improved ray-based methods (Lui & Romanowicz, 1995). Weights are

applied to these different synthetic amplitudes in the misfit function estimation. In an attempt to evolve towards the exploitation of the full wavefield, Fichtner *et al.* (2009) and Bozdag *et al.* (2011) proposed new misfit functions where both the phase and the amplitude attributes, such as the envelope, are taken into account in the misfit function.

Another path was followed for high-resolution lithospheric imaging from teleseismic events by Bostock *et al.* (2001), Shragge *et al.* (2001), and Rondenay *et al.* (2001). They proposed to adapt least-squares elastic ray+Born migration/inversion to teleseismic data, which was originally developed for controlled-source seismic reflection seismology (Jin *et al.*, 1992). In lithospheric imaging from teleseismic data, the sources are external plane waves, which originate from the distant earthquake and which impinge the base of the lithospheric target located beneath the receiver array with a given incidence angle. Ray+Born migration is a local optimization problem, which minimizes the misfit between the recorded and the modeled single-scattered wavefield. The single-scattered wavefield is computed by means of linearization of the forward problem around a smooth background model with the Born approximation. The Green functions in the sensitivity kernel of the linearized forward problem are computed with ray theory. The outputs of the imaging can be perturbation models (*i.e.*, a bandpass filtered version of the subsurface model) of P-wave and S-wave speeds, density, and attenuation, which allow the prediction of the recorded scattered wavefield (Forgues & Lambaré, 1997; Thierry *et al.*, 1999; Ribodetti *et al.*, 2000). A key difference between the finite-frequency tomographic approaches previously introduced and the ray+Born inversion is that the full single-scattered wavefield contained in the coda of the primary wavefields are incorporated within the ray+Born inversion, which makes this kind of method amenable to high-resolution imaging. The potential limits of these approaches are related to the linearization of the forward problem, which prevents all of the wave phenomena from being taken into account during seismic modeling and inversion : the incident wavefield is not involved in the inversion, and must be separated from the scattered wavefield during a preprocessing step, and multi-scattering is not taken into account during the linearized modeling. Moreover, the accuracy of the scattered wavefield computed for large scattering angles can be questioned in the framework of the ray+Born approximation (Lambaré, 1991, page 167). This might be an issue in teleseismic geometries, where forward scattering might be the dominant scattering regime. As in any migration techniques, the imaging relies on a scale uncoupling between the large wavelengths contained in the background model, which remain constant over the linear iterations, and the short-wavelength model perturbations that are reconstructed by the migration process. An application of ray+Born migration/inversion to teleseismic data from the Cascadia subduction zone was presented by Rondenay *et al.* (2001) and Rondenay *et al.* (2005). They showed that the key factor for building high-resolution perturbation models of the P-wave and S-wave speeds is the explicit incorporation of the reflections from the free surface in the ray+Born modeling. This allows them to invert the back-scattered wavefield reflected from the lithospheric structures after a first reflection from the free surface. These specific double-scattered events allow a reflection survey to be mimicked and fine-scale discontinuities to be imaged through a back-scattering migration process.

In the present study, we address some issues related to the feasibility of frequency-domain elastic FWI of teleseismic data for lithospheric imaging. Here, FWI refers to the waveform inversion of the phase and amplitude of all of the arrivals (Tarantola, 1984a; Pratt *et al.*, 1998; Virieux & Operto, 2009). In this context, seismic modeling aims to compute the full solution of the wave equation. The approach developed in the present study differs from the above-mentioned finite-frequency tomographic approaches in its ability to invert the full waveform of all of the arrivals without the need to identify a specific phase. On the other hand, it differs from the ray-based migration method developed by Bostock *et al.* (2001) in the sense that we honor the nonlinear relationship between the data and the model parameter. In this framework, the misfit function is minimized iteratively in a nonlinear sense and the starting model of each iteration is updated with the final model of the previous iteration. The gradients of the misfit function in nonlinear and linear inversions have the same expression and rely on the single-scattering Born approximation : in both cases, the partial derivative of the wavefield with respect to one model parameter represents the wavefield scattered by this model parameter (Pratt *et al.*, 1998). However, double scattering is taken into account in the nonlinear inversion formula through the second-order term of the Hessian operator (Pratt *et al.*, 1998; Fichtner & Trampert, 2011a). In nonlinear FWI of teleseismic data, the joint inversion of the incident primary wavefield and the wavefield reflected from the free surface implies that tomography-like and migration-like reconstructions are combined, which is amenable to a broadband reconstruction of the lithospheric target.

We perform two-dimensional elastic FWI in the frequency domain, which provides a natural framework to design multi-scale imaging by successive inversions of increasing frequencies (Pratt, 1990b). The P-wave and S-wave speeds are jointly updated from vertical and radial geophones. Frequency-domain FWI was originally developed for cross-hole geometries, which allow the recording of waves scattered with wide scattering angles (Pratt, 1999). This provides a suitable framework to reconstruct the large to intermediate wavelengths of the subsurface, a difficult nonlinear issue in reflection seismology. Later on, the potential of using frequency-domain FWI to build high-resolution velocity model from long-offset wide-aperture surface data was demonstrated with realistic synthetic and real data case studies, by e.g., Ravaut *et al.* (2004); Plessix *et al.* (2012) at the oil exploration scale, by e.g., Operto *et al.* (2006b); Bleibinhaus *et al.* (2007) at the deep crustal scale, and by e.g., Brenders & Pratt (2007b) at the lithospheric scale. When the acquisition design allows the recording of scattered waves over a broad range of scattering angles, the temporal frequencies and the scattering angle have redundant control on the wavenumber coverage in the model space. This prompted Pratt & Worthington (1990), Pratt (1999), Sirgue & Pratt (2004), and Brenders & Pratt (2007a) to design computationally efficient frequency-domain FWI algorithms by limiting the inversion to a few discrete frequencies, such that the redundancy of the wavenumber coverage was reduced. When a limited number of discrete frequencies need to be modeled for a large number of sources, frequency-domain seismic modeling, which reduces to the resolution of a large and sparse system of linear equations per frequency with multiple right-hand sides (each right-hand side being a source), can be performed efficiently with Gauss elimination techniques at least for two-dimensional problems because the expensive part

related to the lower-upper decomposition of the impedance matrix is independent of the source, and hence is performed only once per frequency (Marfurt, 1984; Stekl & Pratt, 1998; Brossier *et al.*, 2008b).

Teleseismic acquisition leads to a quite different scattering-angle illumination than controlled-source seismology, because sources are a sparse set of up-going compressional plane waves, which impinge the base of the lithospheric target located below the array of receivers, instead of a dense line of point sources located near the surface. This raises the following issues that we would like to address hereinafter through a realistic synthetic case study :

- What is the resolving power of teleseismic frequency-domain FWI according to the limited scattering-angle illumination provided by a coarse set of incident plane waves? In relation to this, which part of the scattered wavefield carries the most resolving information? Can this information be extracted?
- Can the P-wave and S-wave speeds be reliably reconstructed from incident compressional plane waves and multi-component data?
- Does efficient frequency-domain FWI based on hierarchical inversions of a few discrete frequencies apply to teleseismic configurations?
- Which receiver spacing allows spatial aliasing to be prevented for the teleseismic bandwidth according to the resolving power of the FWI?
- According to the low-frequency content of teleseismic sources, which state of information do we need in the initial model to avoid cycle skipping artifacts and hence converge towards the global minimum of the misfit function?

In the first part of the present study, we review the basics of the elastic FWI algorithm that we use. In particular, we indicate how the seismic modeling engine implemented with a first-order discontinuous Galerkin frequency-domain method is interfaced with the inversion to compute the gradient of the misfit function with the adjoint-state method. Secondly, we review the key differences between controlled-source and teleseismic acquisitions, and discuss their potential influence on FWI. In the third section, we present a parametric analysis of elastic FWI of teleseismic data with a synthetic case study, for which a complex sedimentary model, that was originally designed to assess seismic imaging methods in exploration seismology, has been scaled to lithospheric dimensions. This parametric analysis aims to address all of the above-mentioned issues. We conclude this study with a discussion of the main results and with a review of some potential difficulties associated with the application of FWI to real teleseismic data.

4.5 Method

4.5.1 Frequency-domain elastic plane-wave seismic modelling

4.5.1.1 Discretization of the elastodynamic equations

In the present study, seismic modeling is performed in the frequency domain using a *hp*-adaptive frequency domain discontinuous Galerkin method (Brossier *et al.*, 2008b,

2010a; Brossier, 2011b). The lithospheric model is discretized on a unstructured triangular mesh, which implies that the size of the element can be locally adapted to the medium properties (the so-called h adaptivity). Furthermore, the interpolation order of the shape functions can vary from one element to the next one, this property being referred to as the p adaptivity.

The two-dimensional P-SV velocity-stress equation in isotropic media is given by

$$\begin{aligned}
-i\omega\rho v_x &= \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} + f_x \\
-i\omega\rho v_z &= \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + f_z \\
-i\omega\sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda\frac{\partial v_z}{\partial z} \\
-i\omega\sigma_{zz} &= \lambda\frac{\partial v_x}{\partial x} + (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_z}{\partial z} \\
-i\omega\sigma_{xz} &= \mu\left\{\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right\},
\end{aligned} \tag{4.1}$$

where $(v_x(\omega, \mathbf{x}), v_z(\omega, \mathbf{x}))$ and $(\sigma_{xx}(\omega, \mathbf{x}), \sigma_{zz}(\omega, \mathbf{x}), \sigma_{xz}(\omega, \mathbf{x}))$ denote the particle velocities and stresses, respectively. A pure complex imaginary number is denoted by i . The coefficients $\lambda(\mathbf{x})$ and $\mu(\mathbf{x})$ are the Lamé parameters, $\rho(\mathbf{x})$ is the density, ω is the angular frequency, and $f_x(\mathbf{x})$ and $f_z(\mathbf{x})$ are the horizontal and vertical components of external point forces. We use a nodal formulation of the discontinuous Galerkin method, based on Lagrange polynomials of order 0, 1 or 2 (referred to as P0, P1 and P2, respectively) to discretize the velocity-stress system, Equation 4.1 (Brossier *et al.*, 2010a; Brossier, 2011b). Absorbing boundary conditions at the base of the lithospheric model and along its vertical edges are perfectly matched layers (Berenger, 1994), while a free-surface boundary condition is used on the top of the model.

A second-order wave equation for particle velocities can be inferred from the velocity-stress system, Equation 4.1, by eliminating the stress wavefields which gives us the system

$$\begin{aligned}
\omega^2\rho v_x &= \frac{\partial}{\partial x}(\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\lambda\frac{\partial v_z}{\partial z} - i\omega f_x, \\
\omega^2\rho v_z &= \frac{\partial}{\partial x}\lambda\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_z}{\partial z} - i\omega f_z.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

After spatial discretization, the first-order velocity-stress equation, equation 4.1, and the second-order order wave equation, Equation 4.2, can be recast in matrix form as :

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{s}_u, \tag{4.3}$$

and

$$\mathbf{B}\mathbf{v} = \mathbf{s}_v, \tag{4.4}$$

respectively. The impedance matrices associated with the first-order and second-order systems are denoted by $\mathbf{A}(\rho(\mathbf{x}), \lambda(\mathbf{x}), \mu(\mathbf{x}), \omega)$ and $\mathbf{B}(\rho(\mathbf{x}), \lambda(\mathbf{x}), \mu(\mathbf{x}), \omega)$, respectively,

the coefficients of which depend on the angular frequency and medium properties. The matrix \mathbf{B} is symmetric, and hence it defines self-adjoint operator, unlike the velocity-stress forward-problem operator, Equation 4.1. The velocity-stress and the velocity wavefields are denoted by $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = (v_x(\mathbf{x}, \omega), v_z(\mathbf{x}, \omega), t_1(\mathbf{x}, \omega), t_2(\mathbf{x}, \omega), t_3(\mathbf{x}, \omega))$ and $\mathbf{v}(\mathbf{x}, \omega) = (v_x(\mathbf{x}, \omega), v_z(\mathbf{x}, \omega))$, respectively. The right-hand sides $\mathbf{s}_u(\mathbf{x}, \omega) = (f_x, f_z, 0, 0, 0)$ and $\mathbf{s}_v(\mathbf{x}, \omega) = (-i\omega f_x, -i\omega f_z)$ are the sources. The first-order and the second-order wave equations give the same solutions for the particle velocities, apart from numerical errors that result from the discretization. This occurs as long as the source coefficients of the second-order wave equation are the time derivatives of those of the first-order wave equation (check the expression of \mathbf{s}_v and \mathbf{s}_u).

As we shall see in the following section devoted to the inverse problem, we use the second-order wave equation for particle velocities, Equation 4.4, as the state equation to build the gradient of the misfit function with the adjoint-state method from self-adjoint operators, and to save memory. To build the matrix \mathbf{B} , we first discretize the velocity-stress system with a simple finite volume scheme, which is equivalent to the P0 discontinuous Galerkin scheme, and eliminate the auxiliary stress wavefields following the parsimonious approach developed by Brossier *et al.* (2008b). However, we do not use the second-order wave equation for seismic modeling because implementation of the higher-order P1-P2 discontinuous Galerkin method in the second-order wave equation is quite complex. We rely on velocities of the first-order formulation for the computing synthetics used in the misfit function evaluation using adapted Pk interpolation for accurate wavefield modeling.

4.5.1.2 Implementation of plane-wave sources

In the teleseismic configuration, there is no source excitation within the lithospheric target, and hence the right-hand sides in Equations 4.3 and 4.4 are zero. The source is a plane wave generated by a distant earthquake, which impinges on the base of the target with an arbitrary propagation direction. In the present study, the plane-wave source is implemented with a scattered-field formulation (Taflove & Hagness, 2000, page 220), which has already been used for teleseismic modeling by Pageot *et al.* (2009) and Roecker *et al.* (2010).

The linearity of the wave equation allows it to be assumed that the total wavefield \mathbf{u} can be written as the sum of an incident wavefield \mathbf{u}_b computed in a background model \mathbf{m}_b and a scattered wavefield \mathbf{u}_s . The incident wavefield satisfies the equation :

$$\mathbf{A}_b \mathbf{u}_b = \mathbf{0}, \quad (4.5)$$

where $\mathbf{A}_b(\mathbf{m}_b, \omega)$ is the impedance matrix computed in the background model \mathbf{m}_b . Substituting \mathbf{u} by $\mathbf{u}_b + \mathbf{u}_s$ and zeroing \mathbf{s} in Equation 4.3, and taking the difference with Equation 4.5, gives the equation :

$$\mathbf{A} \mathbf{u}_s = -(\mathbf{A} - \mathbf{A}_b) \mathbf{u}_b. \quad (4.6)$$

By analogy with Equation 4.3, the scattered wavefield \mathbf{u}_s is computed in the model \mathbf{m} using internal source excitation, which is non-zero at the positions where \mathbf{m} differs from \mathbf{m}_b . Once the scattered wavefield has been computed, the total wavefield is simply computed by the summation of \mathbf{u}_s and \mathbf{u}_b . It is worth noting that this method is exact, *i.e.* it does not rely on linearization, as the forward-problem operator \mathbf{A} on the left-hand side of Equation 4.6 is built from the true model and not from the background model. This approach is illustrated in Figure 4.1, where the monochromatic full wavefield (Figure 4.1d) is computed in a homogeneous background model containing a circular inclusion. The scattering source, the spatial support of which is limited to the inclusion, is shown in Figure 4.1b, and this generates the scattered wavefield shown in Figure 4.1c.

This approach indifferently applies to the second-order wave equation with the equation

$$\mathbf{B}\mathbf{v}_s = -(\mathbf{B} - \mathbf{B}_b)\mathbf{v}_b. \quad (4.7)$$

In the following, we shall assume that $\mathbf{v}_s = \mathbf{P}\mathbf{R}_v\mathbf{u}_s$ and $\mathbf{v}_b = \mathbf{P}\mathbf{R}_v\mathbf{u}_b$. The restriction operator \mathbf{R}_v extracts the particle velocity components from the velocity-stress vector computed with the discontinuous Galerkin method, and the interpolation operator \mathbf{P} projects the particle-velocity wavefield solutions computed at the nodes of the P0, P1, P2 elements with the discontinuous Galerkin method onto the barycenter of these elements, for consistency with the piecewise constant discretization of the finite-volume forward-problem operator \mathbf{B} (Brossier, 2011b).

Any background model can be used, provided that the incident wavefield can be computed efficiently. In the present study, we use a homogeneous half-space with a flat free surface, for which analytical solutions are known. Semi-analytical methods, such as the reflectivity method (Kennett, 1983), or the discrete-wavenumber boundary-integral methods if complex topographies need to be taken into account (Gaffet & Bouchon, 1989; Gaffet, 1995) can also be methods of choice if layers and/or topography (including at the free surface) need to be introduced into the background model.

The implementation of the scattered-wavefield formulation in the discontinuous Galerkin method is validated against the reflectivity method in Figure 4.2, for a three-layer medium with a free surface on top of the model and for different propagation directions (Table 4.1). We show a good agreement between the two simulations for incidence angles ranging between 0Σ and 60Σ , although some differences for incidence angles greater than 45Σ result from artificial reflections at the perfectly matched layer-medium interfaces. These artifacts should not significantly hamper realistic teleseismic applications, for which the propagation direction of the incident plane waves generally ranges between 20Σ and 40Σ at 150 km in depth.

In the present study, we consider only incident P waves, which generates P-P and P-SV reflections at the free surface. Note that no surface waves are generated in a homogeneous half-space for an incident compressional plane wave. The P-P and P-SV reflections from the free surface can be viewed in the framework of FWI as secondary mono-directional P-wave and S-wave sources, which continuously sample the surface of the model. These sources generate wavefields that propagate downwards in the lithospheric model before being reflected by the subsurface discontinuities and recorded at the surface by the re-

ceiver arrays (Figure 4.3a). The free-surface P-P and P-SV reflection coefficients, which control the strength of these secondary sources, are shown in Figure 4.3b for three different Poisson ratio representative of realistic subsurface geological media (Aki & Richards, 2002). For incidence angles between 20Σ and 40Σ , the P-P and P-SV reflection coefficients in terms of displacement amplitude ratios are significant, and vary between 0.3 and 0.9 and between 0.7 and 1.1, respectively.

4.5.2 Frequency-domain elastic FWI

We adapt the elastic frequency-domain FWI code of Brossier (2011b) for the teleseismic configuration. The FWI is recast as a local optimization, where a norm of the data residual vector $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ needs to be minimized iteratively around an initial model (Tarantola, 1987; Pratt *et al.*, 1998; Virieux & Operto, 2009). We use the least-squares norm of the data misfit augmented with Tikhonov regularization as expressed as

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^\dagger\mathbf{W}_d\Delta\mathbf{d} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_p}\lambda_i(\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_{prior_i})^\dagger\mathbf{W}_{m_i}(\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_{prior_i}), \quad (4.8)$$

where $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{R}\mathbf{v}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{obs}$ denotes the complex-valued monochromatic data residual vector, the difference between the modeled particle-velocity wavefield sampled at the receiver positions through the detection operator \mathbf{R} and the recorded data \mathbf{d}_{obs} . The symbol \dagger denotes the transpose conjugate of a matrix. The multi-parameter subsurface model is denoted by $\mathbf{m} = (\mathbf{m}_1, \dots, \mathbf{m}_{N_p})$, where N_p denotes the number of parameter classes to be updated during FWI. In the present study, the parameter classes are the P-wave and S-wave speeds. Therefore, $N_p = 2$. Since FWI is an ill-posed problem, regularization terms are introduced into the model space through the weighting matrix \mathbf{W}_{m_i} . These weighting matrices generally penalize the roughness of the difference between the model \mathbf{m} and the prior model \mathbf{m}_{prior} . Data preconditioning can be applied through the weighting matrix \mathbf{W}_d , which weights each component of the data misfit vector. For surface controlled-source acquisition, an amplitude gain with source-receiver offset can be used to strengthen the contribution of long-offset data in the misfit function (Operto *et al.*, 2006b). This data weighting does not apply to the teleseismic configuration we consider, and we will use the identity for \mathbf{W}_d . The scalar hyper-parameters λ_i control the respective weights of the data-space and model-spaced misfit functions in Equation 4.8. Their value can be adapted to each parameter class.

Minimization of the misfit function at iteration k gives the Newton descent direction \mathbf{p}_k as

$$\mathbf{p}_k = - \left[\frac{\partial^2 \mathcal{C}(\mathbf{m}_k)}{\partial \mathbf{m}^2} \right]^{-1} \frac{\partial \mathcal{C}(\mathbf{m}_k)}{\partial \mathbf{m}}. \quad (4.9)$$

The updated model \mathbf{m}_{k+1} is related to the initial model \mathbf{m}_k and the descent direction \mathbf{p}_k by the expression

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \gamma_k \mathbf{p}_k, \quad (4.10)$$

where the step length γ_k defines the amount of descent in the direction \mathbf{p}_k . The estimation of γ_k , which is required by the local quadratic approximation of the nonlinear misfit function, is performed by line-search through parabolic fitting of the misfit function (e.g. Ravaut *et al.*, 2004).

The expression of the Newton descent direction as a function of the sensitivity or Fréchet derivative matrix \mathbf{J} is given by :

$$\mathbf{p}_k = \Re \left(\widehat{\mathbf{W}}_m^{-1} \mathbf{J}_k^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J}_k + \widehat{\mathbf{W}}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{J}_k^T}{\partial \mathbf{m}^T} \right) (\Delta \mathbf{d}_k^* \dots \Delta \mathbf{d}_k^*) + \Lambda \right)^{-1} \Re \left(\widehat{\mathbf{W}}_m^{-1} \mathbf{J}_k^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}_k^* + \Lambda (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{prior}) \right), \quad (4.11)$$

where Λ is a block diagonal damping matrix, given as :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \mathbf{I}_M & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \lambda_{N_p} \mathbf{I}_M \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

and \mathbf{I}_M is the identity matrix of dimension M , where M denotes the number of nodes in the computational mesh. The transpose of a matrix, the conjugate of a complex number, and the real part of a complex number are denoted by T , * , and \Re , respectively. The matrix $\widehat{\mathbf{W}}_m$ is a $N_p \times N_p$ block diagonal matrix, where each block is formed by the \mathbf{W}_{m_i} matrices. The descent direction is written for one frequency in equation 4.12. The simultaneous inversion of multiple frequencies is implemented by summing the contributions of each of the frequencies.

The inverse of the full Hessian in Equation 4.11 contains three terms. The first aims to correct the gradient for linear effects, such as the limited bandwidth of the source, the limited spread of the acquisition geometry, and the geometrical spreading of the data. The second term corrects the Hessian for double-scattering effects in nonlinear inverse problems (Pratt *et al.*, 1998). The third regularization term damps the deconvolution action of the first two terms of the Hessian, to improve the conditioning of the Hessian matrix. The term on the right-hand side of the inverse of the Hessian in Equation 4.11 is the gradient of the misfit function, which is composed of two terms. The first of these represents the contribution of the data, and it is formed by the zero-lag correlations of the partial derivative wavefields at the receiver positions with the data residuals, while the second term is the model-space regularization term.

In the present study, we use $\mathbf{m}_{prior} = \mathbf{m}_k$, which allows us to cancel out the regularization term in the gradient of the misfit function in Equation 4.11. The operator $\widehat{\mathbf{W}}_m^{-1}$ is a smoothing operator that is implemented with a two-dimensional Gaussian function, the vertical and horizontal correlation lengths are defined as fractions of the P and S wavelengths. Equation 4.11 shows that the Tikhonov regularization reduces to a smoothing of the Hessian and of the gradient when $\mathbf{m}_{prior} = \mathbf{m}_k$. This form of regularization can be viewed as preconditioning of the descent direction in an attempt to steer the inversion towards smooth solutions (Sirgue & Pratt, 2004; Guitton *et al.*, 2012).

We use the quasi-Newton limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (L-BFGS) optimization algorithm to solve Equation 4.11 (Nocedal, 1980; Nocedal & Wright, 1999). The L-BFGS algorithm recursively computes an approximation of the product of the inverse of the Hessian with the gradient, from a few gradients and a few solution vectors from the previous iterations. In what follows in the present study, we will highlight the improvements of the teleseismic FWI results that are achieved through the estimation of the Hessian performed using the L-BFGS optimization. As an initial guess of the inverse of the Hessian, we use a diagonal approximation of the approximate Hessian (the linear term) damped by the Λ matrix,

$$\mathbf{H}_0 = \text{diag} \left(\widehat{\mathbf{W}}_m^{-1} \text{diag} \left\{ \mathbf{J}^{(k)\dagger} \mathbf{W}_d \mathbf{J}^{(k)} \right\} + \Lambda \right)^{-1}. \quad (4.13)$$

4.5.2.1 Computing the gradient of the misfit function with the adjoint-state method

We compute the gradient of the misfit function with the adjoint-state method (Lions, 1968; Chavent, 1974; Tarantola, 1984a; Plessix, 2006; Chavent, 2009) using the second-order wave equation for particle velocities, Equation 4.4, as the state equation. This allows us to manipulate self-adjoint operator and save memory during the gradient computation. Following Plessix (2006), the gradient of the misfit function with respect to the model parameter m_j is given by

$$\nabla \mathcal{C}_{m_j} = \Re \left\{ \mathbf{v}^T \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial m_j} \right)^T \lambda^* \right\}, \quad (4.14)$$

where the state variable \mathbf{v} and the adjoint-state variable λ satisfy :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_b - \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_b) \mathbf{v}_b, \quad (4.15)$$

and

$$\mathbf{B} \lambda^* = \mathbf{R}^T (\mathbf{R} \mathbf{v} - \mathbf{d}_{obs})^*, \quad (4.16)$$

respectively. The adjoint-state variable corresponds to the back-propagated wavefield using the assemblage of the residuals as a composite source. As the second-order modeling operator \mathbf{B} is difficult to discretize with the discontinuous Galerkin method, we compute the state and the adjoint variables from the first-order velocity-stress forward modeling operator, Equations 4.3, using the following sequences.

For the state variable :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \mathbf{u}_s &= -(\mathbf{A} - \mathbf{A}_b) \mathbf{u}_b, \\ \mathbf{v} &= \mathbf{P} \mathbf{R}_v (\mathbf{u}_b + \mathbf{u}_s), \end{aligned} \quad (4.17)$$

and for the adjoint-state variable :

$$\mathbf{A} \beta^* = \frac{-1}{i\omega} \mathbf{R}_v^T \mathbf{R}^T (\mathbf{R} \mathbf{v} - \mathbf{d}_{obs})^*,$$

$$\lambda = \mathbf{P}\mathbf{R}_v\beta. \quad (4.18)$$

Combination of the first-order and second-order forward problem operators \mathbf{A} and \mathbf{B} allows us, on the one hand to perform seismic modeling with P0, P1, and P2 discontinuous Galerkin method on unstructured triangular meshes, and on the other hand to derive the expression of the gradient of the misfit function from the P0 second-order forward-problem operator \mathbf{B} . As \mathbf{B} is self-adjoint, the same forward-modeling operator is used to compute the state and adjoint-state wavefields. Moreover, only the storage of the particle-velocity wavefields is required during the gradient computation, which allows significant memory saving considering three-dimensional FWI applications.

The sparse matrix $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial m_j}$ of Equation (4.14) represents the scattering (or radiation) pattern of the virtual secondary source located at position m_j , which generates the partial derivative wavefield $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial m_j}$ (Pratt *et al.* (1998), their Equations 15 and 16), as shown in the expression :

$$\mathbf{B} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial m_j} \right)_k = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial m_j} \mathbf{v}_k. \quad (4.19)$$

These radiation patterns give clear insights on the influence of the selected parameter on the data as a function of the scattering angle, and the trade-off between parameters when multiple classes of parameters are jointly updated. The influence of the parameter on the data as a function of the scattering angle gives, in turn, some insight into the resolution with which the parameter can be imaged : the scattered wavefield associated with large and small scattering angles are sensitive to long and short wavelengths of the subsurface, respectively. The radiation patterns of the P and S velocities (denoted by V_P and V_S , respectively) were computed analytically for the P-P, P-SV, SV-P and SV-SV modes in the framework of the high-frequency ray+Born approximation by Forgues & Lambaré (1997) (Figure 4.4). A first conclusion is that only the P-P mode is sensitive to the V_P perturbation. For this mode, the radiation pattern of V_P is isotropic, and hence a broadband reconstruction of V_P is expected (Figure 4.4a, black line). The other modes are not impacted by the V_P perturbations (Figure 4.4b-d). The influence of the V_S parameter on the P-P mode is of smaller amplitude and spans a narrower range of intermediate scattering angles (Figure 4.4a, gray line). The union of the radiation patterns of the V_S parameter for the P-SV, SV-P and SV-SV modes spans the full range of scattering angles (Figure 4.4b-d, gray lines). Therefore, a broadband reconstruction of V_S is expected provided that the inversion manages to exploit all of the scattering modes. A limited trade-off between V_P and V_S is expected during their reconstruction, because the two classes of parameter have a dominant influence in the data for different scattering modes. Of note, the density is not involved during the inversion in the present study.

4.5.3 Accounting for obliquity in seismic modeling and inversion

As our method is still purely two-dimensional, the obliquity of the plane waves with respect to the vertical plane defined by the receiver network needs to be taken into account during the modeling and the inversion. We present a correction for the obliquity in the Appendix A, which requires a correction of both the local wave speed and the local propagation direction. For each incident plane direction, the impedance matrices **A** and **B** need to be constructed.

4.6 Sampling, resolution and non-linearity issues in teleseismic FWI

Before showing the application of FWI to synthetic teleseismic data, it is worth reviewing some key differences between controlled-source and teleseismic acquisitions.

Resolving power of FWI and related strategies in exploration seismics

Crustal-scale and lithospheric-scale FWI was originally developed for wide-aperture controlled-source seismic exploration, where dense arrays of point sources are generally deployed near the surface (e.g., Pratt *et al.*, 1996; Brenders & Pratt, 2007b,a). The broad radiation pattern of the point sources allows incident waves to be generated with a broad range of incidence angles. These waves are scattered by the subsurface heterogeneities, with a wide range of scattering angles leading to a wide variety of arrivals in the wavefields, such as pre-critical and post-critical reflections, diving waves, head waves and diffractions. Long-offset multi-fold surface acquisition geometries are required to record all of these waves, and hence to really exploit the resolving power of FWI (Operto *et al.*, 2006b).

In the framework of diffraction tomography, Wu & Toksöz (1987) showed that the gradient of the misfit function can be viewed as a truncated inverse Fourier summation where the arguments of the basis functions are the wavenumber components injected into the subsurface model (see also Sirgue & Pratt (2004, their equation 11) for a discussion in the framework of FWI). The truncation of the Fourier series, which limits the resolving power of the imaging, is controlled by the source bandwidth, the scattering-angle bandwidth sampled by the source-receiver acquisition geometry, and the scattering pattern of the model parameters. In the more general framework of inverse-scattering theory (Miller *et al.*, 1987; Wu & Toksöz, 1987; Lambaré *et al.*, 2003), these wavenumber vectors $\mathbf{k} = (k_x, k_z) = k(\cos\phi, \sin\phi)$ are related to the local wavespeed c_0 , the angular frequency ω , the scattering angle θ and the local direction of propagation of the incident wave ϕ_S (Figure 4.5a) by the expressions :

$$k = \frac{2\omega}{c_0} \cos(\theta/2), \quad (4.20)$$

and

$$\phi = \phi_S + \frac{\theta}{2}. \quad (4.21)$$

The expression of the modulus of the wavenumber vector, Equation 4.20, shows that there is double control of the frequency and the scattering angle on the wavenumber coverage. This wavenumber coverage can be strongly redundant in the directions ϕ , for which the acquisition geometry continuously samples a broad band of scattering angles. In other words, two close frequencies contribute to image two bands of wavenumbers that significantly overlap. In reflection seismics, this typically occurs for vertical wavenumbers (Sirgue & Pratt, 2004). This prompted Pratt & Worthington (1990) and Pratt (1999) to reduce this vertical wavenumber redundancy by limiting the inversion to a few discrete frequencies, and hence design computationally efficient algorithms. Sirgue & Pratt (2004) defined a frequency interval in homogeneous media that eliminates this vertical wavenumber redundancy : the highest vertical wavenumber mapped by one frequency should be equal to the smallest vertical wavenumber constrained by the next frequency (Figure 4.5b) (Sirgue & Pratt, 2004). This condition leads to an increasing frequency interval as the frequency increases.

The second conclusion that can be drawn from Equation 4.20, is that the wide scattering angles associated with diving waves and wide-spread reflections and low frequencies control the reconstruction of the long wavelengths of the subsurface, while the short scattering angles associated with short-spread reflections and high frequencies control the reconstruction of the short wavelengths. This prompted Pratt & Worthington (1990) and Pratt (1999) to design multiscale FWI that proceeds hierarchically from the low frequencies to the higher frequencies, to reduce the non-linearity of the FWI. A second nested level of data preconditioning can be viewed by injecting progressively shorter scattering angles into the inversion, through time windowing or time damping, which can be combined with offset windowing (Shipp & Singh, 2002; Brossier *et al.*, 2009a; Wang & Rao, 2009).

All these manipulations of the data are designed to mitigate the non-linearity of the inverse problem, to have a better chance of converging on the global minimum.

Sampling issues in teleseismic FWI

Teleseismic acquisitions lead to relatively different subsurface illumination : the sources are a limited number of up-going plane waves instead of a dense line of point sources on the surface. This can strongly impact on the resolving power of FWI and lead to spatial aliasing.

As the gradient of the misfit function is discretized in the frequency domain, spatial heterogeneities are periodized in the spatial domain with a period of $1/\Delta k$, where Δk denotes the local sampling interval of the wavenumber in a given spatial direction. The sampling interval Δk should be sufficiently small to prevent periodization of the subsurface heterogeneities within the lithospheric domain of interest. Some examples of such periodization artifacts were shown in frequency-domain prestack-depth migration by Mulder & Plessix (2004), and for lithospheric-scale FWI by Pageot *et al.* (2010, their

Figure 3). As it is not possible to control the distribution of sources in teleseismic imaging, it is likely that the frequency sampling that is used during teleseismic FWI will be a key issue to prevent spatial aliasing. On this basis, and according to Equation 4.20, it is worth remembering that wavenumbers that are mapped in the subsurface model are linearly related to frequency.

A first possible teleseismic configuration corresponds to a few earthquakes, that arrive at the base of the lithospheric target with similar incidence angles. This will provide a narrow scattering-angle illumination, which will require the refining of the frequency sampling in FWI, to prevent gaps in the wavenumber spectrum each time the FWI proceeds with the next frequency, and to satisfy the criterion of Sirgue & Pratt (2004) (Figures 4.5b). This refining of the frequency sampling has a strong impact on the computational efficiency of frequency-domain modeling, which scales linearly with the number of frequencies.

A second possible scenario corresponds to a few widely spread teleseismic events that arrive at the base of the lithospheric target with distinct incidence angles. This will provide wide, but coarsely-sampled, scattering-angle illumination (Figure 4.5c). In this case, the wavenumber band reconstructed by single-frequency inversion can be under-sampled, because of the limited number of sources. One strategy to refine the wavenumber sampling and to prevent these aliasing effects might be to simultaneously invert a subset of close frequencies, rather than a single frequency, during one step of the multiscale inversion.

In both cases, it is likely that the teleseismic configuration requires finer sampling of frequencies than in controlled-source seismology to perform reliable FWI.

Improving the resolving power of lithospheric FWI with second-order scattering

The incident plane-wave sources impinge upon the target from beneath and are recorded on the surface, leading to low-resolution tomography-like reconstruction associated with large scattering angles (Pratt *et al.*, 1996). To overcome this resolution limitation, Bostock *et al.* (2001) proposed to use the surface reflections as secondary P and SV plane-wave sources. These secondary plane-wave sources can be viewed as a continuous line of mono-directional sources at the surface. They generate down-going waves, which reflect from the lithospheric discontinuities for all of the scattering modes (P-P, P-SV, SV-P, SV-SV), before being recorded at the surface (Figure 4.3a). Migration-like inversion of reflection arrivals increases the resolution of the imaging of both the P and S velocity structures, because shorter scattering angles are considered, compared to tomography-like reconstruction. In this context, the maximum resolution of the FWI achievable at a scattering point is half a wavelength, according to Equation 4.20, and it is reached only for a scattering angle of zero.

What receiver spacing do we need to prevent spatial aliasing?

The receiver sampling in teleseismic acquisitions is generally sparser than for controlled-source experiments, and hence it needs to be assessed according to the frequency content of the source, to prevent spatial aliasing in all of the spatial directions. We consider homogeneous media to gain some insight into the main factors that lead to horizontal

aliasing in relation to the receiver spacing. According to Equations 4.20 and 4.21, we have :

$$k_x = \frac{\omega}{c} (\sin(\phi_S) + \sin(\phi_r)). \quad (4.22)$$

From the differentiation of k_x with respect to ϕ_r and from the relationship $\tan(\phi_r) = x_r/z$, we infer the variation of k_x that would result from perturbation of the position of the receiver,

$$\Delta k_x = \frac{2\pi}{\lambda z} \cos^3(\phi_r) \Delta x_r, \quad (4.23)$$

where z denotes the depth of the scatterer, and x_r the horizontal offset between the scatterer and the receiver (Figure 4.5a). If we assume a theoretical resolution of half a wavelength, the sampling theorem states that :

$$\frac{\lambda}{2} < \frac{\lambda z}{2 \cos^3(\phi_r) \Delta x_r}, \quad (4.24)$$

which leads to,

$$\Delta x_r < \frac{z}{\cos^3(\phi_r)}. \quad (4.25)$$

The condition to be satisfied by the receiver sampling is close to that derived by Rondenay *et al.* (2005), who concluded from an analysis of the migration operator that aliasing becomes significant at depths smaller than twice the receiver spacing. For completeness, Rondenay *et al.* (2005) and Brenders & Pratt (2007a) also proposed that the incoming wavefield should be properly sampled by the receiver array at the surface to avoid spatial aliasing. This leads to the condition that the receiver spacing for teleseismic experiment should be smaller than half the apparent wavelength of the incoming wavefield, while only the minimum of the source and receiver spacings should satisfy this condition for a controlled-source experiment.

Which initial model do we need ?

Two other key differences between teleseismic and controlled-source experiments are the frequency content of the sources and the dimension of the target. In the Born approximation, the initial model should allow the prediction of the traveltimes of the scattered wavefields with an error lower than half the period of the monochromatic signal. If this condition is not satisfied, cycle skipping artifacts will arise. To prevent cycle-skipping artifacts, the accuracy of the starting model must be improved or the number of propagated wavelengths must be reduced, because the relative traveltime error is inversely proportional to the number of propagated wavelengths (Pratt, 2008; Virieux & Operto, 2009),

$$\frac{\Delta t}{T} \geq \frac{1}{2N_\lambda}. \quad (4.26)$$

The most obvious remedy to reduce the number of propagated wavelengths is the introduction of low frequencies in the inversion. Therefore, a key issue of the present study is the assessment of the kind of initial model needed by FWI to prevent cycle skipping artifacts according to the low frequency content of teleseismic sources and the size of the lithospheric target. In particular, we want to determine whether the available

starting velocity models as one-dimensional velocity models extracted from global one-dimensional Earth models like the Preliminary Reference Earth Model (Dziewonski & Anderson, 1981), AKI135 or IASP91 are sufficiently accurate to perform reliable FWI in the teleseismic bandwidth.

4.7 Parametric analysis of teleseismic FWI

In this section, we attempt to answer the issues raised in the previous section with a realistic synthetic example.

4.7.1 The lithospheric SEG/EAGE overthrust model

To perform our parametric analysis, we chose a vertical section of the three-dimensional complex onshore Society of Exploration Geophysics (SEG) / European Association of Geoscientists and Engineers (EAGE) velocity model (Aminzadeh *et al.*, 1997), which was originally designed to assess seismic imaging methods in exploration seismology (Figure 4.6a). The dimensions of the original model are 20 *km* in distance and 4.5 *km* in depth. The main features of the overthrust model are a weathered layer in the near surface, several buried paleo-channels, and two main thrust faults, which cross-cut the sedimentary cover. This sedimentary cover overlays a decollement level at 4 *km* in depth. An S-wave velocity model is built from the P-wave velocity model, assuming a constant Poisson ratio of 0.25. This velocity model was imaged by elastic FWI of surface wide-aperture data by Brossier *et al.* (2009a). The imaging was performed with and without free-surface effects in the data (i.e., surface waves). Accurate reconstructions of the P and S velocities were obtained from body waves. The inversion of surface waves in addition to body waves significantly increases the nonlinearity of the inversion, which requires two levels of data preconditioning to be considered, by frequency selection and time damping. Since surface waves should not have a strong impact on teleseismic FWI of incident body waves, we will use the results of the elastic FWI of body waves of Brossier *et al.* (2009a, their Figure 9) as a reference to assess the results of the imaging at the lithospheric scale.

Table 4.2 outlines the characteristic scales involved in seismic exploration and teleseismic seismology for the overthrust case study. The model dimensions have been scaled by a factor of around 24. The P-wave velocities range from 2.36 *km/s* to 6 *km/s* in the original overthrust model, compared to 4.7 *km/s* to 8.1 *km/s* in the lithospheric model. The frequency bandwidth, which was used during FWI by Brossier *et al.* (2009a), is [1.7 – 7] *Hz*, against [0.05 – 0.4] *Hz* in the present study. Considering the mean wave speeds and the lowest frequency, in the lithospheric model, the P and S wavelengths are of the order of 12.8 *km* and 7.4 *km*, respectively, and in the original model, of the order of 0.6 *km* and 0.34 *km*, respectively. These wavelengths give rough estimates of the spatial resolution that should be achieved by reflection FWI. The ratio between the characteristic wavelengths propagated in the original and lithospheric models are of the same order of magnitude as the ratio between the characteristic dimensions of the

two models, which prompts us to conclude that the resolution gain provided by FWI relative to conventional approaches like traveltime tomography should be equivalent at the seismic exploration and teleseismic scales.

It is also worth estimating the minimum number of propagated wavelengths in both of the models, to determine the potential risk of cycle skipping in FWI. This number of propagated wavelengths is computed by considering the lowest frequency, the mean wave speeds, and a propagation distance that corresponds to wide-angle reflections with an offset of 20 *km* and 200 *km* for the original and lithospheric models, respectively. In the lithospheric case, we augment the surface-to-surface reflection path with a one-way path from the bottom of the model to the surface, to account for the reflection from the free surface. We use a propagation distance for the wide-angle reflection of 22 *km* and 445 *km* for the sedimentary and the lithospheric cases, respectively. In this case, the number of propagated wavelengths is almost three times lower in the lithospheric case than in the seismic exploration case. Therefore, the low frequency content of the teleseismic sources should help to relax the requirement of an accurate model for FWI.

4.7.2 Transmission versus reflection FWI of teleseismic data

Bostock *et al.* (2001) showed the need to consider all of the reflections and conversions from the lithospheric reflectors after a first reflection from the free surface. Seismograms computed in the true velocity models when free surface and absorbing boundary conditions are implemented on top of the model can be compared in Figures 4.7a, b and 4.8a, b, for the radial and vertical geophones, respectively. The incidence angle of the plane-wave source is -40° . In seismograms computed with the free surface boundary condition, we show the doubly reflected phases from the free surface and the thrusts (Figures 4.7a, b and 4.8a, b, phase Rt). The traveltimes of these reflections decrease from the left-hand side to the right-hand side of Figures 4.7a and 4.8a, as the thrust plane becomes closer to the surface. On the right-hand side of Figures 4.7a and 4.8a, we show the doubly reflected phases from the free surface and the horizontal layers of the model (Figures 4.7a and 4.8a, phase Rl). We also interpret a phase that originates at 250 *km* in distance and that propagates with a slower apparent velocity than the first-arrival as a surface wave after conversion of the incident body waves (Figure 4.7a, SW). We apply FWI to the data-sets computed without and with the free surface boundary condition on top of the model. The initial models are obtained by smoothing the true model with two-dimensional Gaussian functions of horizontal and vertical correlation lengths of 10 *km* (Figure 4.6b). This resolution should mimic the resolution of first-arrival traveltime tomography, which is of the order of the first Fresnel zone width (Williamson, 1991). The data set consists of 17 plane-wave sources with incidence angles ranging from -40° to 40° with a sampling rate of 5° (Table 4.3). The resulting phases are recorded by a dense network of 399 vertical and radial geophones deployed on the surface with a spacing of 1.2 *km*. Thirty-seven frequencies between 0.1 *Hz* and 0.4 *Hz* were inverted sequentially, using the final model of one frequency inversion as the initial model for the next frequency inversion. Fifteen nonlinear iterations were performed per frequency with L-BFGS optimization. The com-

parison between the final FWI V_P and V_S models inferred from the two data sets shows the dramatic resolution improvement that is achieved when free-surface reflections are involved in the inversion (Figure 4.9). Figures 4.10a-d and 4.11a-d show a more detailed view of this resolution improvement along two one-dimensional profiles extracted from the true models, the initial models and the final FWI models at 125 km (Figure 4.10a-d) and 325 km (Figure 4.11a-d) in distance.

4.7.3 Conjugate-gradient versus L-BFGS quasi-Newton optimization

The conjugate-gradient method is one of the most popular optimization algorithm to perform FWI (Mora, 1987). Another optimization algorithm that is suitable for FWI is the BFGS algorithm, recast in a limited memory storage version by Nocedal (1980) : L-BFGS. Brossier *et al.* (2009b) have shown how the L-BFGS optimization improves the reconstruction of the elastic overthrust model from land surface seismic data compared to the conjugate gradient algorithm. Comparison between the lithospheric FWI models inferred from the conjugate gradient (Figure 4.12a, b) and the L-BFGS (Figure 4.12c, d) algorithms confirms the improvements that are achieved when the action of the Hessian on the gradient is taken into account. The inversion set-up is the same as that used in the previous section with a free-surface boundary condition on top of the model (Table 4.3). Fifteen nonlinear iterations are performed with both the conjugate gradient and the L-BFGS optimization. Of note, the descent direction provided by the conjugate-gradient algorithm has been preconditioned by the diagonal terms of the approximate Hessian, Equation 4.13. The better focusing of the V_P model obtained with L-BFGS suggests an improved convergence rate, which is further confirmed by the misfit function plotted against the iteration number for three frequencies (Figure 4.13). Moreover, the V_S model obtained with L-BFGS shows an improved signal-to-noise ratio in the thrust area and in the shallow part of the model, where horizontal aliasing effects have been efficiently reduced. The improved convergence rate achieved with L-BFGS is confirmed by one-dimensional profiles extracted from the FWI models obtained with L-BFGS and the conjugate gradient algorithms : amplitudes of the velocity perturbations are reconstructed much better with the L-BFGS algorithm (Figures 4.10c-f and 4.11c-f).

In what follows for the present study, all of the results were obtained with L-BFGS, except when explicitly stated to the contrary.

4.7.4 Influence of frequency sampling

Designing a suitable subset of frequencies to prevent aliasing artifacts in FWI of teleseismic data is a key issue, according to the sparse and/or narrow illumination of scattering angles provided by a limited number of plane wave sources (Figure 4.5). The results of FWI applied sequentially to an increasing number of discrete frequencies are shown in Figure 4.14a-f. Seventeen plane-wave sources with incidence angles ranging from -40°

to 40Σ with a sampling rate of 5Σ are considered for FWI, and lead to a broadband sampling of the incidence angles (Table 4.3). The V_P and V_S models obtained with 19 and 37 frequencies are of similar quality. A significant degradation of the results, which is more obvious in the V_S model because of shorter-propagated wavelengths, is shown when only seven frequencies are used. This suggests that a notch in the wavenumber spectrum is created each time the inversion progresses to the next frequency (Figure 4.5b). Comparison with vertical profiles extracted from FWI models suggests that large errors can occur in the near surface when the frequency interval is too coarse (Figure 4.11d, j, dashed ellipse). We also gather the 37 frequencies into three overlapping frequency groups, $[0.1 - 0.2]Hz$, $[0.2 - 0.3]Hz$, $[0.3 - 0.4]Hz$, and apply successive inversions to these three frequency groups. The resulting V_S model (Figure 4.14h) shows a slightly improved signal-to-noise ratio in the deep part of the model compared to that inferred from sequential inversion of single frequencies (Figure 4.14f), while the V_P models inferred from the two inversions does not show significant differences (Figure 4.14e, g). This improvement is highlighted in vertical profiles extracted from the FWI V_S models obtained without and with frequency groups in Figure 4.10d, j, dashed ellipse. We will see later that the benefit provided by frequency groups is more obvious when the receiver interval is increased.

We conclude that even if the plane-wave sources span over a broad range of incidence angles, the frequency interval used in teleseismic FWI should be significantly refined compared to those commonly used in efficient FWI of controlled-source data. As a comparative example, Brenders & Pratt (2007a) concluded that only four frequencies between $0.8 Hz$ and $7 Hz$ are needed to build a lithospheric model of the P-wave speed from a dense surface acquisition.

We compute time-domain synthetic seismograms in the initial model and in the final FWI models inferred from the frequency-group inversion (Figure 4.14g, h) to determine which part of the wavefield was matched during FWI (Figures 4.7c-f and 4.8c-f). These seismograms can be qualitatively compared with those computed in the true model (Figures 4.7a, b and 4.8a, b), while direct comparisons between the seismograms computed in the true model and in the initial and final FWI models are shown in Figures 4.15 and 4.16 for the horizontal and vertical geophones, respectively. We show that most of the residuals associated with the high-amplitude primary wavefield were canceled out by FWI. Significant residuals associated with the low-amplitude doubly scattered wavefield remain. However, direct comparisons between the seismograms computed in the true model and in the final FWI models show that the phase of almost all of the arrivals are matched (Figures 4.15b and 4.16b), which suggests that most of the remaining residuals result from underestimated wavefield amplitudes due to an insufficient number of iterations.

4.7.5 Influence of incidence-angle sampling and bandwidth

We now determine the impact of the sampling of the incidence angles of the plane-wave sources (see Table 4.3 for the FWI set-up). Thirty-seven frequencies were inverted se-

quentially with the L-BFGS algorithm. The receiver spacing was 1.2 km . The incidence angles were uniformly sampled between -40Σ and $+40\Sigma$. We show progressive degradation of the FWI models when the number of plane-wave sources decreases from 17 to five (Figures 4.17a-f, 4.10k, l and 4.11k, l). However, the FWI is clearly less sensitive to the incidence-angle sampling relative to the frequency sampling. This is consistent with the relationship between the wavenumber, the frequency and the scattering angle, Equation 4.20 : the wavenumber is linearly related to the frequency, while it is related to a more slowly varying cosine function of the scattering angle.

We now consider a more realistic setting in terms of plane-wave coverage. First, we still consider a symmetric illumination from the right and from the left of the target, but we remove plane waves that propagate nearly vertically, as these arrivals would correspond to earthquakes located on the other side of the earth. The FWI V_P and V_S models obtained with 10 plane-wave sources, the incidence angles of which range between -40Σ and -20Σ and between $+20\Sigma$ and $+40\Sigma$, are shown in Figure 4.17g-h, and they can be compared with those of Figure 4.17e, f, for which 17 plane waves with incidence angles that continuously range between -40Σ and $+40\Sigma$ are considered. We show overall degradation of the vertical resolution associated with a lack of vertical-wavenumber coverage. For example, the shallow channels on the right-hand side of the V_S models are not visible anymore, as well as some thrusts in the right-hand part of the model (Figure 4.17h, dashed rectangle). The V_P model is affected to a lesser extent than the V_S counterpart, because the compressional wavelengths are higher than the shear counterparts. However, the degradation in resolution of the horizontal layers is clear on the right-hand side of the model, where the vertically propagating plane waves contribute efficiently to inject short vertical wavenumbers in the model (compare Figure 4.17e and 4.17g).

Secondly, we consider an even less favorable setting, where the plane waves are not symmetrically distributed any more : five plane waves arrive either from the left (Figure 4.17i, j) or the right (Figure 4.17k, l) of the lithospheric target, and cover a range of incidence angles between -40Σ and -20Σ and between 20Σ and 40Σ , respectively. As expected, the imaging of the thrusts is more significantly impacted when the plane waves come from the right, because the limited extent of the receiver array prevents the recording of reflections from the dipping thrusts propagating from left to right (compare Figure 4.17i-k and 4.17k-l). To a lesser extent, plane waves coming from the left are less favorable than those coming from the right to image the deep part of the horizontal layers on the right of the model. This might be related to the decreasing amplitudes of the wavefields as the number of propagated wavelengths increases, which makes the inversion less sensitive to these arrivals. It is worth noting that the shallow part of the model on the right-hand side appears to be less affected by aliasing artifacts and shows better reconstruction of a channel when the plane waves come from the left. This might arise because a body-to-surface wave conversion might have occurred near the middle of the model (Figure 4.5a, SW), and could have contributed to filling the gap in terms of wavenumber coverage, to improve the imaging of the first 10 km of the target.

4.7.6 Impact of receiver sampling

Even if modern dense networks of broadband stations allow to data-sets to be recorded that are potentially amenable to multichannel high-resolution seismic imaging methods such as FWI, receiver spacing remains a critical issue to prevent spatial aliasing according to the theoretical resolution of FWI. We applied FWI to several data-sets computed with increasing receiver spacing, ranging from 2.4 km to 19.2 km (Figure 4.18). Thirty-seven frequencies were inverted sequentially, and 17 plane-wave sources with incidence angles that ranged between -40° and $+40^\circ$ were involved in the inversion (Table 4.3). Horizontal aliasing, which is associated with under-sampling of the horizontal component of the wavenumber vector, started appearing for a receiver spacing of 9.6 km (Figure 4.18e, f), and became significant for a receiver spacing of 19.2 km (Figure 4.18g-h). However, replacing the sequential inversion of single frequencies by the sequential inversion of overlapping frequency groups efficiently reduced the aliasing artifacts, without significant extra computational cost (Figure 4.18i, j). This supports the idea that aliasing mainly results from the coarse sampling of the horizontal-wavenumber band that is injected into the subsurface model during each single-frequency inversion, and that the simultaneous inversion of several close frequencies can contribute to fill in this wavenumber band (Figure 4.5c). For completeness, in Figure 4.18k, l, we also show the results of FWI for a receiver spacing of 19.2 km when the frequencies are inverted sequentially and when the conjugate gradient optimization is used. The V_S model is significantly noisier than the V_S model obtained when L-BFGS optimization is combined with suitable management of frequencies during waveform inversion. This highlights on the one hand the importance of the Hessian in FWI, as a deconvolution operator, and on the other hand the importance of frequency management in multiscale FWI.

4.7.7 Which initial model and starting frequency do we need ?

Building a reliable starting model for FWI is one of the most topical issue in exploration geophysics at present (Virieux & Operto, 2009), even if the current trend is to design new acquisition devices that allow for the emission of low frequencies to satisfy the cycle-skipping criterion, Equation 4.26 (Soubaras & Whiting, 2011; Plessix *et al.*, 2012). In the teleseismic configuration, low frequencies are naturally provided by large-magnitude earthquakes. Therefore, it is worth investigating which kind of initial model guarantees reliable lithospheric imaging from teleseismic data by FWI. For this purpose, we consider now as the initial model a laterally-homogeneous velocity gradient model, instead of the smooth background model of Figure 4.6b. We performed the sequential inversions of 37 and 46 frequencies associated with starting frequencies of 0.1 Hz (Figure 4.19a, b) and 0.05 Hz (Figure 4.19c, d), respectively (Table 4.3). We show a lack of small wavenumbers in the thrust area of the V_S model inferred from the velocity-gradient starting model and the initial frequency of 0.1 Hz . This lack of small wavenumbers is removed when the starting frequency is decreased to 0.05 Hz . For this starting frequency of 0.05 Hz , the FWI V_P and V_S models inferred from the starting velocity-gradient model do not show significant differences with the FWI models inferred from the smooth background

models and a starting frequency of 0.1 Hz (Figure 4.9c, d). This highlights the trade-off between the need for an accurate initial model and the need for low frequencies. Of note, the FWI models inferred from the smooth background model with starting frequencies of 0.05 Hz and 0.1 Hz do not show significant differences (not shown here). We conclude that reliable FWI of teleseismic data should be possible starting from a crude vertical-velocity gradient model. We also apply FWI for homogeneous starting models of P-wave and S-wave speeds of 6 km/s and 3.4 km/s , respectively (Figure 4.19e-h). In this case, the inversion fails to converge towards the correct solution, even for a starting frequency as low as 0.015 Hz (Figure 4.19g, h). The reason for this might be related to inaccurate amplitude modeling at the free surface, rather than to kinematic inaccuracies.

4.7.8 Resolution analysis by checkerboard tests

We conclude the present study by resolution analysis of FWI performed through checkerboard tests : the true lithospheric model to be reconstructed is formed by the initial background model (Figure 4.6b), on which we superimpose a checkerboard perturbation model. Other possible approaches for resolution analysis of FWI consists of computing point-spread functions through an approximate estimation of the Hessian (Fichtner & Trampert, 2011b). We seek to reconstruct the checkerboard, starting from the smooth background model, and following the same hierarchical inversion procedure as for the overthrust model imaging. We seek to highlight the intrinsic resolving power of FWI for the teleseismic frequency bandwidth. Therefore, we consider an ideal acquisition device with a receiver spacing of 1.2 km and a broad range of incident-angle illumination between -40° and $+40^\circ$.

The final FWI V_P and V_S models obtained for elements of dimension 19.2 km , 9.6 km and 4.8 km are shown in Figure 4.20. Thirty-seven frequencies gathered in three overlapping frequency groups and 17 plane-wave sources were involved in the inversion. The inversion succeeds in reconstructing the 19.2 km elements for both the V_P and V_S models (Figure 4.20a, b), which is consistent because the size of the elements is greater than the minimum P and S wavelengths (12.8 km and 7.4 km , respectively), as outlined in Table 4.2. The 9.6 km elements were reconstructed with underestimated amplitudes in the deep part of the V_P model (Figure 4.20c). The S-wave velocity model reconstruction shows overall more consistent amplitudes (Figure 4.20d). However, the shape of the elements is poorly reconstructed in several parts of the model, where the background model shows significant lateral variations (i.e., in the thrust area). This might result from the more limited S-wave illumination compared to the P-wave counterpart, which arises because the incident wavefield is compressional. The FWI fails to reconstruct the 4.8 km elements in the V_P model, except in the first 5 km of the subsurface (Figure 4.20e). This is consistent, because the size of the elements is below half the minimum P-wavelength. The elements are successfully reconstructed in the V_S model down to 60 km in depth, although the footprint of the initial model is visible near the left-hand side of the model (Figure 4.20f). The successful reconstruction of the 4.8 km elements down to 60 km in depth is consistent with the minimum shear wavelength, the dimension of which is of the

same order of magnitude as the size of the elements.

For completeness, we show the results of the checkerboard tests for the 4.8 *km* elements when the conjugate gradient algorithm was used instead of L-BFGS (Figure 4.20g-j). The frequency groups are inverted in Figure 4.20g, h, while single frequencies are inverted in Figure 4.20i, j. Comparisons between the FWI results shown in Figures 4.20e, f and 4.20g, j highlight again the importance of the Hessian and of the frequency management in FWI of coarse data.

4.8 Discussion and conclusions

In the present study, we have discussed the feasibility of efficient frequency-domain FWI for lithospheric imaging from teleseismic data through a synthetic case study. We focused our analysis on the sensitivity of the FWI to several factors.

First, we have shown that the surface-reflected wavefields carry the most resolving information on the lithospheric structure for both the P-wave and S-wave wave velocities. In this context, the free surface can be seen as a source on the surface, which propagates downgoing P and S plane waves that are amenable to reflection from the main discontinuities before their recording on the surface. The incident primary wavefields and the reflection wavefields can be combined in a joint tomography-like and migration-like waveform inversion to broaden the range of the scattering angles involved in the inversion, and hence, to improve the resolution of the lithospheric models. This double illumination provides a distinct advantage over conventional surface acquisitions in exploration geophysics, for which building the large wavelengths of the subsurface is challenging. The ability of FWI to account for forward scattering and backward scattering through full wave modeling is a distinct advantage over conventional ray-theoretical teleseismic tomographic approaches that lack resolving power. Our numerical experiments show that a theoretical resolution of the order of one wavelength is achievable for both the P and S velocity models if the full P and P-S converted wavefields can be taken into account.

Considering the low-frequency content of teleseismic sources and the sampling of wide scattering angles during the up-going propagation of the primary wavefield, we can conclude that teleseismic acquisitions should provide a suitable framework to reduce the risk of cycle skipping, and to build the large wavelengths of the structure. We have shown that a velocity-gradient model provides a suitable initial model to perform FWI for a starting frequency of 0.05 *Hz*. If the starting frequency is increased to 0.1 *Hz*, the imaging of deep dipping structures starts to be hampered by a deficit of small wavenumbers.

In the general framework of diffraction tomography, the temporal frequency and the scattering angle have double control on the resolving power of the waveform inversion. Efficient frequency-domain FWI of wide-aperture data in exploration geophysics (e.g., cross-hole data, long-offset refraction experiments) is conventionally applied to a few discrete frequencies to design computationally efficient algorithms when seismic modeling is performed in the frequency domain. This frequency decimation is possible because

point sources have a broad directivity pattern, and hence allow a broad range of scattering angles to be finely sampled. We have shown that such aggressive frequency decimation is generally not permitted in teleseismic FWI, because the limited number of incident plane-wave sources leads to a coarser and narrower sampling of the scattering angles. In this context, refining the frequency interval is required to prevent notches in the wavenumber spectra each time a new frequency component is inverted. When a few plane-wave sources sample a broad band of incidence angles, the wavenumber spectrum of the subsurface that is constrained during a single-frequency inversion can be under-sampled, which leads to spatial aliasing. To prevent these artifacts, it is worth performing simultaneous inversion of multiple frequencies rather than inversion of single frequencies. This does not add prohibitive extra computational cost if the frequency bandwidths of two consecutive groups do not significantly overlap.

Even if the advent of modern seismic instrumentation allows for the deployment of denser and denser station networks, the maximum receiver spacing that allows reliable FWI to be performed should be estimated according to the high resolving power of this imaging. First, we have shown the importance of the L-BFGS optimization algorithm to improve the focusing of the imaging, and to reduce the footprint of the aliasing artifacts through accounting for the Hessian operator. We have shown that horizontal aliasing starts appearing in the shallow part of the shear-wave velocity models for a receiver spacing of the order of 10 *km*. This receiver spacing is of the order of the shear wavelength in the shallow part of the lithospheric model. Reliable P-wave and S-wave velocity models are obtained when the receiver spacing is up to 20 *km*, as long as L-BFGS optimization and frequency groups are used during the inversion.

Indeed, this study does not pretend to cover all of the factors that can impact on FWI of teleseismic data. We have used the same modeling engine to compute the data in the true model and in the FWI models (the so-called inverse crime), and noise-free data to illustrate the footprint of selected factors and to quantify the intrinsic resolving power of FWI.

One difficulty with real data application will probably be related to noise in the data. The footprint of this noise will be difficult to remove during imaging because the data redundancy provided by teleseismic acquisition is not as high as in controlled-source seismology. This is a significant issue in the sense that noise will dominantly hamper the inversion of the low-amplitude secondary scattered waves, which have the most resolving power. We have not investigated some data-preconditioning strategies in the present study that might help to strengthen the contribution of the secondary scattered wavefield in FWI. One possible strategy would consist of proceeding sequentially from the early arrivals to the later-arriving phases in the data space, to reconstruct the long wavelengths of the lithospheric model before the shorter wavelengths. This multiscale approach can be easily implemented with time damping applied from the first arrival, which can be easily picked on teleseismic data (Brossier *et al.*, 2009b). With this hierarchical approach, the misfit reduction of the secondary scattered wavefield should be facilitated during the late stages of the FWI, once the misfit of the primary wavefields has been efficiently reduced during the early stage of the FWI.

FWI requires the estimation of the source wavelet. The source estimation is generally nested with the estimation of the subsurface parameters in frequency-domain FWI (Pratt, 1999). The source estimation can also be used for quality control of FWI models (Brenders & Pratt, 2007b; Malinowski *et al.*, 2011; Prieux *et al.*, 2011). In the teleseismic configuration, there might be a significant trade-off between the timing of the source wavelet, the velocity models, and the incidence angle of the incoming plane-wave source, to match the first-arrival traveltimes. Moreover, the teleseismic source signature can be much more complex than that of controlled sources. For example, the P and S ghost reflections on the free surface from the source side (the so-called pP and sP arrivals) can interfere with useful signals in the time window considered for FWI, and prevent the application of time-windowing to the data-set.

Finally, the reliability of the amplitude information can be questioned in teleseismic FWI. The influence of the amplitudes in FWI can be reduced by using the L1 norm of data residuals instead of the L2 norm, to compute the data misfit function. In frequency-domain FWI, this amounts to back-propagation of the residuals normalized by their modulus, instead of the residuals themselves (Brossier *et al.*, 2010b). Alternatively, the influence of the amplitudes can be fully removed by only inverting the phase spectrum, which can be easily implemented with a logarithmic norm of the data residuals (Shin & Min, 2006; Shin *et al.*, 2007; Bednar *et al.*, 2007).

Application of elastic frequency-domain FWI to real teleseismic data will be the aim of future studies to assess the feasibility of this technology for seismological applications.

4.9 Acknowledgments

Access to the high-performance computing facilities of MESOCENTRE SIGAMM computer centers provided the required computer resources and we gratefully acknowledge this facility and the support of the staff. Finally, this study was carried out within the framework of the SEISCOPE consortium (<http://seiscope.oca.eu>) sponsored by BP, CGG-Veritas, ENI, EXXON-Mobil, PETROBRAS, SAUDI ARAMCO, SHELL, STA-TOIL and TOTAL.

4.10 Appendix A : Correction for obliquity

In this Appendix, we propose an approximate correction for obliquity to perform 2.5-dimensional FWI of teleseismic data. Let us denote by (x, z) the Cartesian coordinate system defined by the receiver line and depth (Figure 4.21).

Let us consider a plane wave that propagates with a wave speed c in the direction of the axis \tilde{x} with an obliquity angle ψ relative to the axis y , and an incidence angle ξ . We assume that the medium is stratified and invariant along the direction \tilde{y} perpendicular to \tilde{x} . Since the source and the medium are invariant along \tilde{y} , the wavefield satisfies a two-dimensional wave equation in the coordinate system (\tilde{x}, z) .

Under these assumptions, the solution of the two-dimensional wave equation for particle velocities in the coordinate system (\tilde{x}, z) is of the form :

$$\begin{aligned} V_{\tilde{x}} &= A \sin\phi \exp\left(-i\omega\left(\frac{\tilde{x} \sin\phi}{c} + \frac{z \cos\phi}{c} - t\right)\right), \\ V_z &= A \cos\phi \exp\left(-i\omega\left(\frac{\tilde{x} \sin\phi}{c} + \frac{z \cos\phi}{c} - t\right)\right), \end{aligned} \quad (4.27)$$

where ϕ is the incidence angle.

If we substitute \tilde{x} by its expression as a function of x and y , $\tilde{x} = x \cos\theta + y \sin\theta$, we get

$$\begin{aligned} V_{\tilde{x}} &= A \sin\phi \exp\left(-i\omega\left(\frac{x \sin\phi \cos\theta}{c} + \frac{y \sin\phi \sin\theta}{c} + \frac{z \cos\phi}{c} - t\right)\right), \\ V_z &= A \cos\phi \exp\left(-i\omega\left(\frac{x \sin\phi \cos\theta}{c} + \frac{y \sin\phi \sin\theta}{c} + \frac{z \cos\phi}{c} - t\right)\right). \end{aligned} \quad (4.28)$$

In the plane defined by $y = 0$, the expression reduces to the expressions :

$$\begin{aligned} V_x &= A \sin\phi \cos\theta \exp\left(-i\omega\left(\frac{x \sin\phi \cos\theta}{c} + \frac{z \cos\phi}{c} - t\right)\right), \\ V_z &= A \cos\phi \exp\left(-i\omega\left(\frac{x \sin\phi \cos\theta}{c} + \frac{z \cos\phi}{c} - t\right)\right). \end{aligned} \quad (4.29)$$

We seek a plane wave defined by an apparent wave speed c_a and incidence angle ϕ_a , which is equivalent to the plane wave of Equation 4.29. This leads to the following system of two equations for two unknowns, as :

$$\begin{aligned} \frac{\sin\phi_a}{c_a} &= \frac{\sin\phi_a \cos\theta}{c_a}, \\ \frac{\cos\phi_a}{c_a} &= \frac{\cos\phi_a}{c_a}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

This gives for ϕ_a and c_a the relationships :

$$\tan\phi_a = \tan\phi \cos\theta, \quad (4.31)$$

and

$$c_a(\mathbf{x}) = c(\mathbf{x}) \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi(\mathbf{x})}} = c \frac{1}{\sqrt{1 - p^2 c^2(\mathbf{x}) \sin^2\theta}} = \xi(\mathbf{x})c(\mathbf{x}), \quad (4.32)$$

where the slowness is denoted by p .

The wave speed c_a is the apparent velocity of the plane wave in the vertical plane defined by the receiver line, and angle ϕ_a is the angle between the z axis and the line of intersection between the plane wave and the (x, z) plane. The explicit dependency of the apparent wave speed c_a on the spatial coordinates \mathbf{x} is explicitly written to note that the correction factor ξ is local, and hence that it should be applied at each subsurface position

These corrections can be implemented in the scattered-field formulation of the seismic modeling. The apparent incident angles are taken into account during the computation of the background wavefield \mathbf{u}_b . Since we choose a homogeneous half space for \mathbf{m}_b , the analytical solution for \mathbf{u}_b is computed by replacing the incidence angle of the plane wave at the base of the lithospheric target by the apparent incidence angle, Equation 4.31. The impedance matrices \mathbf{B} and \mathbf{B}_b are built for the apparent velocity models given by

Equation 4.32. Of note, an apparent impedance matrix needs to be computed for each incidence angle, as the correction ξ depends on this angle. This is a clear drawback when a frequency-domain modeling approach based on Gauss elimination is used, as the LU decomposition needs to be performed for each teleseism (i.e., source), while this decomposition is independent of source in conventional applications.

During the inversion, the gradient of the misfit function is computed with respect to the apparent wave speed for each teleseism, as these wave speeds are implemented in the forward-problem wave equation. Then, the gradients of the misfit function with respect to the true wave speeds are inferred from the gradients computed from the apparent wave speeds using the chain rule, before being stacked and smoothed with the two-dimensional Gaussian smoothing operator :

$$\nabla C_c = \nabla C_{c_a} \xi \tag{4.33}$$

Three-layered model				
Layer	Thickness(km)	$V_p(m.s^{-1})$	$V_s(m.s^{-1})$	$\rho(kg.m^{-3})$
1	5.	3000.	1800.	2000.
2	35.	6000.	3500.	2800.
3	40.	8000.	4600.	3000.

TABLE 4.1 – Physical parameters of the three-layer velocity model used to compute seismograms with the reflectivity method and the scattered-field formulation developed in the present study.

	Exploration scale	Lithospheric scale
$L_x, L_z (km)$	20.0, 4.65	473, 110
$V_{pmin}, V_{pmax} (km.s^{-1})$	2.36-6	4.7-8.1
$V_{smin}, V_{smax} (km.s^{-1})$	1.36-3.45	2.71-4.68
$f_{min}, f_{max} (Hz)$	1.7 - 7.0	0.05 - 0.5
$\lambda_{Pmin} = V_{Pmean}/\omega_{min}, \lambda_{Pmax} = V_{Pmean}/f_{max} (km)$	0.6 - 2.46	12.8 - 128
$\lambda_{Smin} = V_{Smean}/\omega_{min}, \lambda_{Smax} = V_{Smean}/f_{max} (km)$	0.34 - 1.41	7.39 - 73.9
$N_{\lambda_{Pmin}} = L_z/\lambda_{Pmax}, N_{\lambda_{Smin}} = L_z/\lambda_{Smax}$	9 - 16	3.5 - 6

TABLE 4.2 – Characteristic scales involved in exploration seismology (e.g. Brossier *et al.*, 2009a) and in teleseismic imaging. $L_x, L_z (km)$: horizontal and vertical dimensions of the target. $V_{pmin}, V_{pmax} (km.s^{-1})$: minimum and maximum P-wave speeds. $V_{smin}, V_{smax} (km.s^{-1})$: minimum and maximum S-wave speeds. $f_{min}, f_{max} (Hz)$: frequency bandwidth. $\lambda_{Pmin}, \lambda_{Pmax} km$: minimum and maximum compressional wavelengths. $\lambda_{Smin}, \lambda_{Smax} km$: minimum and maximum shear wavelengths. $N_{\lambda_{Pmin}}, N_{\lambda_{Smin}}$: number of propagated compressional and shear wavelengths for the starting frequency f_{min} .

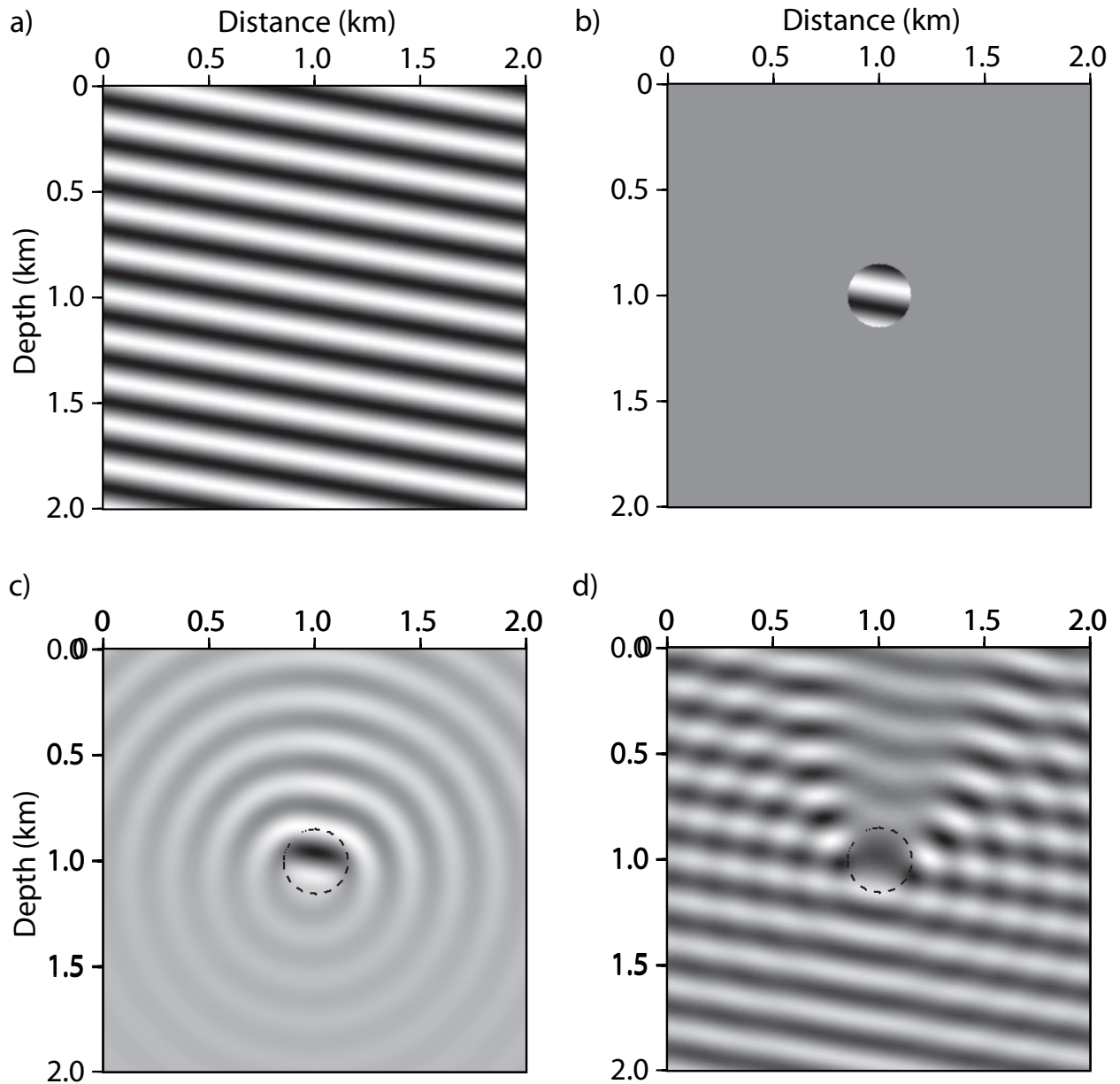


FIGURE 4.1 – Plane-wave source modeling with the scattered-field formulation. The four main steps of the approach are illustrated for a homogeneous acoustic background model with an inclusion. (a) Analytical monochromatic plane-wave solution in the homogeneous background model. (b) Monochromatic scattering source. (c) Monochromatic scattered wavefield. (d) Total monochromatic wavefield obtained by summing the wavefields shown in (a) and (c).

TABLE 4.3 – FWI experimental set-up. Nomenclature : *Fig* : figure number. $f_0(Hz)$, $f_{max}(Hz)$: initial and final frequencies used in FWI. N_f : number of frequencies used in FWI. $\Delta_R(km)$: receiver spacing. N_s : number of plane-wave sources. *Angles*(Σ) : range of incidence angles spanned by the plane-wave sources. *Op* : Optimization algorithm (L-BFGS (L) versus conjugate gradient (C)). *BC* : Boundary condition on top of the model (A : absorbing ; FS : free surface). *FG* : single-frequency (S) versus multi-frequency (M) hierarchical inversions. By multi-frequency inversion is meant successive inversions of overlapping frequency groups. E_P , E_S : error in percentage in the V_P and V_S FWI models.

<i>Fig</i>	f_0	f_{max}	N_f	Δ_R	N_s	<i>Angles</i>	<i>Op</i>	<i>BC</i>	<i>G</i>	$E_P(\%)$	$E_S(\%)$
9(a, b)	0.1	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	A	S	4.40	4.30
9(c, d)	0.1	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	2.78	2.43
12(a, b)	0.1	0.4	37	1.2	17	-40,+40	C	FS	S	2.92	2.62
14 (a, b)	0.1	0.4	7	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	3.00	3.02
14 (c, d)	0.1	0.4	19	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	2.80	2.37
14 (e, f)	0.1	0.4	19	1.2	17	-40,+40	L	FS	M	2.80	2.32
14 (g, h)	0.1	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	M	2.58	2.16
17 (a, b)	0.1	0.4	19	1.2	5	-40,+40	L	FS	S	3.00	2.58
17 (c, d)	0.1	0.4	37	1.2	9	-40,+40	L	FS	S	2.87	2.56
17 (e, f)	0.1	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	2.78	2.43
17 (g, h)	0.1	0.4	37	1.2	8	-40,-20 ; +20,+40	L	FS	S	2.98	2.43
17 (i, j)	0.1	0.4	37	1.2	4	+20,+40	L	FS	S	3.42	3.30
17 (k, l)	0.1	0.4	37	1.2	4	-40,-20	L	FS	S	3.41	3.21

TABLE 4.3 – Following of Table 3

18 (a, b)	0.1	0.4	37	2.4	17	-40,+40	L	FS	S	2.80	2.43
18 (c, d)	0.1	0.4	37	4.8	17	-40,+40	L	FS	S	2.82	2.51
18 (e, f)	0.1	0.4	37	9.6	17	-40,+40	L	FS	S	2.85	2.57
18 (g, h)	0.1	0.4	37	19.2	17	-40,+40	L	FS	S	3.29	3.06
18 (i, j)	0.1	0.4	37	19.2	17	-40,+40	L	FS	S	2.73	2.46
18 (k, l)	0.1	0.4	37	19.2	17	-40,+40	L	FS	S	3.61	3.81
19 (a, b)	0.1	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	2.86	3.61
19 (c, d)	0.05	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	2.75	3.61
19 (e, f)	0.05	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	10.0	10.1
19 (g, h)	0.015	0.4	37	1.2	17	-40,+40	L	FS	S	8.03	5.56

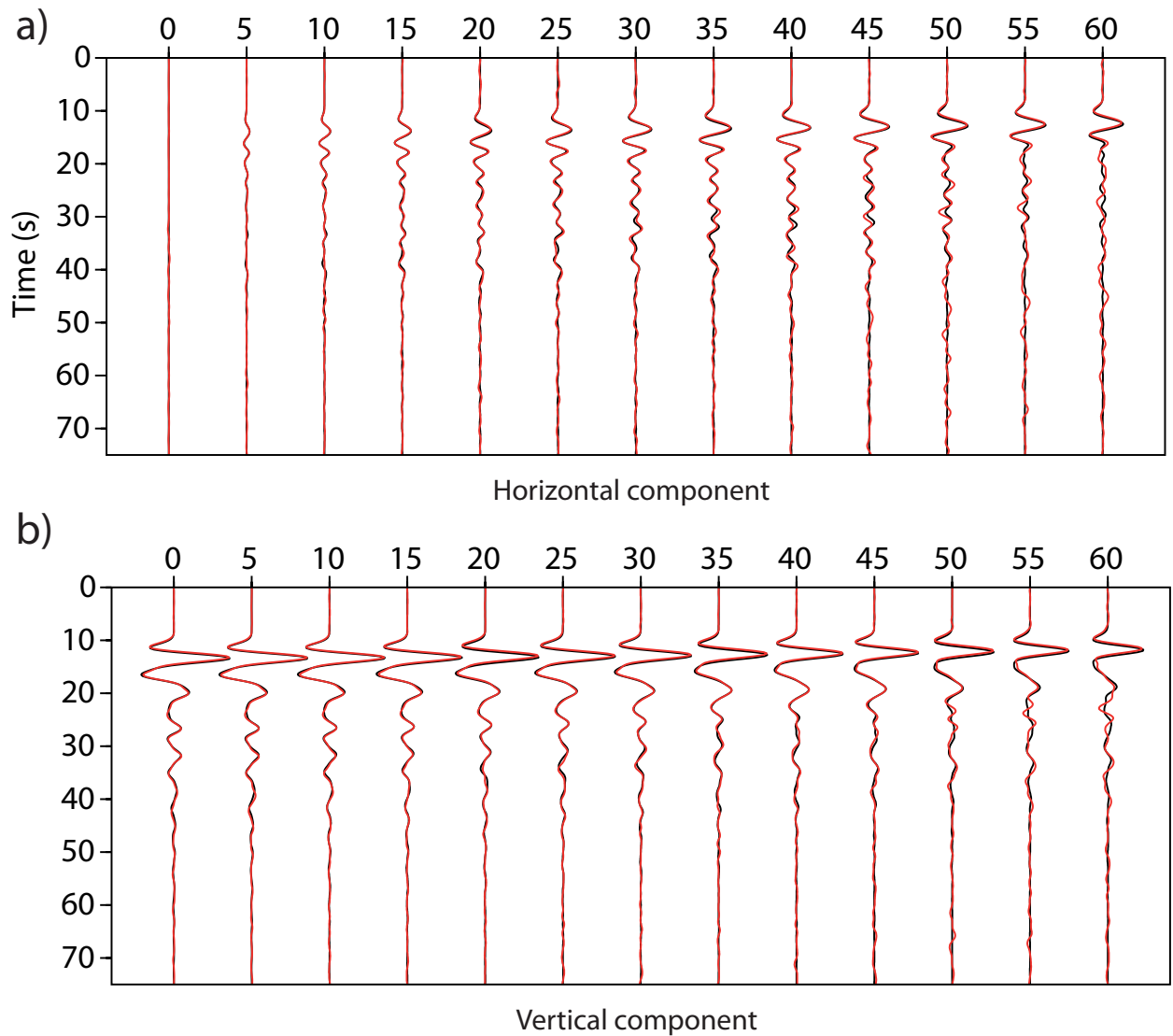


FIGURE 4.2 – Validation of the scattered-field method against the reflectivity method. Direct comparison between seismograms computed with the reflectivity method (black line) and the scattered-field formulation (red line) in the three-layer model (Table 4.1) for the radial (a) and vertical (b) components.

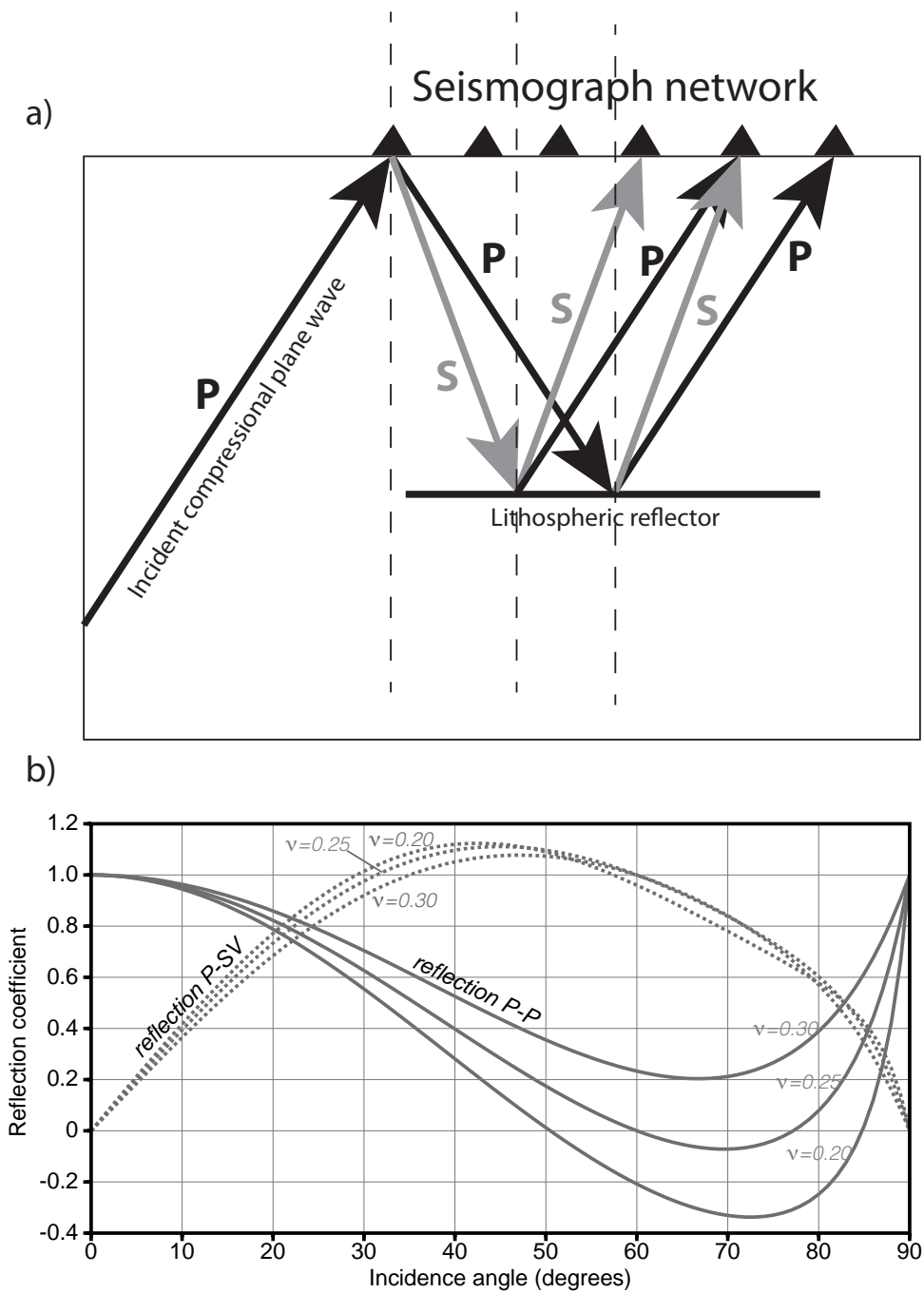


FIGURE 4.3 – (a) Illustration of a teleseismic experiment, and the corresponding scattering modes. (b) P-P and P-SV reflection coefficients at the free surface versus the incidence angle of an up-going P wave. The curves are plotted for three Poisson ratios, as indicated.

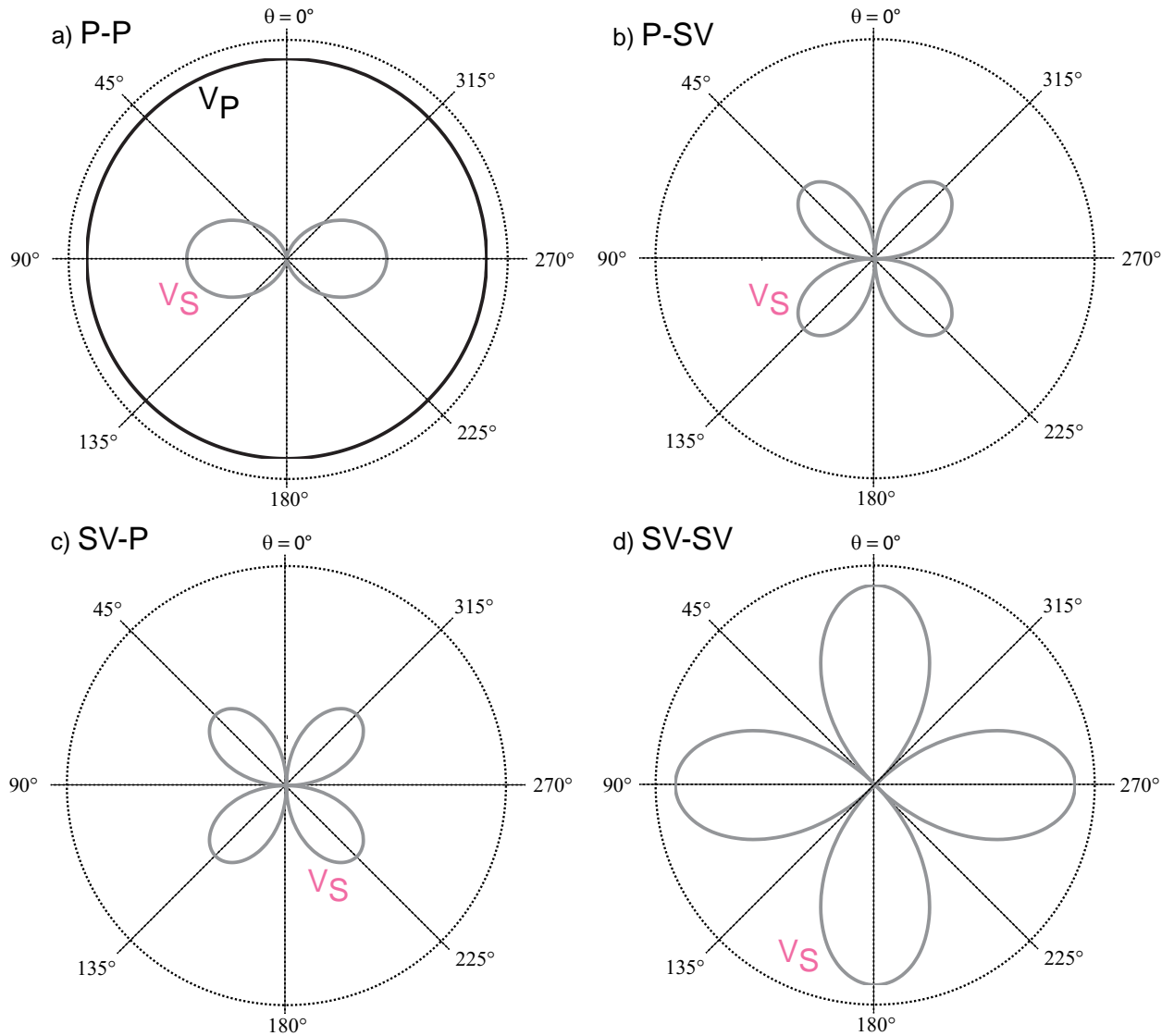


FIGURE 4.4 – Scattering pattern of V_P (black line) and V_S (gray line) diffractors for the four scattering modes P-P (a), P-SV (b), SV-P (c) and SV-SV (d). The scattering patterns are plotted as a function of the scattering angle θ (Figure 4.5a). Note that the V_P diffractor generates scattering only for the P-P mode. The scattering patterns were derived analytically in the framework of the ray+Born approximation (Forgues & Lambaré, 1997).

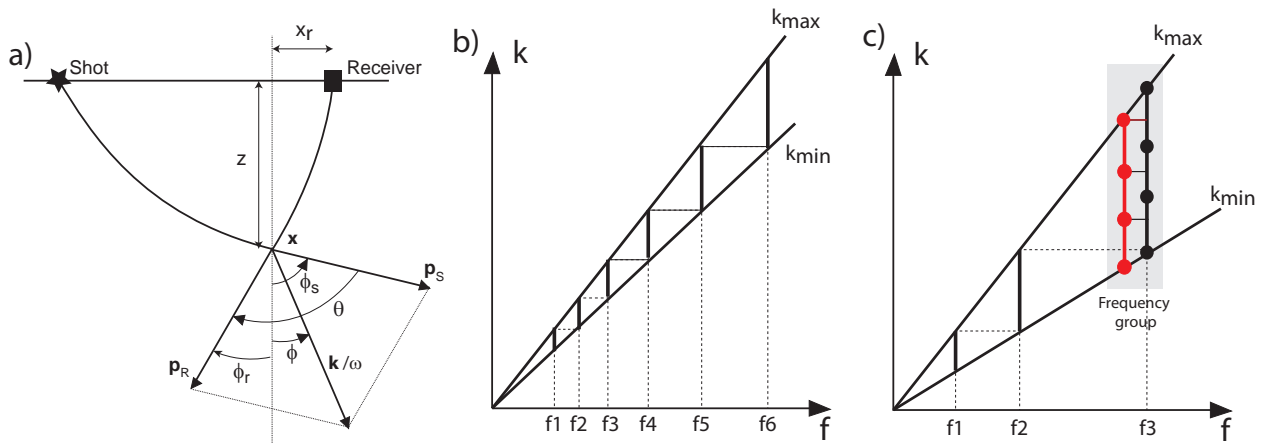


FIGURE 4.5 – Sampling issues in sparse diffraction tomography. (a) Relationship between local wavenumber vector \mathbf{k} at diffractor point \mathbf{x} and angular frequency ω , scattering angle θ and local incidence angle ϕ . The slowness vectors associated with the rays connecting the source \mathbf{s} and the receiver \mathbf{r} to the diffractor \mathbf{x} are denoted by \mathbf{p}_s and \mathbf{p}_r , respectively. (b, c) Vertical wavenumber coverage versus frequency for a reflection from a horizontal interface (adapted from Sirgue & Pratt (2004)). The solid black lines represent the minimum and maximum vertical wavenumbers spanned by one frequency according to Equation 4.20. (b) Case of a narrow illumination of incidence angles. This scenario corresponds to a set of earthquakes with similar back-azimuth. A small frequency interval is required to guarantee continuous sampling of the wavenumber spectrum. (c) The case of a wide but coarse illumination of incidence angles. This scenario corresponds to the wide-spread distribution of a few earthquakes with distinct back-azimuths. The circles represent wavenumbers, which are coarsely sampled within the wavenumber band spanned by one frequency. Simultaneous inversions of close multiple frequencies should help to prevent under-sampling of the wavenumber band (red circles).

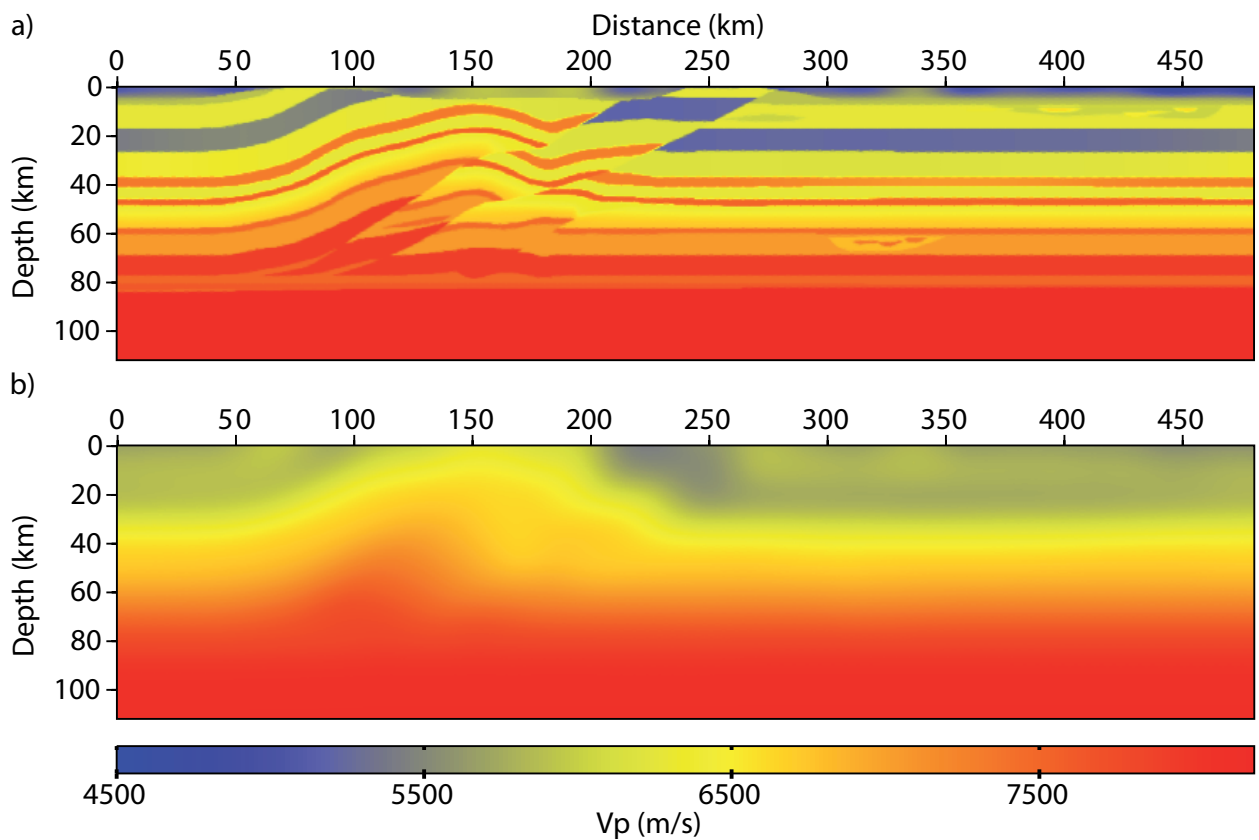


FIGURE 4.6 – Lithospheric SEG/EAGE overthrust model (a) True and (b) starting P-wave velocity models. The S-wave velocity model is derived from the P-wave velocity model using a constant Poisson ratio of 0.25.

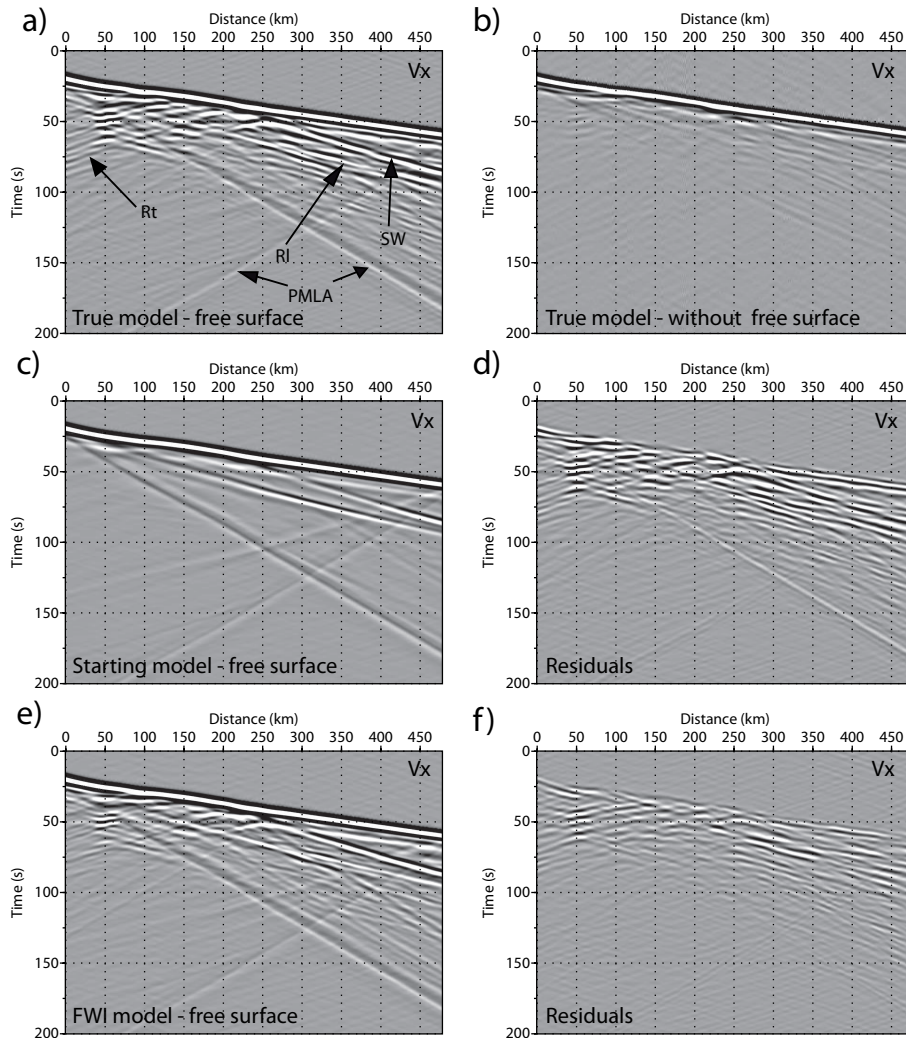


FIGURE 4.7 – Seismograms computed in the true V_P and V_S models : the radial component. The incidence angle of the up-going plane wave is -40° . A free-surface boundary condition (a) and an absorbing boundary condition (b) are used on top of the model. R_T : Doubly reflected phases from the free surface and from the thrusts. R_P : Doubly reflected phases from the free surface and from the horizontal layers in the right part of the model. $PMLA$: parasite reflections from the perfectly matched layer-medium interfaces. SW : a possible body-wave to surface-wave converted phase. (c) As for (a), for seismograms computed in the initial model (Figure 4.6b). (d) Residuals between seismograms shown in (a) and (c). (e) Same as (a) for seismograms computed in the FWI model of Figure 4.14g-h. (f) Residuals between the seismograms shown in (a) and (e).

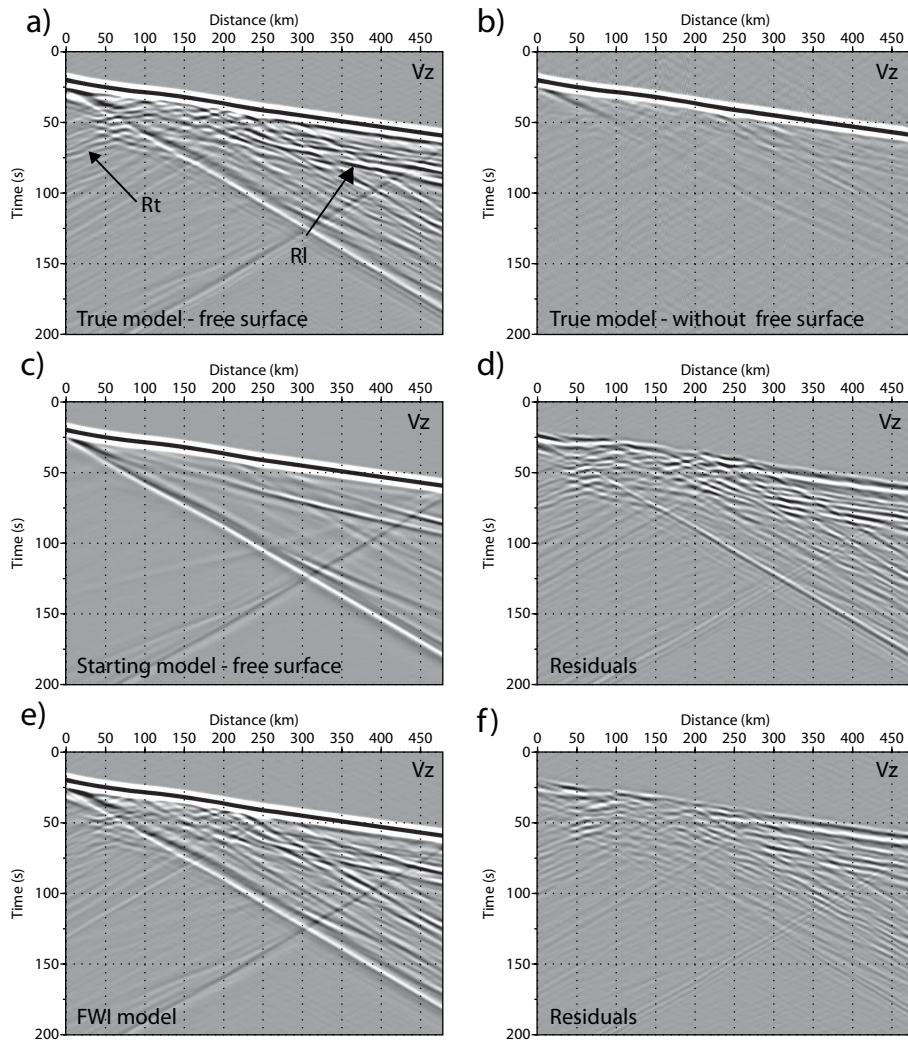


FIGURE 4.8 – As for Figure 4.7, for the vertical component.

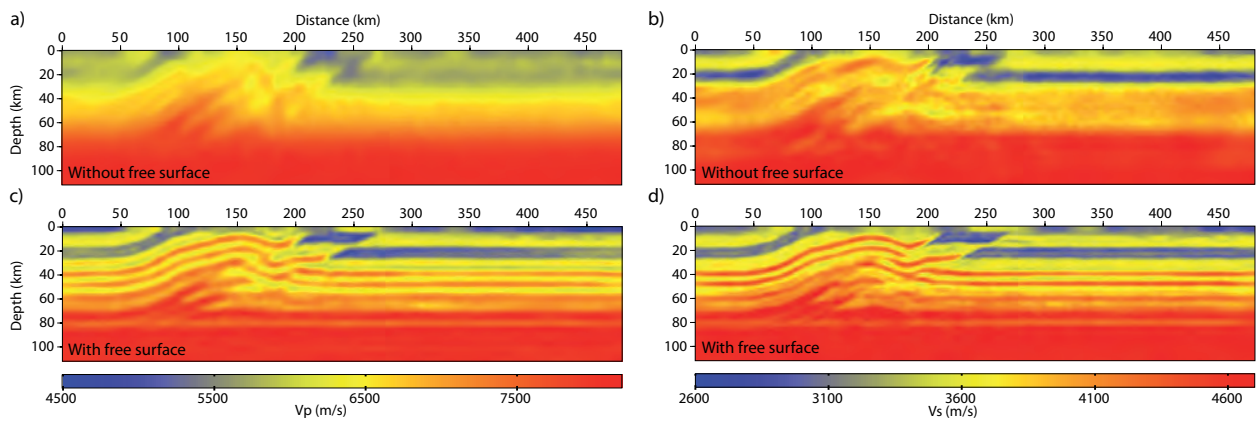


FIGURE 4.9 – Importance of the free surface in teleseismic FWI. V_P (a) and V_S (b) FWI velocity models when an absorbing boundary condition on top of the model (infinite model) is used to compute the seismic wavefield in the true model and in the reconstructed models. (c, d) As for (a, b), but a free-surface boundary condition is implemented on top of the models. See Table 4.3 for the FWI set-up.

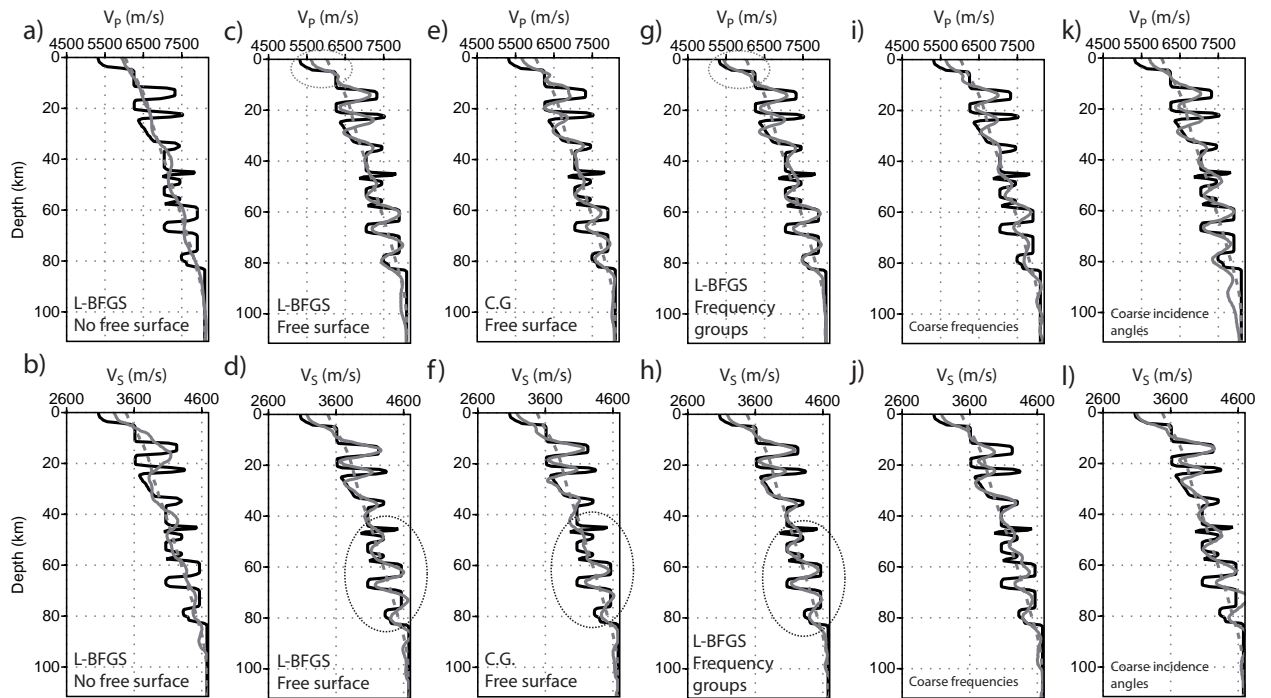


FIGURE 4.10 – Vertical V_P (top) and V_S (bottom) profiles extracted at 125 km in distance from the true (black lines), the FWI (solid gray line) and the starting (dashed gray lines) models. (a, b), (c, d), (e, f), (g, h), (i, j), (k, l) V_P and V_S profiles extracted from the FWI models of Figures 4.9a, b, 4.9c, d, 4.12a, b, 4.14g, h, 4.14a, b, and 4.17a, b, respectively. The dashed ellipses in (c-g) delineate the shallow velocities, where the use of frequency groups provides a more reliable reconstruction compared to single-frequency inversion. The dashed ellipses in (d-f) delineate part of the velocity profile where the L-BFGS optimization provides more reliable focusing than the conjugate gradient algorithm.

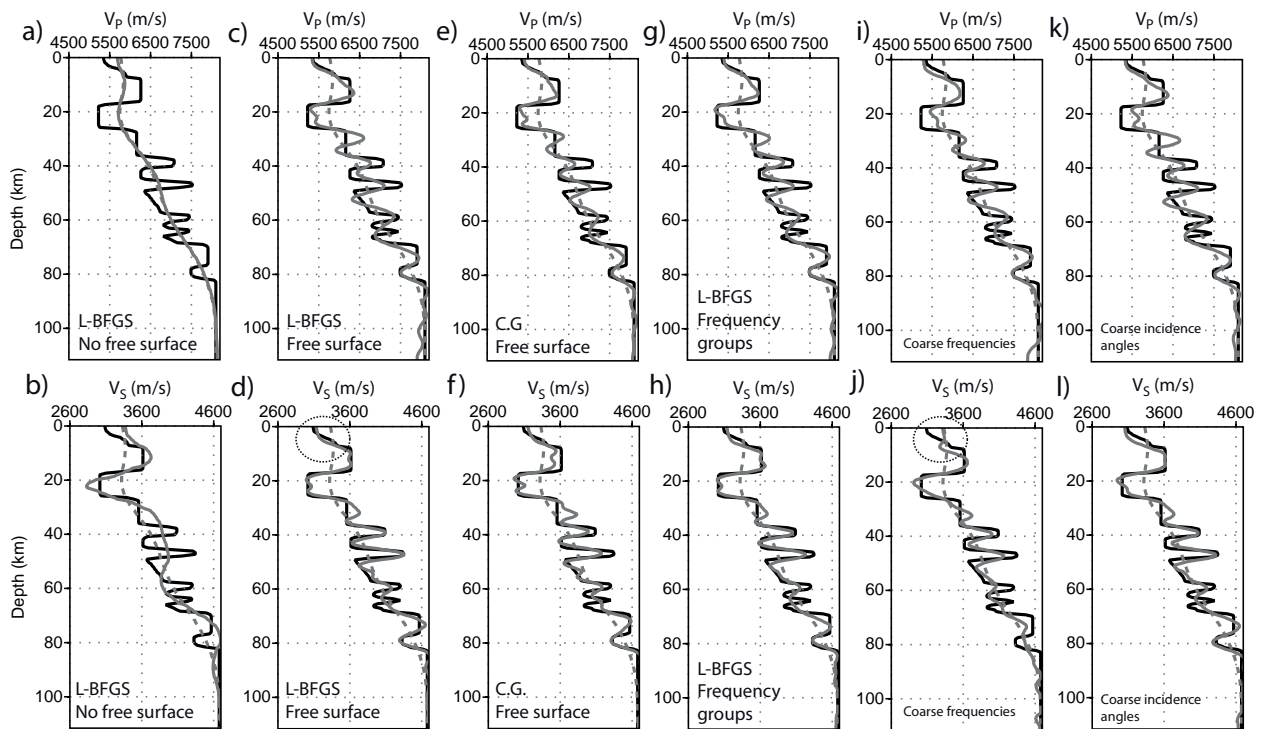


FIGURE 4.11 – As for Figure 4.10 for the vertical profiles located at 325 km in distance. The dashed ellipses in (d-j) delineate the shallow parts of the model, where the S-wave speed is not reconstructed correctly from a coarse subset of frequencies.

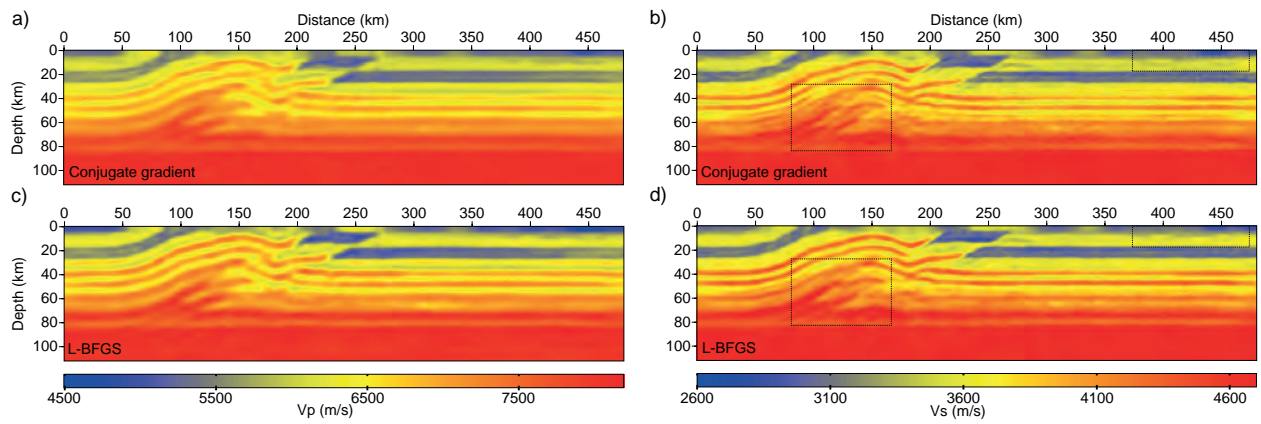


FIGURE 4.12 – Optimization algorithm in FWI. (a, b) V_P (a) and V_S (b) FWI velocity models computed with a conjugate gradient algorithm. (c, d) As for (a, b) for the L-BFGS algorithm. Note the improved reconstruction of the thrusts and the shallow channels in the V_S model (dashed rectangles). See Table 4.3 for the FWI set-up.

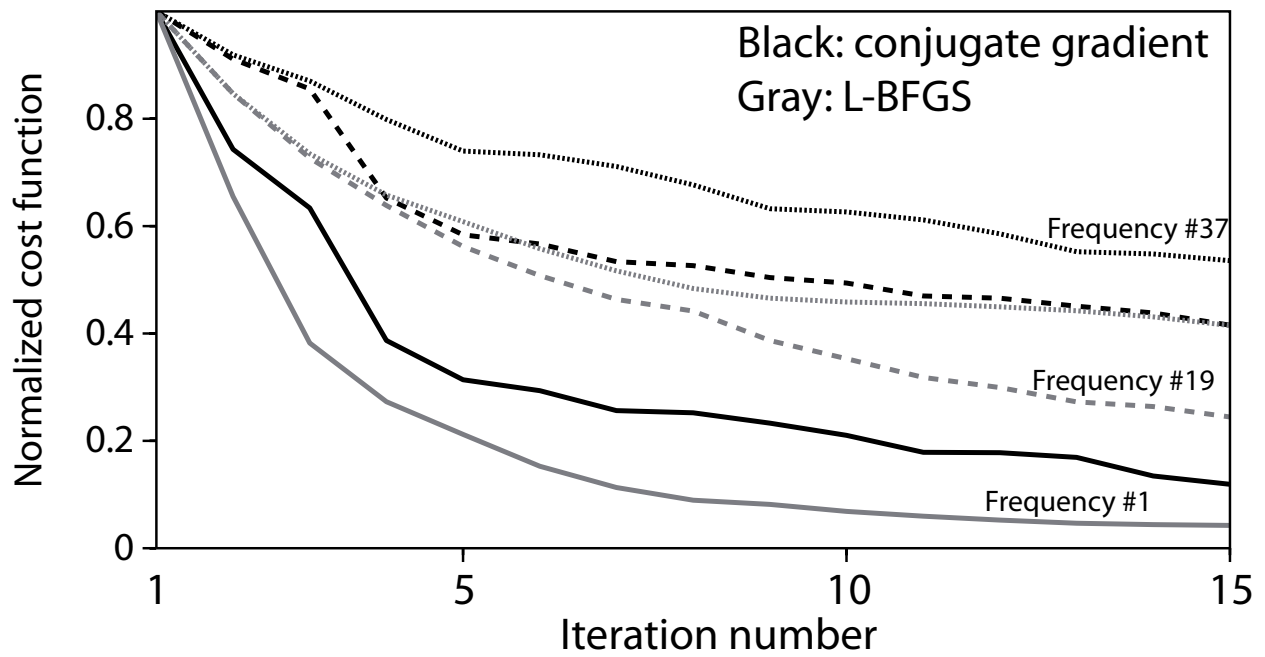


FIGURE 4.13 – Optimization algorithm in FWI. Normalized misfit function versus iteration number for frequencies of 0.1 Hz, 0.25 Hz, 0.4 Hz. The misfit function obtained with the conjugate gradient and L-BFGS are plotted in gray and black, respectively.

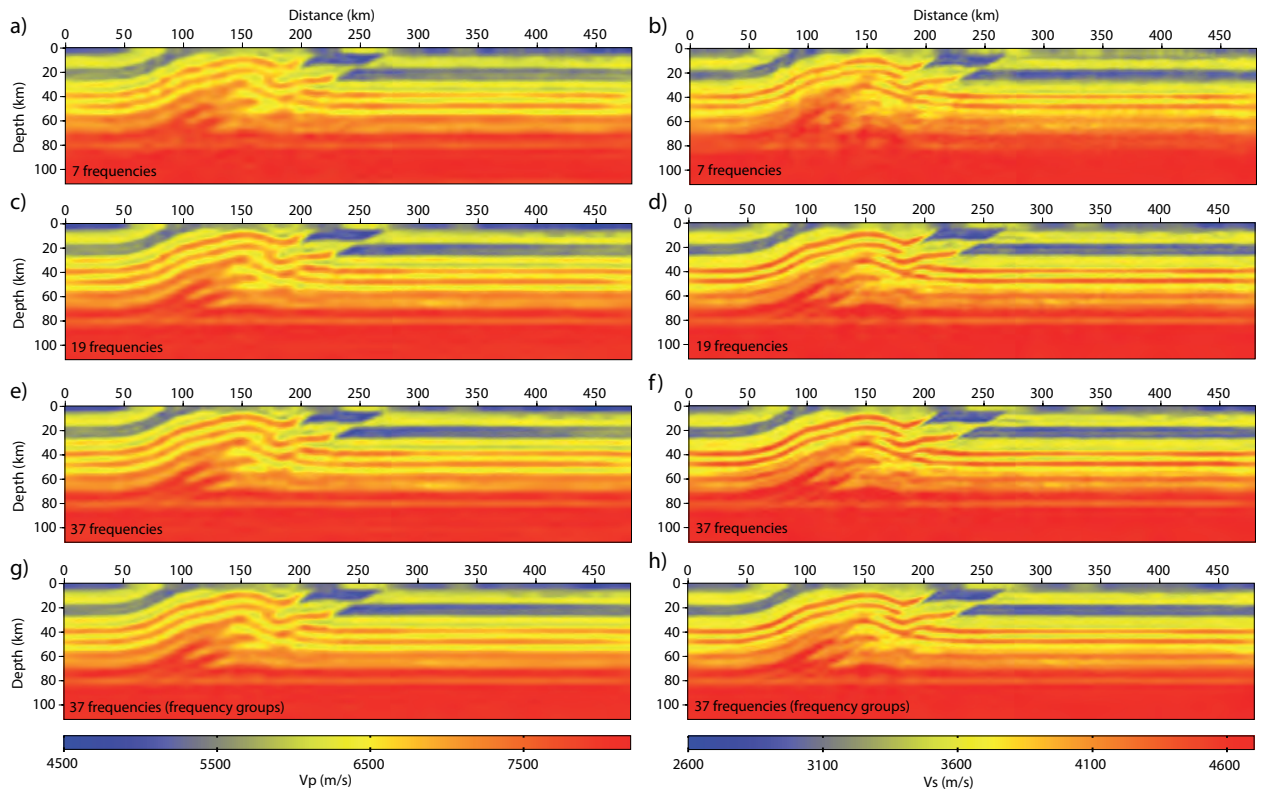


FIGURE 4.14 – Impact of frequency sampling on teleseismic FWI. (a-f) Final V_P and V_S FWI models obtained by sequential inversions of single frequencies : 7 (a, b), 19 (c, d), 37 (e, f) frequencies are inverted. (g, h) Successive inversions of three overlapping frequency groups, for the total of 37 frequencies involved in the inversion. Note the improved signal-to-noise ratio in the V_S model in (h) relatively to (f). See Table 4.3 for the FWI set-up.

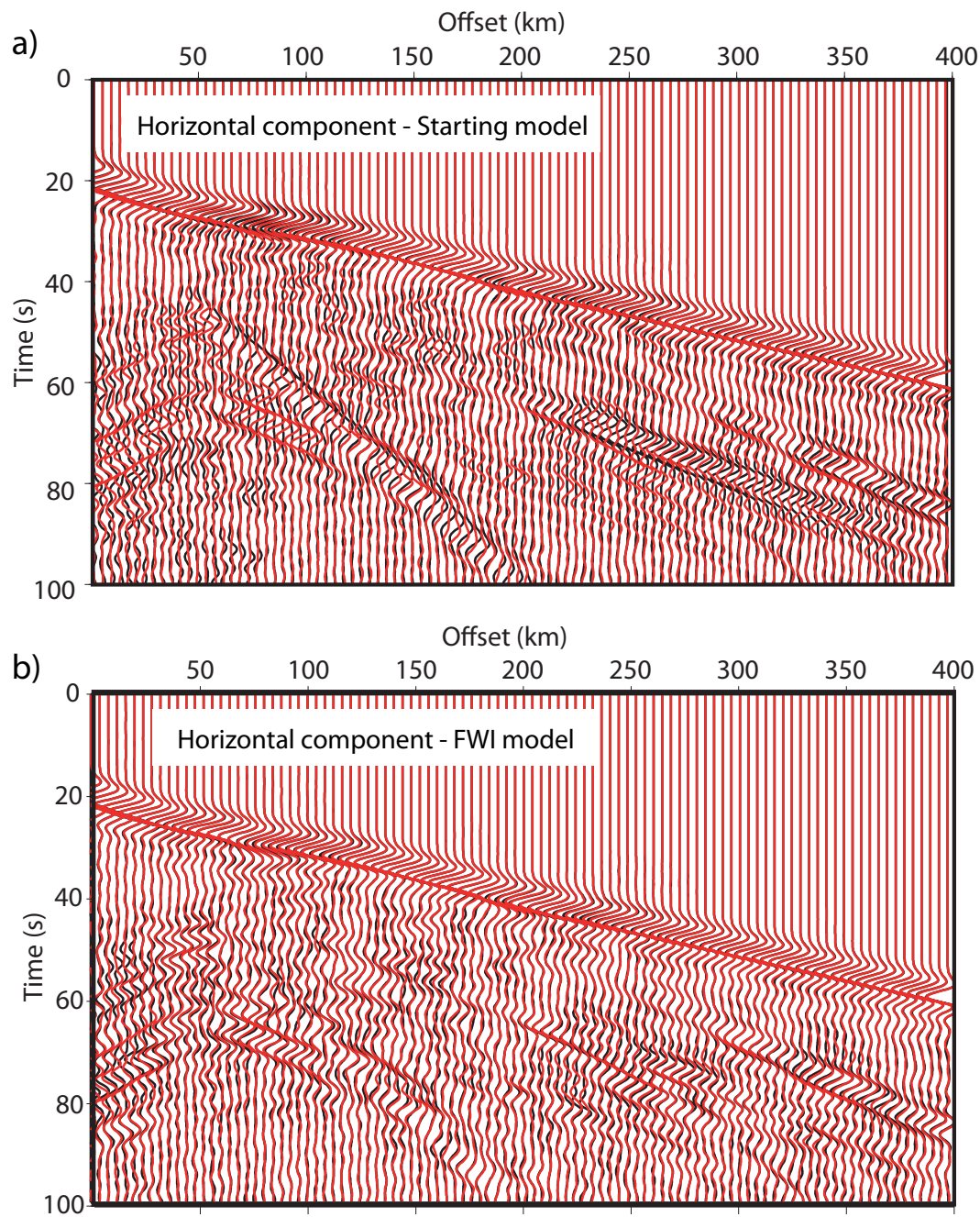


FIGURE 4.15 – Radial component. (a) Direct comparison between seismograms computed in the true model (black) and in the initial model (red). (b) As for (a), but the red seismograms are computed in the FWI models of Figure 4.14g, h. The seismograms are plotted with an automatic gain control to assess more easily the match of the phase of the secondary scattered wavefield.

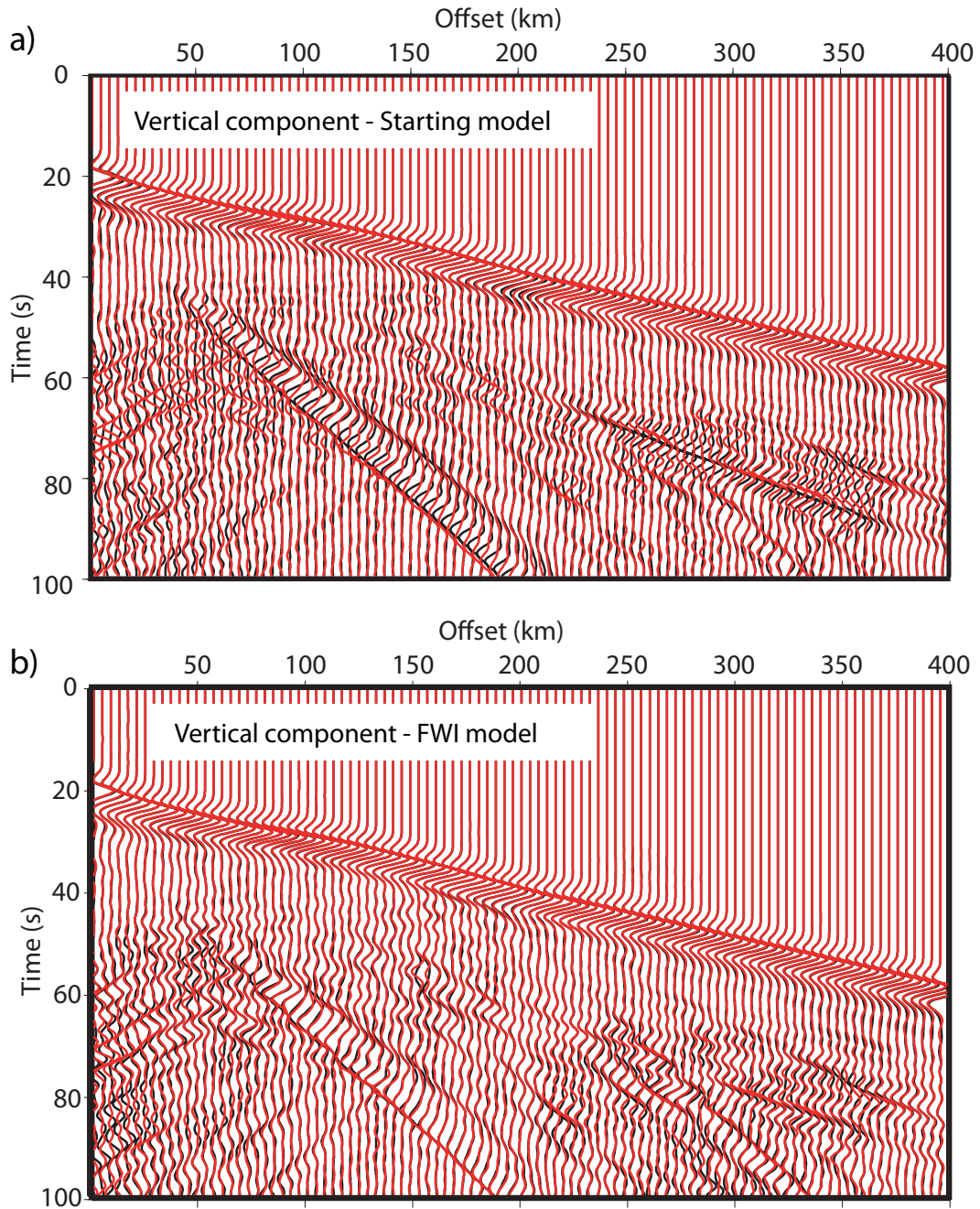


FIGURE 4.16 – Vertical component. As for Figure 4.15 for the vertical component.

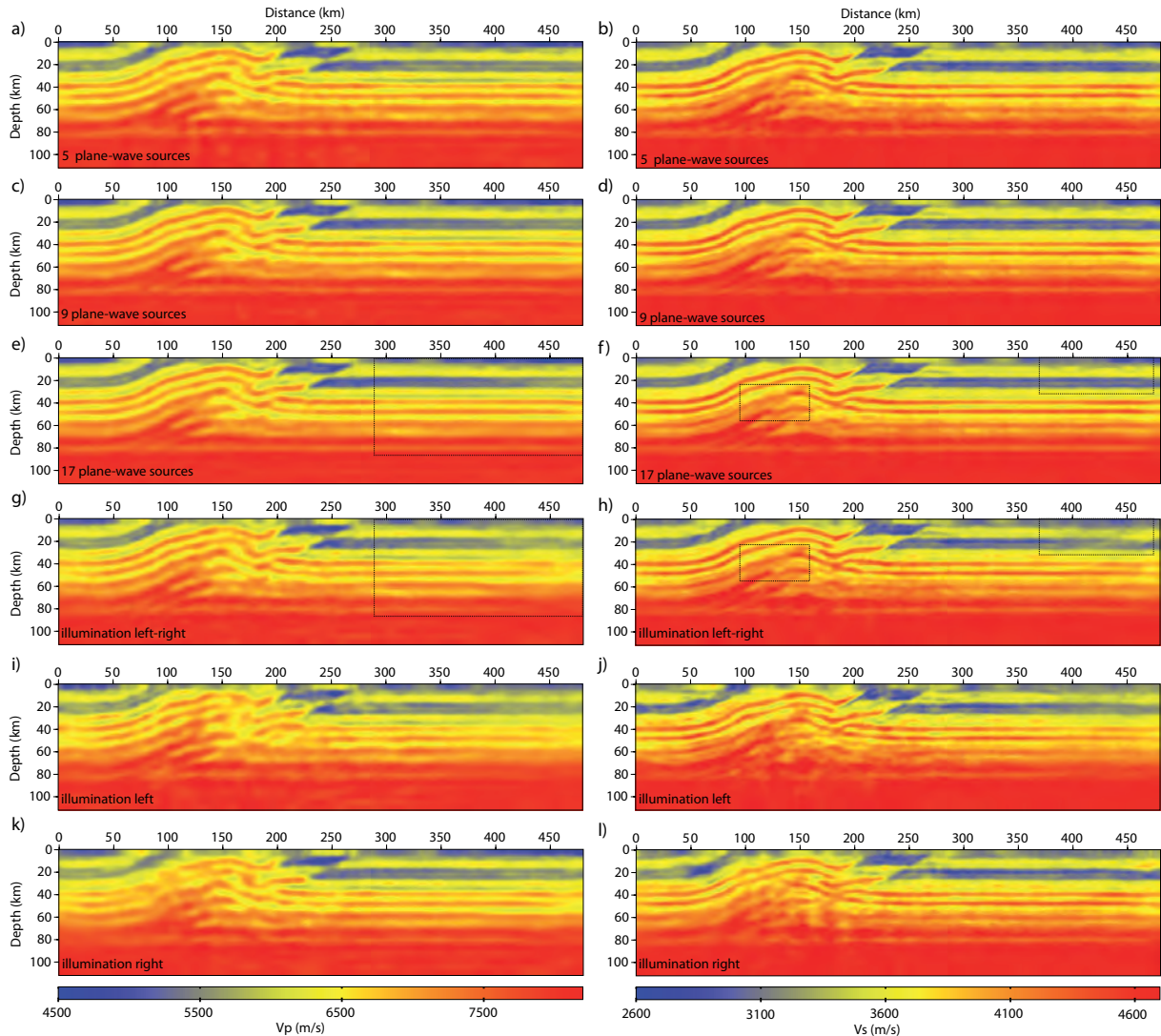


FIGURE 4.17 – Impact of incidence-angle sampling and coverage. (a, b) V_P (a) and V_S (b) FWI models obtained for five plane-wave sources. Incidence angles range between -40Σ to $+40\Sigma$ with an interval of 20Σ . (c, d) As for (a, b), for nine plane-wave sources (angle interval : 10Σ). (e, f) As for (a, b), for 17 plane-wave sources (angle interval : 5Σ). (g, h) As for (a, b), for 10 plane-wave sources, with incidence angles ranging between -40Σ and -20Σ and between $+20\Sigma$ and $+40\Sigma$. (g, h) As for (a, b), for five plane-wave sources, with incidence angles ranging between -40Σ and -20Σ . (k, l) As for (a, b), for five plane-wave sources, with incidence angles ranging between $+20\Sigma$ and $+40\Sigma$. See Table 4.3 for the complete FWI set-up.

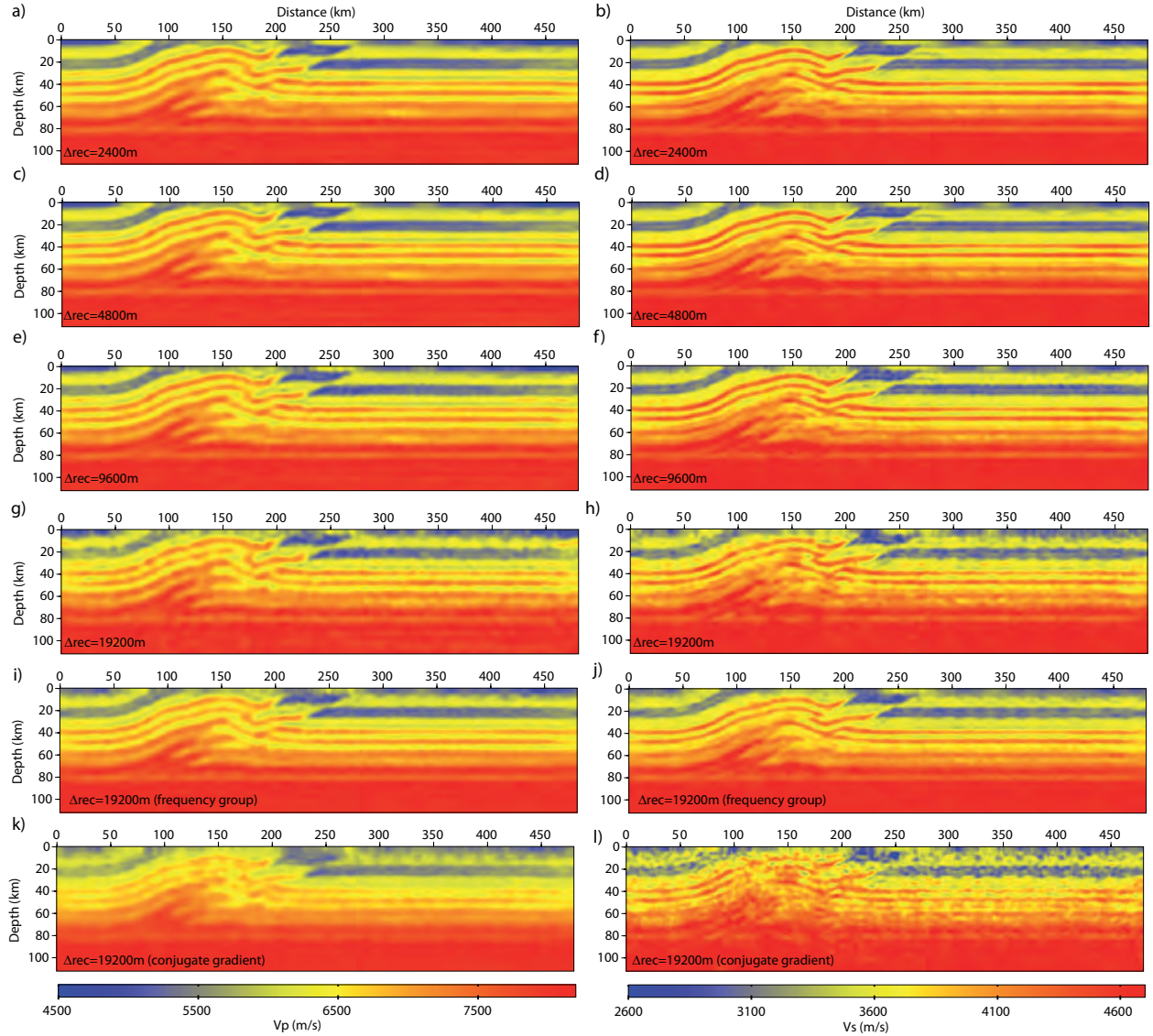


FIGURE 4.18 – Impact of receiver spacing. V_P (left) and V_S (right)) FWI velocity models obtained with a receiver interval of 2.4 km (a, b), 4.8 km (c, d), 9.6 km (e, f), and 19.2 km (g, h). Sequential inversions of 37 frequencies are performed (Table 4.3). (i, j) As for (g, h), but sequential inversions of three overlapping frequency groups are performed instead of sequential inversions of single frequencies. Note the significant reduction in the spatial aliasing. (k, l) As for (g, h), but the conjugate gradient algorithm is used instead of the L-BFGS.

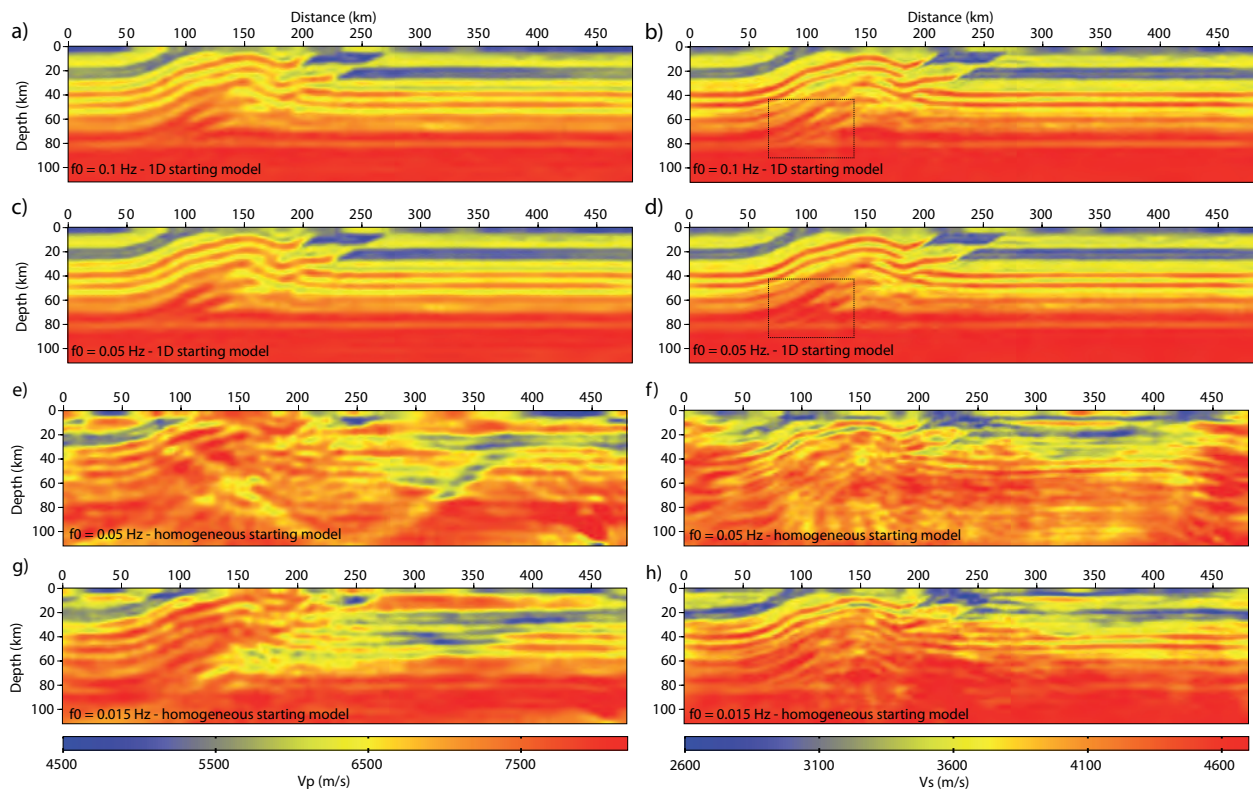


FIGURE 4.19 – Impact of the initial model. (a, b) V_P (a) and V_S (b) FWI models inferred from vertical velocity-gradient starting models. The starting frequency was 0.1 Hz. Note the deficit of small wavenumbers in the thrust area (dashed rectangle). (c, d) As for (a, b), for a starting frequency of 0.05 Hz. Note how the gap of low wavenumbers is filled in. (e, f) The starting models are homogeneous with $V_P = 6$ km/s and $V_S = 3.4$ km/s. The starting frequency was 0.05 Hz. (g, h) As for (e, f), for a starting frequency of 0.015 Hz. In the last two cases, the inversion fails to converge towards the global minimum. See Table 4.3 for the FWI set-up.

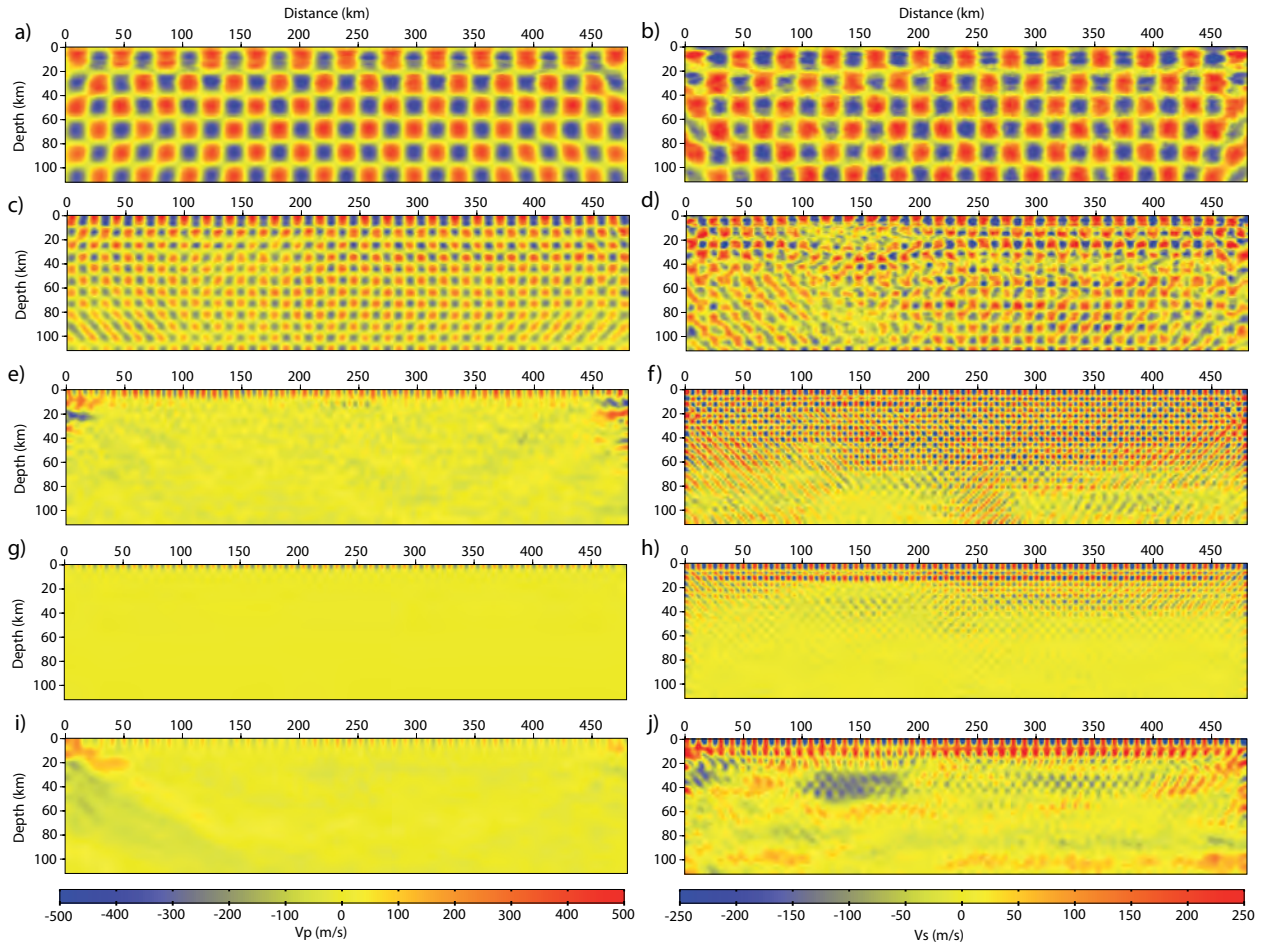


FIGURE 4.20 – Resolution analysis by checkerboard tests. V_P (left) and V_S (right) FWI perturbation models for elements of dimension (a-b) 19.2 km, (c, d) 9.6 km, and (e, f) 4.8 km. In (a-f), the inversions were applied to three overlapping frequency groups using the L-BFGS optimization. (g, h) As for (e, f), except that the conjugate gradient algorithm is used instead of L-BFGS. (i, j) As for (g, h), except that single frequencies were inverted rather than frequency groups.

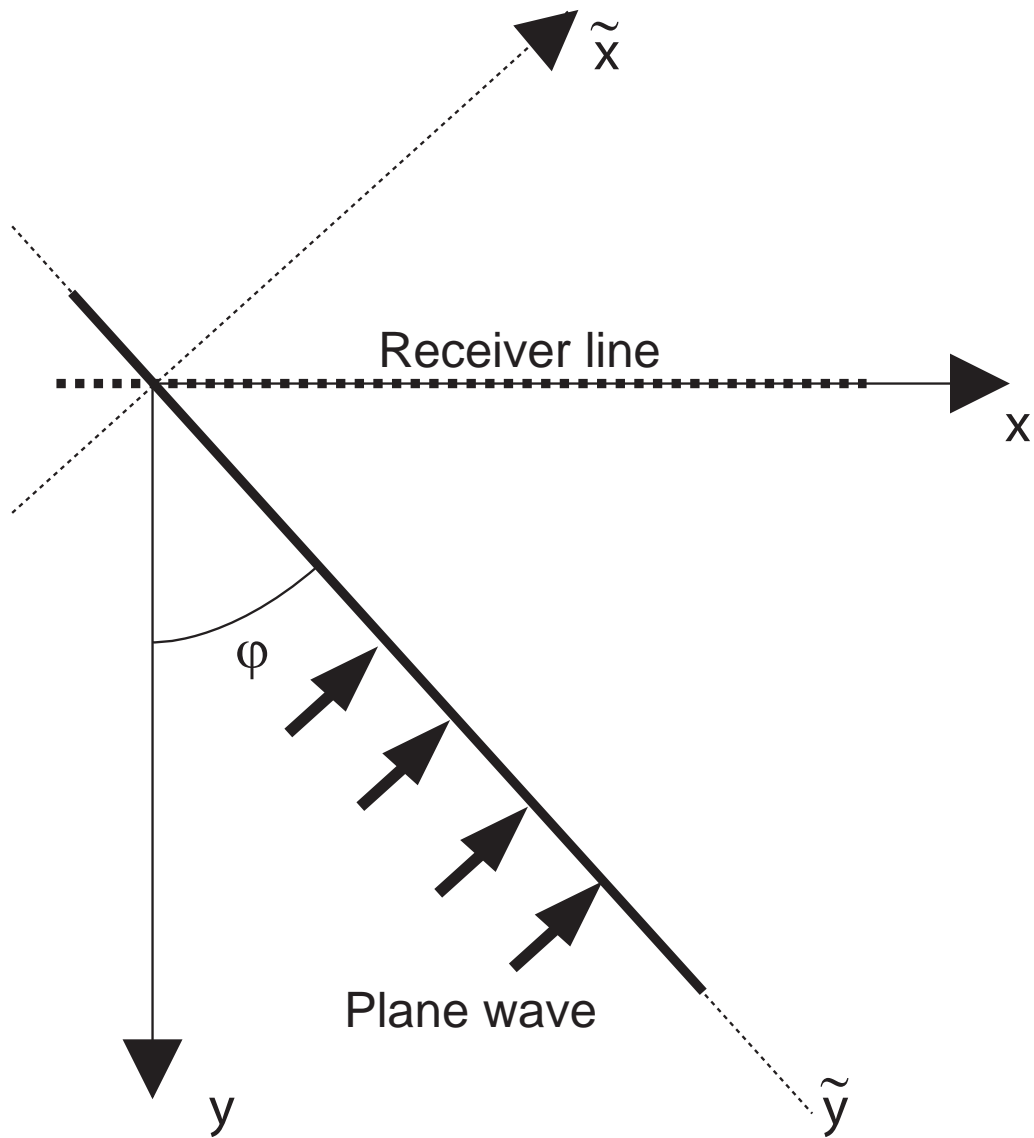


FIGURE 4.21 – Correction for obliquity. The plane-wave source propagates in a horizontal direction with an angle ψ with respect the axis perpendicular to the receiver line.

4.11 Migration ray+Born versus inversion de formes d'ondes complètes.

L'analyse paramétrique présentée précédemment nous permet de définir les paramètres optimaux pour l'*inversion de formes d'ondes complètes* dans le cadre d'une configuration téléseismique. Cependant, le modèle utilisé, *SEG/EAGE Overthrust*, n'est pas représentatif d'une cible lithosphérique, notamment en terme de structure. Je propose ici, de réaliser une inversion élastique pour un modèle de suture océanique, utilisé par Shragge *et al.* (2001) dans le cadre d'applications à un cas synthétique de la méthode de *migration ray+Born* adaptée aux configurations téléseismiques par Bostock *et al.* (2001). Les résultats de l'*inversion de formes d'ondes complètes* sera ensuite comparée aux résultats de *migration ray+Born* obtenus par Shragge *et al.* (2001).

Pour ses application numérique sur un modèle synthétique, Shragge *et al.* (2001) utilisent six événements téléseismiques possédant des lenteurs horizontales de : -0.07 , -0.06 , -0.05 , 0.05 , 0.06 et 0.07 s.km^{-1} , ce qui en terme d'angles d'incidence correspond à : -34.07 , -28.70 , -23.59 , 23.59 , 28.70 et 34.07 degrés. Le réseau de stations compte 101 stations (121 pour Shragge *et al.* (2001)) espacées de 3 km et placé à la surface libre. La *migration ray+Born* a été réalisée en utilisant des données calculées dans la bande de fréquence va de 0 à 4 Hz. Pour des raisons de coût numérique, nous considérons ici, pour l'*inversion de formes d'ondes complètes*, une bande de fréquence allant de 0.1 à 0.5 Hz échantillonnée par 41 fréquences discrètes divisée en quatre groupes de fréquences : $[0.1;0.2]$, $[0.2;0.3]$, $[0.3;0.4]$, et $[0.4;0.5]$ Hz. Enfin, notre inversion est réalisée en utilisant l'algorithme *l-BFGS*.

Dans leur protocole, Shragge *et al.* (2001) calculent tout d'abord des sismogrammes synthétiques deux-composantes, dans le milieu vrai, à l'aide d'un algorithme de modélisation bi-dimensionnel utilisant une méthode de résolution pseudo-spectrale (Kosloff *et al.*, 1990). Le calcul des sismogrammes synthétiques est réalisé pour une bande de fréquence allant de 0 à 4 Hz, pour six sources planes (± 0.05 , ± 0.06 , $\pm 0.07 \text{ s.km}^{-1}$). Ces sismogrammes sont ensuite pré-traités afin d'isoler les champs diffractés des champs incidents en suivant le protocole décrit par Bostock *et al.* (2001). Les champs diffractés sont convolués avec un filtre $[0.1; 4.0]$ Hz afin de reproduire les caractéristiques d'un événement téléseismique profond enregistré par des stations large-bande. Finalement, les champs diffractés directs et réfléchis à la surface libre sont inversés simultanément.

La figure (4.22) présentent les résultats obtenus par *migration ray+Born* et par *inversion de formes d'ondes complètes*. Les résultats de la *migration/inversion ray+Born* obtenus par Shragge *et al.* (2001), et plus particulièrement le modèle de perturbation $\Delta\beta/\beta_0$ (figure 4.22b), montre que leur méthode est à même d'identifier une structure telle que la croûte relique.

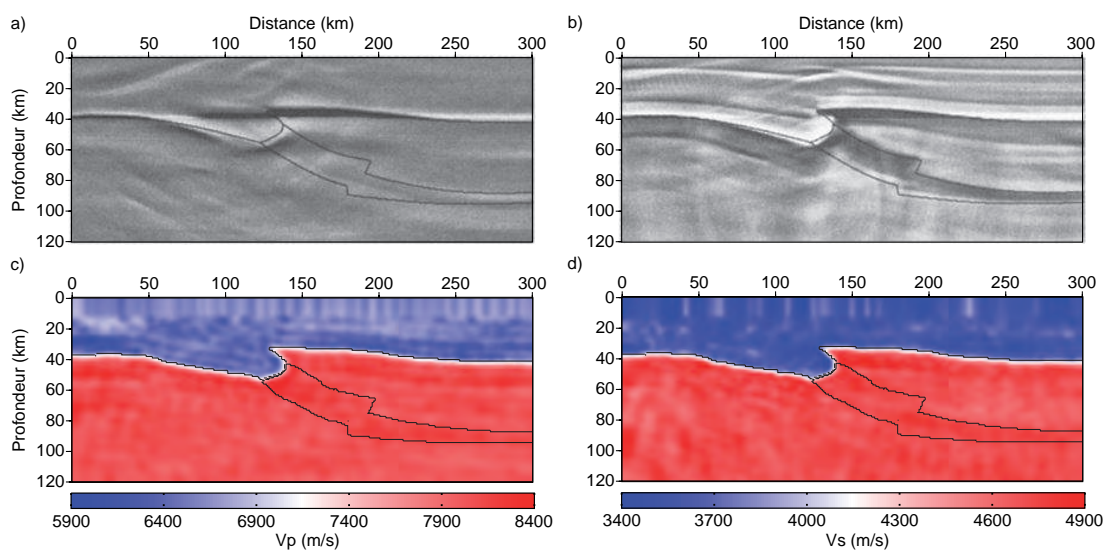


FIGURE 4.22 – Comparaison des résultats obtenus par *Migration ray+Born* et *inversion de formes d'ondes complètes*. (a,b) Modèles de perturbations de (a) vitesse des ondes P ($\Delta\alpha/\alpha_0$) et (b) vitesses des ondes S ($\Delta\beta/\beta_0$) reconstruit par *migration ray+Born* avec six sources planes (d'après Shragge *et al.* (2001)). (c,d) Modèles de (c) vitesse des ondes P et (d) vitesse des ondes S reconstruit par *inversion de formes d'ondes complètes* avec sept sources planes.

4.12 Conclusion

Dans cette partie, j'ai présenté une analyse paramétrique de l'*inversion de formes d'ondes complètes* adaptée aux configurations télésismiques. Dans cette étude, nous avons discuté de la faisabilité et de l'efficacité de l'adaptation de l'*inversion de formes d'ondes complètes* à l'imagerie lithosphérique télésismique à travers une série de tests sur un modèle de vitesse synthétique complexe.

Nous avons tout d'abord mis en avant l'importance de la prise en compte de la surface libre dans le cadre d'une configuration télésismique. En effet, la surface libre agit comme une source secondaire à la surface. La double illumination, onde incidente-ondes réfléchies à la surface libre, permet d'améliorer de manière critique la qualité des modèles reconstruits par le processus d'inversion. La résolution de la méthode, en théorie de l'ordre de la longueur d'onde, surpasse celles des méthodes classiques telles que la tomographie des temps d'arrivée.

Nous avons montré que l'efficacité de la décimation en fréquence, utilisée dans le cadre de l'exploration sismique grand-angle, n'est pas applicable dans le cadre d'une configuration télésismique. Le nombre limité d'évènements conduit à une décimation des angles d'ouverture permettant d'échantillonner le milieu. Par conséquent, la couverture en nombre d'onde du milieu peut être sous-échantillonné et conduire à des phénomènes de repliements spatiaux. Il est donc nécessaire d'échantillonner de manière dense la bande de fréquence considérée de manière à retrouver une couverture en nombre d'onde suffisamment continu.

L'instrumentation sismique actuelle permet le déploiement de réseaux de stations denses. Cependant, l'espacement existant entre les stations peut être très important et excéder les 20 km. Compte tenu de cette caractéristique, nous avons montré l'importance de l'algorithme d'optimisation *l-BFGS* pour améliorer la résolution de l'imagerie. Nous avons également montré que l'inversion de groupe de fréquences permettait de réduire l'aliasing horizontal de surface lié à l'espacement des stations.

Enfin, nous avons montré que les basses fréquences contenues dans le signal télésismique permettent de réduire les risques de saut de cycles et permettait, dans un cas idéal, l'utilisation d'un modèle mono-dimensionnel en tant que modèle initial pour l'inversion.

Troisième partie

Application aux données
télésismiques MASE

Chapitre 5

La subduction Est Pacifique : cas de la subduction de la plaque Cocos

Sommaire

5.1	Introduction	165
5.2	Contexte géodynamique	166
5.3	Intérêt de l'étude de la plaque Cocos	166
5.4	La campagne MASE	167
5.5	État des connaissances actuelles	174

5.1 Introduction

L'évolution géodynamique de l'Amérique centrale et des Caraïbes est intimement liée à l'interaction entre les différentes plaques tectoniques qui composent cette région du globe. Au fil du temps, la plaque Cocos, la plaque des Caraïbes et d'autres ont convergé menant à la formation de l'Amérique centrale. Cette région est le point de convergence de plusieurs plaques tectoniques. Elle est caractérisée par ses zones de subduction multiples et son activité volcanique complexe.

Dans une première partie, je présente les processus majeurs ayant mené à la formation du système de subduction de la plaque *Cocos*, puis je présenterai les différents enjeux scientifiques de l'étude de ce système de subduction. Enfin, je présenterai la campagne *MASE* (*Middle America Subduction Experiment*) et l'état des connaissances actuelles sur la subduction medio-américaine.

5.2 Contexte géodynamique

Du Jurassique jusqu'à l'Oligocène (figures 5.1(a-f)), l'Océan Pacifique fût constitué de deux grandes plaques tectoniques : la plaque *Pacifique* et la plaque *Farallon*. La plaque *Farallon*, en subduction sous les plaques *Nord Américaine* et *Sud Américaine*, a connu plusieurs épisodes de fragmentation durant cette période. Le premier épisode de fragmentation a eu lieu au *Crétacé* (figures 5.1(b-e)) entraînant la formation de la plaque *Kula*, dans la région Nord Est de l'Océan Pacifique, qui disparaîtra totalement sous la plaque *Nord Américaine*. Le second épisode de fragmentation, plus important, eu lieu entre l'*Oligocène* et le *Miocène* (figure 5.1g), entraînant la formation au Nord de la plaque *Juan de Fuca*, et des plaques *Cocos* au centre, et *Nazca* au Sud (relique de la plaque *Farallon*) (Manea *et al.*, 2005). La séparation des plaques *Cocos* et *Nazca* est généralement attribuée au point chaud des *Galapagos* qui aurait initié la ride océanique à l'origine de cette séparation (Meschede et Berckhausen, 2005).

La subduction de la plaque *Cocos* sous la plaque *Nord Américaine* débuta donc au *Miocène*, avec sa géométrie actuelle (figure 5.1h), conditionnée par les taux d'accrétion des rides océaniques Est Pacifique à l'Ouest, et *Galapagos* au Sud (DeMets *et al.*, 1994), et avec des vitesses de déplacement de 12 cm/an entre 20 et 11 Ma, et de 6 cm/an de 11 Ma jusqu'à l'actuel (Muller *et al.*, 2008).

Dans le même temps, le volcanisme associé à la subduction se développe dans le centre du Mexique (*Trans-Mexican Volcanic Belt : TMVB*) formant un angle d'environ 16 degrés avec le fossé de subduction, ce qui représente une géométrie inhabituelle dans les zones de subduction où l'arc volcanique est généralement sub-parallèle à la fosse de subduction (Pardo & Suárez, 1995). Il y a 10 Ma, l'activité volcanique reprend au sud de la ville de *Mexico* et migra le long de la *TMVB* du Nord Ouest vers le Sud Est (figure 5.2), amenant ainsi à la configuration géologique actuelle du *Mexique*.

5.3 Intérêt de l'étude de la plaque Cocos

Pardo & Suárez (1995) ont démontré, sur la base de l'analyse de plan de Wadati-Benioff, que le pendage de la plaque Cocos en subduction variait tout au long de la fosse allant d'angles fort au Nord et au Sud de la zone à un angle faible dans sa partie centrale, suggérant ainsi un système de subduction plate (figure 5.3).

Une autre particularité du système de subduction de la plaque Cocos est la géométrie de l'arc volcanique (*TMVB*) associé à la subduction formant un angle de 16 degrés avec la fosse de subduction et dont le volcanisme a repris il y a 10.9 Ma. Ferrari (2004) propose que cette réactivation du volcanisme et sa migration le long de la *TMVB* du Nord vers le Sud soient liées à une fragmentation du slab (figure 5.4).

Les systèmes de subduction plate représentent environs 10 pourcents des systèmes de subduction existant actuellement (Gutscher *et al.*, 2000). Cependant, la subduction de la plaque Cocos, de part son histoire géologique complexe, présente des intérêts scientifiques

dans de nombreux domaines des sciences de la Terre, en faisant ainsi une zone d'étude privilégiée pour la compréhension de l'évolution des systèmes de subduction. Un intérêt majeur de la l'étude de la zone se situe dans le domaine du risque sismique. En effet, les zones de subductions sont des zones particulièrement sismogènes et produisent les séismes dont les magnitudes sont les plus fortes ($M_w \geq 5$). Ainsi, le Mexique a connu près de soixante séismes de magnitude supérieure ou égale à 7 depuis la fin du 18ème siècle dont sept depuis 2003. Quatre de ces séismes présentaient des magnitudes supérieures à 8, le dernier ayant eu lieu en 1985 près de la ville de Mexico. La probabilité qu'un nouveau séisme destructeur se produise est donc forte et il est important de poursuivre les efforts menés jusqu'à aujourd'hui afin de déterminer des modèles de paramètres physiques pouvant être exploités dans le cadre de la détermination du risque sismique dans cette région.

La sismologie peut contribuer de manière importante à ces efforts en apportant des représentations de la structure actuelle de la subduction, de la géométrie du Moho et du panneau plongeant ou encore en permettant la détermination de modèles de paramètres (vitesses de propagation des ondes P et S , atténuation, anisotropie).

5.4 La campagne MASE

La campagne MASE (Middle America Subduction Experiment) est une campagne pluridisciplinaire, regroupant la sismologie, la géodésie, la tectonique, la géochimie, la géologie, la géomorphologie et le géomagnétisme, et impliquant l'observatoire tectonique de Caltech (Tectonics Observatory - TO), les instituts de géophysique et de géologie de l'UNAM, et le CENS (Center for Embedded Network Sensors - UCLA).

La campagne MASE est conçue pour déterminer les paramètres essentiels d'un modèle géodynamique de subduction. Ces paramètres comprennent la géométrie de la subduction, les températures du manteau et du coin asthénosphérique, la viscosité du coin asthénosphérique, et le couplage entre la plaque plongeante et la plaque chevauchante. L'effort principal de la campagne MASE s'est axé autour du réseau sismique. En effet, elle a pour but de réaliser trois profils sismiques pour caractériser le système de subduction. Ces profils sont positionnés au Nord du Mexique (Oaxaca), au centre du Mexique (Guerrero) et au Nicaragua.

Le réseau sismique a été entièrement déployé de 2005 à 2007 le long de la ligne Acapulco à Tampico. Le réseau se compose de 100 instruments à large bande couvrant une distance de 550 km (environ 5 à 6 km espacement entre les stations). Il s'agit donc d'un réseau extrêmement dense conçu pour fournir une couverture au sol la plus complète possible. La moitié des instruments proviennent du TO et les 50 autres proviennent du CENS. Ces 50 derniers instruments ont été déplacés vers le profil Oaxaca, au Nord du Mexique, au début de l'année 2007 où le pendage de la plaque plongeante est plus modéré (environ 20 degrés).

Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons aux données enregistrés par le premier réseau déployé s'étendant d'Acapulco (station ACAP) à Tampico (station TEMP) pré-

LA SUBDUCTION EST PACIFIQUE : CAS DE LA SUBDUCTION DE LA PLAQUE COCOS

senté sur la figure 5.5. Ce réseau forme une ligne avec un azimuth moyen de 17 degrés sub-perpendiculaire à la fosse de subduction.

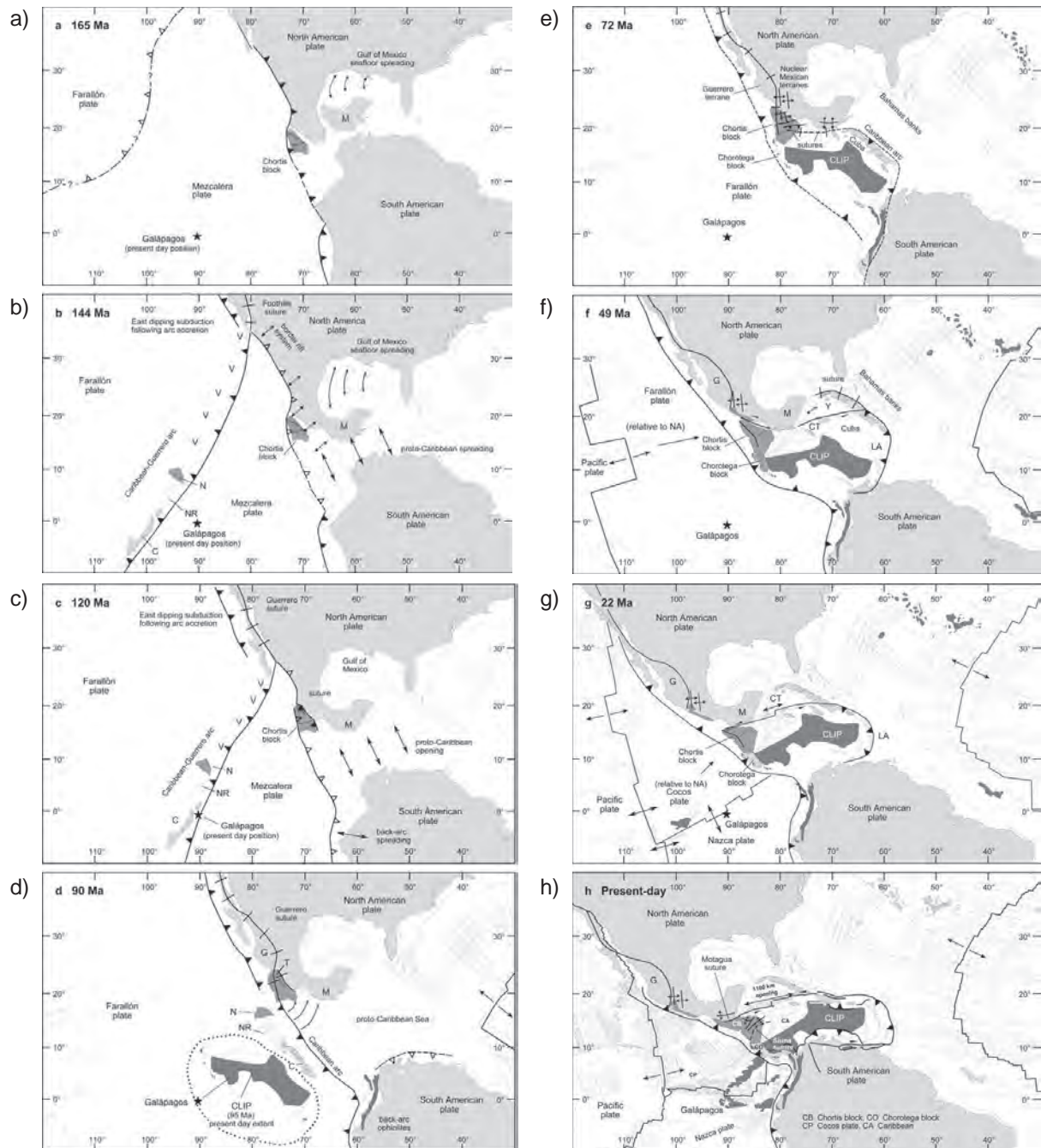


FIGURE 5.1 – Reconstruction du développement de la Cordillère Ouest et des Caraïbes depuis le Jurassique jusqu'à nos jours (Gahagan *et al.*, 2007). (a) ≈ 165 Ma. (b) ≈ 144 Ma. (c) ≈ 120 Ma. (d) ≈ 90 Ma. (e) ≈ 72 Ma. (f) ≈ 49 Ma. (g) ≈ 22 Ma. (h) Actuel. N : Nicaragua; NR : ride nicaraguayenne; C : Cuba; M : bloc Maya; G : Guerrero; CLIP : province ignée caribéenne; Y : bassin du Yacatán; CT : fossé cayman; LA : Antilles. Le Costa Rica et le Panama correspondent approximativement au bloc Chorotega. Le Honduras, le Nicaragua et le Guatemala correspondent au bloc Chortis.

LA SUBDUCTION EST PACIFIQUE : CAS DE LA SUBDUCTION DE LA PLAQUE COCOS

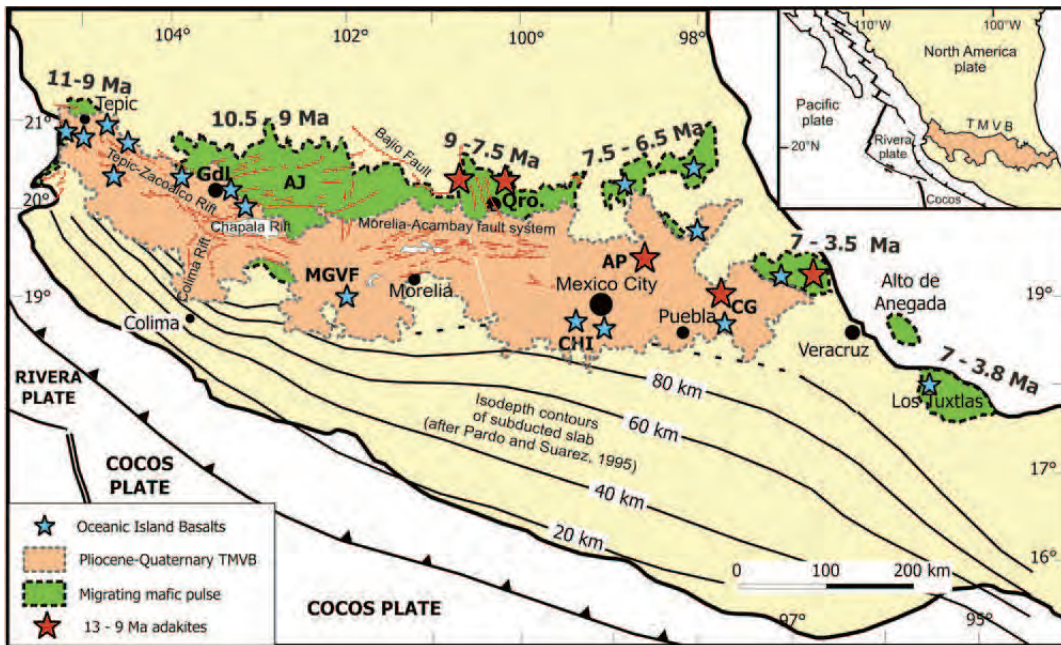


FIGURE 5.2 – Carte géologique simplifiée du volcanisme néogène et des failles au Mexique (Ferrari, 2004).

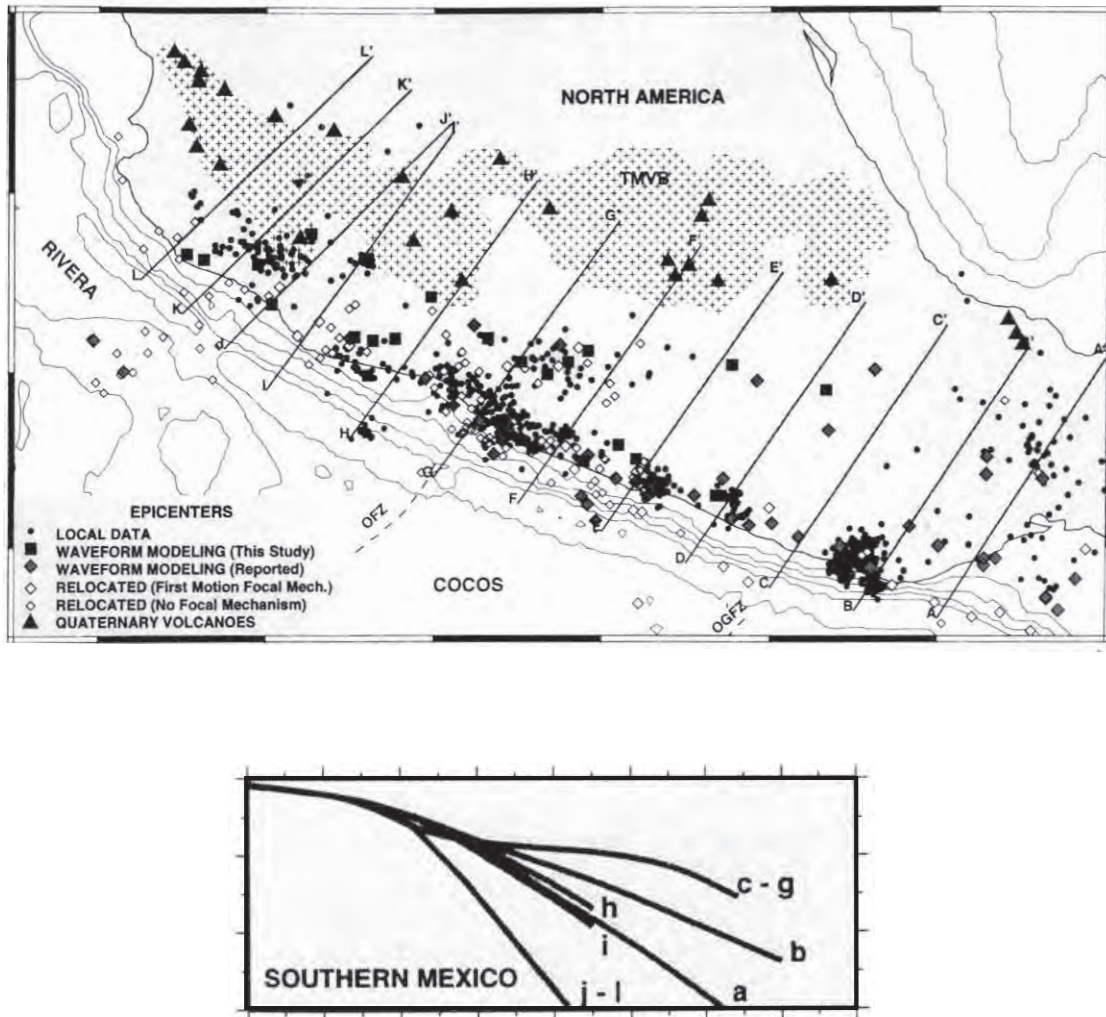


FIGURE 5.3 – (a) Localisations (brutes et corrigées) des épïcêtres des évènements utilisés par Pardo & Suárez (1995). Les lignes noires solides correspondent aux traits de coupes tracées selon la direction relative de convergence de la plaque Cocos. (b) Estimation de la géométrie du panneau plongeant, pour toutes les coupes, obtenue par l'étude de la sismicité locale (d'après Pardo & Suárez (1995)).

LA SUBDUCTION EST PACIFIQUE : CAS DE LA SUBDUCTION DE LA PLAQUE COCOS

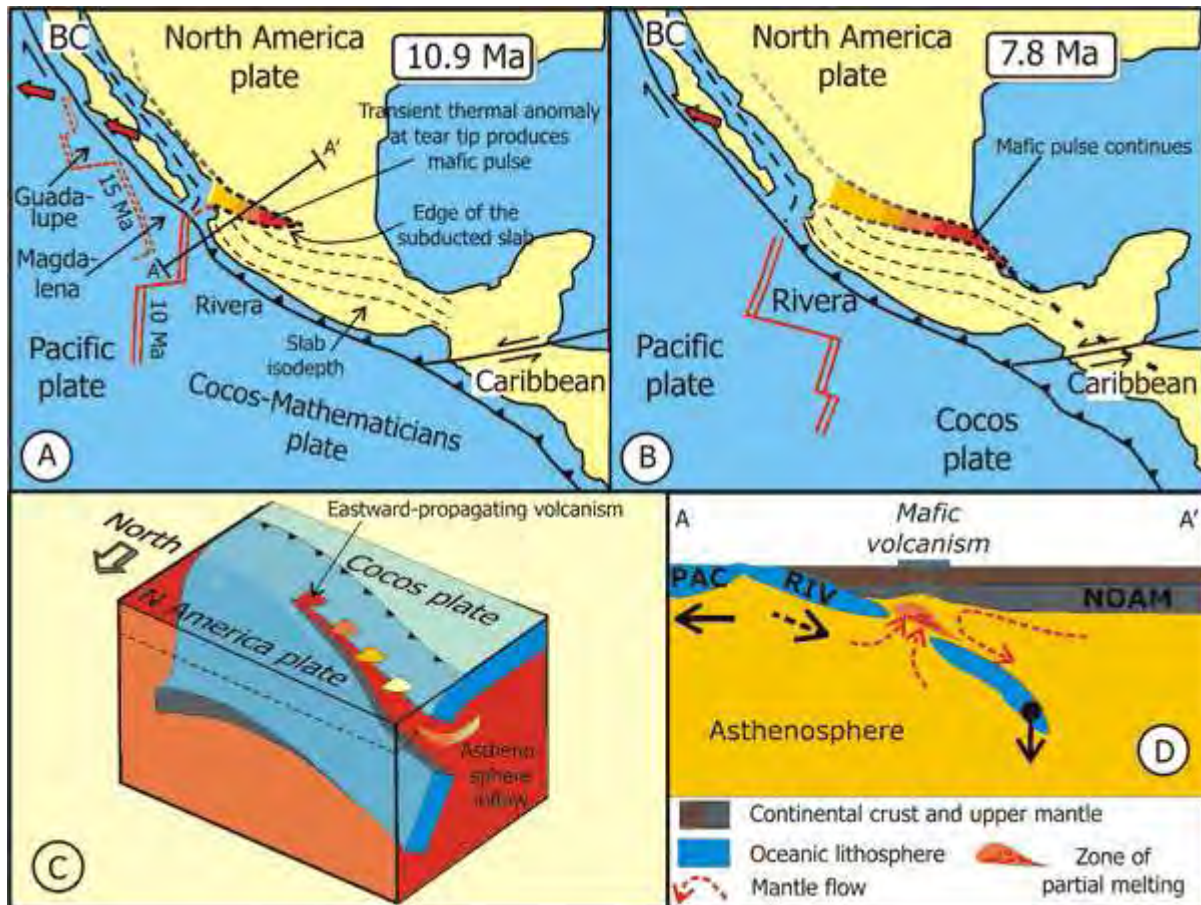


FIGURE 5.4 – Représentation schématique de la fragmentation de la plaque Cocos en subduction sous le Mexique (Ferrari, 2004). (A,B) Cadre tectonique de la subduction mexicaine au Miocène Supérieur à 10.9 et 7.8 Ma. La ligne AA' sur la figure (A) indique la localisation de la coupe présentée sur la figure (D). (C) Bloc diagramme tri-dimensionnel représentant la propagation latérale du détachement du panneau plongeant et la migration du volcanisme généré par *upwelling*. (D) Coupe schématique du mécanisme de détachement et les conséquences dans l'ouest du Mexique. Le volcanisme mafique de la plaque Nord Américaine (NOAM) résulterait de la fusion du coin asthénosphérique modifié par la subduction. **RI** : plaque Rivera ; **PAC** : plaque Pacifique.

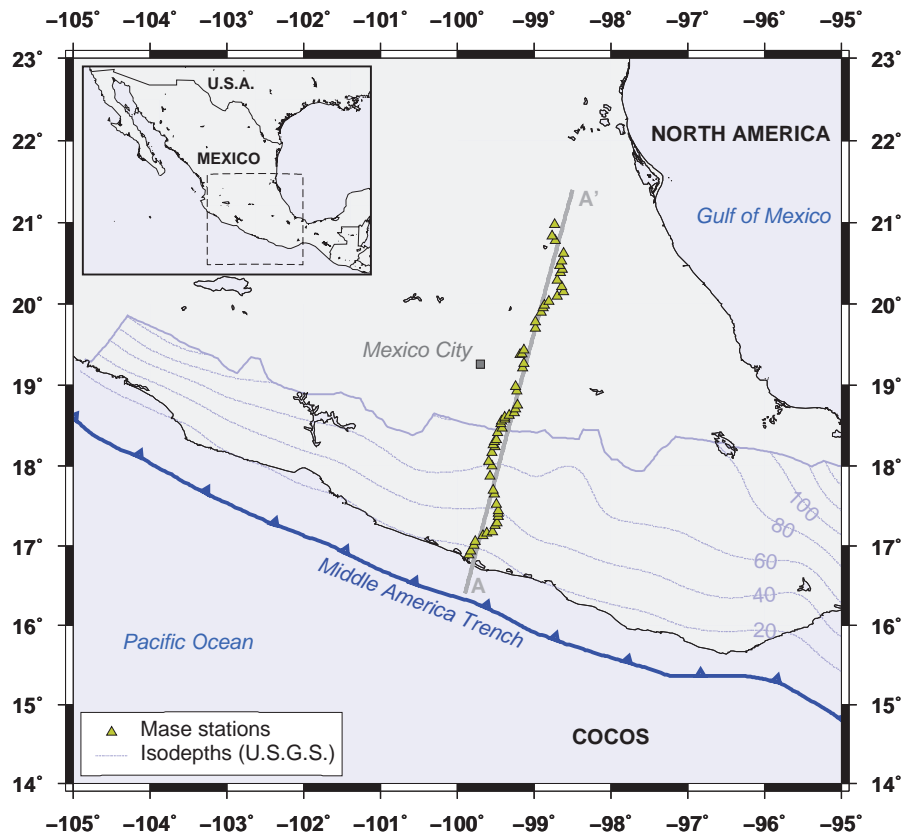


FIGURE 5.5 – Ligne de stations du réseau *MASE*. Cette ligne s'étend d'Acapulco à Tampico, perpendiculairement à la fosse de subduction de la plaque Cocos et est composé de 101 stations 3 composantes large bande avec un espacement moyen de 5 km entre chaque station.

5.5 État des connaissances actuelles

Pardo & Suárez (1995) proposèrent, sur la base de l'étude de la sismicité locale et de la relocalisation des séismes, de diviser le subduction Est Pacifique sous le Mexique en quatre segments (figure 5.3). Cette division du panneau plongeant pourrait être à l'origine de la géométrie particulière de la *TMVB* qui, contrairement à la majorité des arcs volcaniques, n'est pas parallèle à la fosse de subduction (figure 5.2). La campagne *MASE* a permis d'enregistrer des événements locaux et téléseismiques qui ont fait l'objet d'application par des méthodes de fonction récepteurs et de tomographie des temps d'arrivée. Ainsi, quelques auteurs ont obtenu des résultats, à partir de ces données, permettant d'approfondir les connaissances sur la subduction de la plaque Cocos sous le Mexique.

Perez-Campos *et al.* (2008) ont appliqué la méthode des *fonctions récepteurs* aux données téléseismiques enregistrées par le réseau *MASE*. Ils ont ainsi pu montrer que la subduction de la plaque Cocos sous le Mexique central est plate sur une distance d'environ 250 km à partir de la fosse et plonge ensuite dans le manteau sous Mexico (figure 5.6). En exploitant les résultats obtenus par Husker (2008) et Husker & Davis (2009) obtenus par tomographie des temps d'arrivée (figure 5.7), Perez-Campos *et al.* (2008) ont également mis en évidence une fragmentation du panneau plongeant à une profondeur d'environ 500 km. L'identification d'une couche fine caractérisée par une forte viscosité entre le panneau plongeant et la plaque chevauchante dans la partie plate de la subduction. Cette couche est présentée comme étant à l'origine de l'absence de sismicité au Sud de Mexico. Husker & Davis (2009) ont effectué une *tomographie des temps d'arrivée* pour 8869 événements téléseismiques enregistrés par le réseau *MASE*. En inversant les résidus des temps d'arrivée mesurer pour déterminer les paramètres d'un modèle thermique de la zone, les auteurs ont pu déterminer l'épaisseur de la lithosphère plongeante et l'estime à 40 km d'épaisseur, ce qui apparaît cohérent avec l'âge de la plaque d'environ 15 Ma.

Chen & Clayton (2009) ont étudié l'atténuation Q_P de la zone de subduction (figure 5.9). Ils ont notamment pu mettre en évidence que la plaque plongeante possède une atténuation Q_P faible comparativement au coin asthénosphérique et à la *TMVB* présentant des atténuations très fortes. D'après ces résultats, les auteurs proposent que la forte atténuation présente dans le coin asthénosphérique et la *TMVB* peut être reliée aux hautes températures et à la fusion partielle produites par le mécanisme de la subduction. En inversant les ondes de surfaces générées par des séismes locaux, Iglesias *et al.* (2010) ont obtenu un modèle de vitesse S de la plaque chevauchante (figure 5.10). Leurs résultats leur permettent de mettre en évidence une zone caractérisée par une faible vitesse de propagation des ondes sous la partie active de la *TMVB*. Cette observation semble confirmer la présence d'un coin asthénosphérique avec fusion partielle identifier par Chen & Clayton (2009).

Stubailo *et al.* (2012) ont réalisé des modèles 3D pour les vitesses S et l'anisotropie dans la zone de subduction en utilisant des mesures sur la dispersion des vitesses de phase des ondes de Rayleigh. Leurs résultats permettent notamment de relier les variations de vitesse des ondes S à la géométrie attendue de la subduction d'après les études

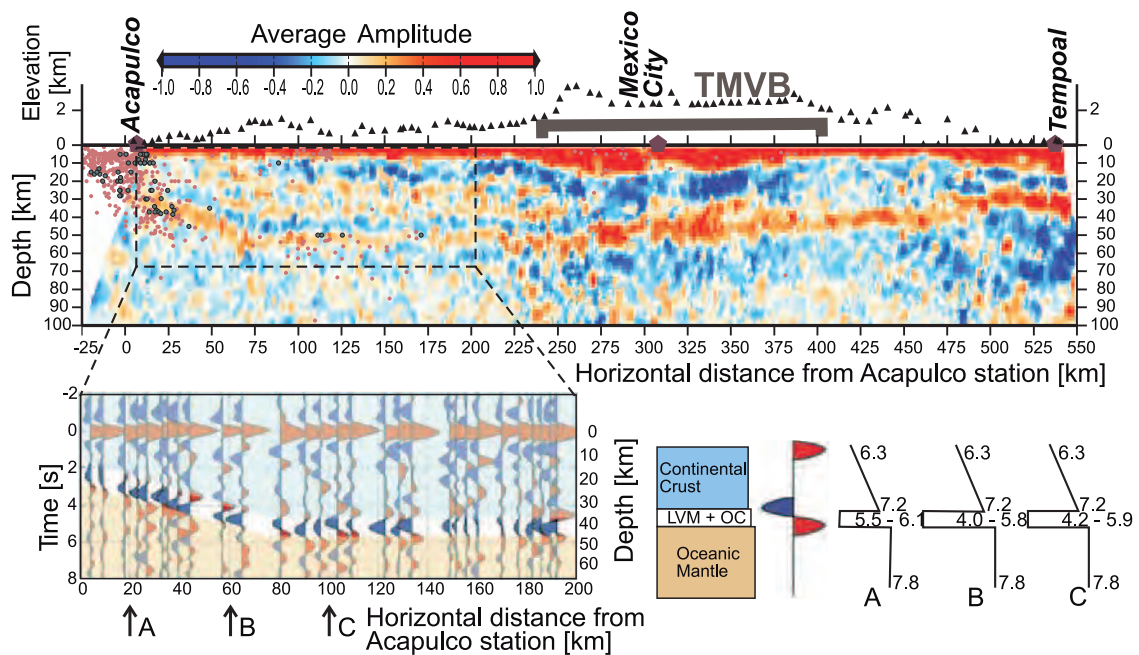


FIGURE 5.6 – Résultats de la méthode des *fonctions récepteurs* appliquée à des données enregistrés par le réseau *MASE* (Perez-Campos *et al.*, 2008). Les triangles noirs correspondent aux positions des stations du réseau *MASE* avec une élévation exagérée d'un facteur 10. La ligne marron correspond à l'étendue de la *TMVB*. Les cercles rose correspondent aux séismes localisés avec les données enregistrées par le réseau *SSN* et les cercles noirs à des séismes relocalisés par Pardo & Suárez (1995). La figure en bas à gauche présente les *fonctions récepteurs* le long d'une portion plane du *slab* obtenus pour un événement téléseismique. La figure en bas au centre présente un modèle monodimensionnel de vitesse (*LVM*=*Low Velocity Mantle* et *OC*=*Oceanic Crust*). La figure en bas à droite présente des profils de vitesse déterminés par modélisation de formes d'ondes à partir des résultats de *fonctions récepteurs*. Les trois profils correspondent aux points A, B et C noté sur la figure en bas à gauche.

précédentes. Ils identifient également deux couches anisotropes : une couche crustale pour laquelle la direction rapide est parallèle à la direction absolue de déplacement de la plaque Nord Américaine, et une comprenant le manteau lithosphérique et l'asthénosphère dont les directions rapides peuvent être interprétées en termes de flux mantelliques. Ils en concluent qu'il existe deux géométries potentielles pour la subduction sous le Mexique (figure 5.11). La première fait l'hypothèse d'un panneau plongeant divisé en plusieurs segments, qui est l'hypothèse favorisée par Stubailo *et al.* (2012) tandis que la seconde fait l'hypothèse d'un panneau plongeant fortement déformé mais ne présentant aucune déchirure perpendiculairement à la fosse de subduction.

Enfin, Kim *et al.* (2012) ont effectuée une migration des champs d'ondes sur des évène-

LA SUBDUCTION EST PACIFIQUE : CAS DE LA SUBDUCTION DE LA PLAQUE COCOS

ments enregistrés par le réseau *MASE*. Leurs résultats (figure 5.12) donne une représentation détaillée de la zone de subduction Cocos en accord avec les résultats des études précédentes. Kim *et al.* (2012) observent également une discontinuité sous la TMVB qu'ils interprètent comme le toit d'une zone de fusion partielle, ce qui vient confirmer les conclusions de Chen & Clayton (2009) et Iglesias *et al.* (2010).

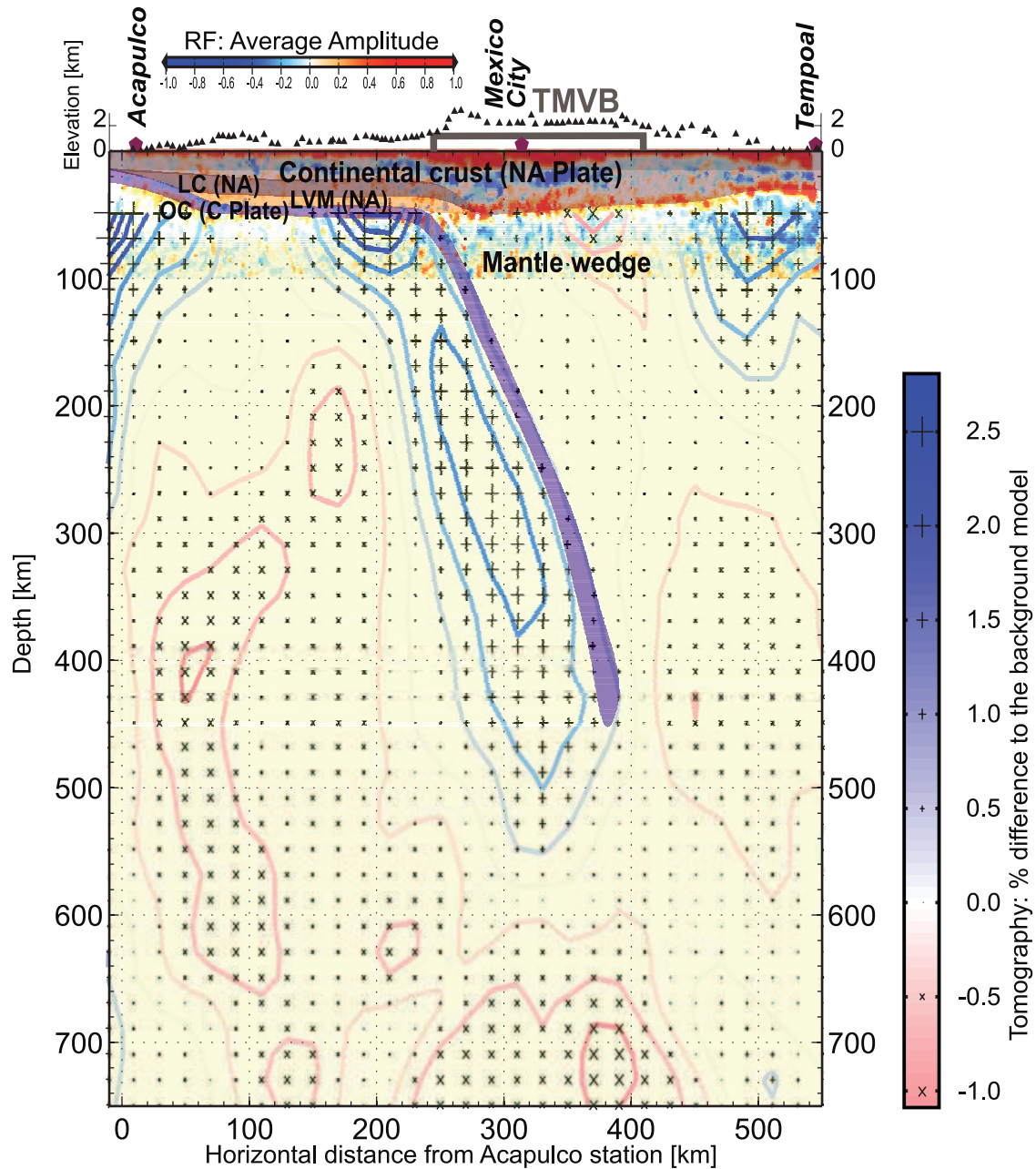


FIGURE 5.7 – Modèle composite de subduction de la plaque *Cocos* construit d'après des résultats *fonctions récepteurs* obtenus par Perez-Campos *et al.* (2008) et de *tomographie des temps d'arrivée* obtenus par Husker *et al.* (2008) (Perez-Campos *et al.*, 2008). Le modèle composite montre les parties plates et plongeant de la plaque *Cocos* en subduction. Les principales structures imagées sont la subduction plane sur 250 km de distance depuis la fosse de subduction et la troncation du panneau plongeant à 500 km de profondeur. La zone séparant la plaque océanique du *Moho* continental est estimée à 10 km. NA=North America; C=Cocos; LC=Lower Crust; LVM=Low Velocity Mantle; OC=Oceanic Crust.

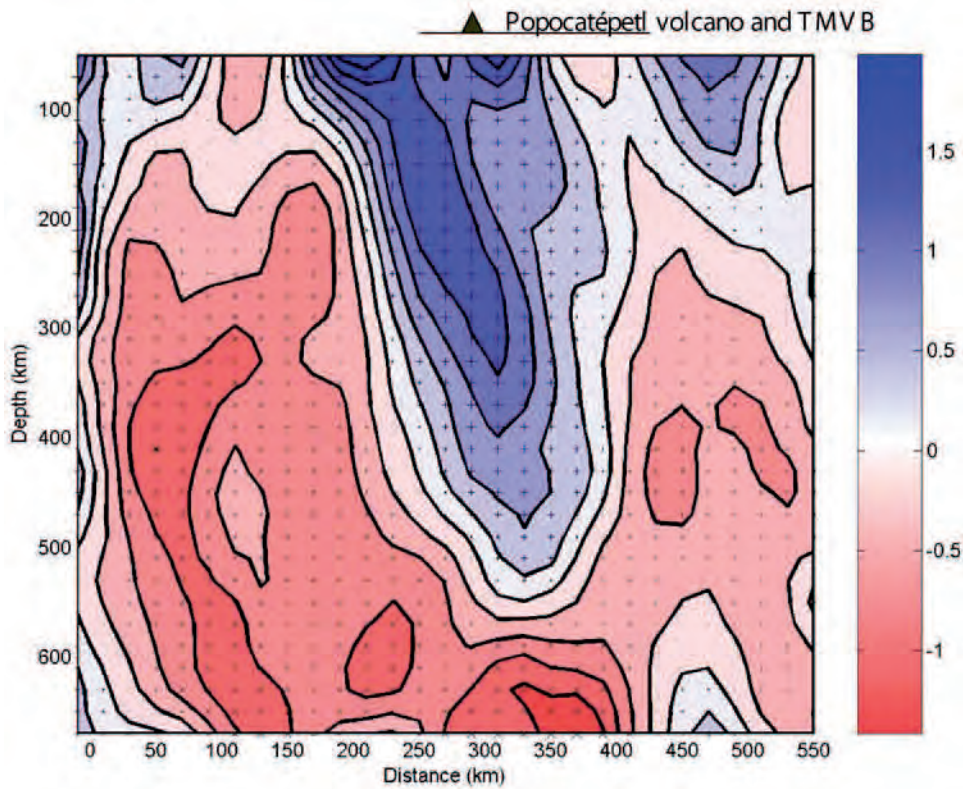


FIGURE 5.8 – Modèle de perturbation obtenu par *tomographie des temps d'arrivée* avec prise en compte de la topographie de la région (Husker & Davis, 2009). Les perturbations sont exprimées en pourcent par rapport au modèle de Terre *IASP91* (Kennett & Engdahl, 1991). Les perturbations positives sont marquées par des points gris et les perturbations négatives par des croix grises.

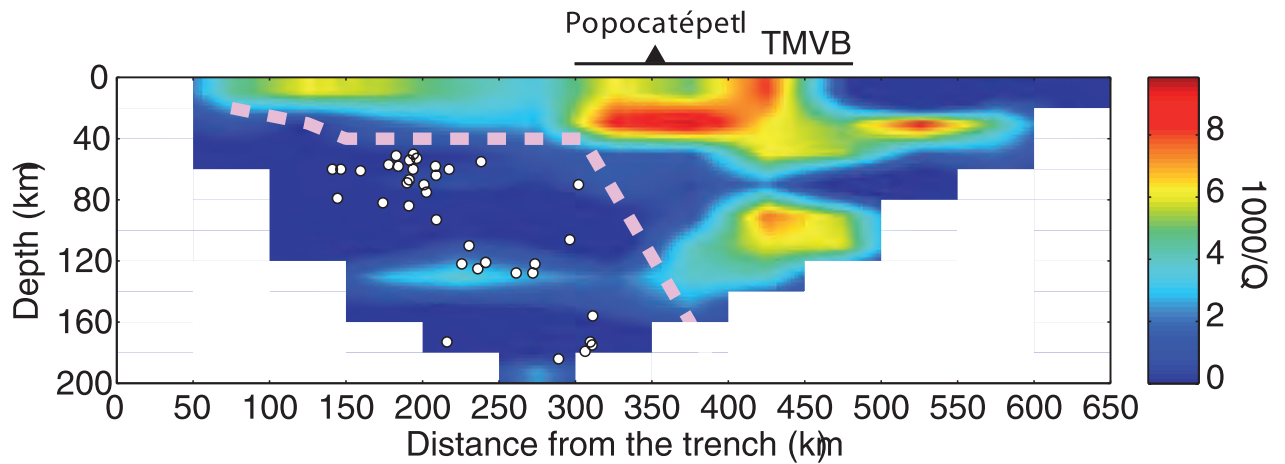


FIGURE 5.9 – Résultats de l'inversion tomographique de l'atténuation en $1000/Q_P$ (Chen & Clayton, 2009). La ligne pointillée indique le toit de la plaque plongeant obtenu par Perez-Campos *et al.* (2008). Les séismes utilisés dans cette étude sont représentés par des cercles blancs.

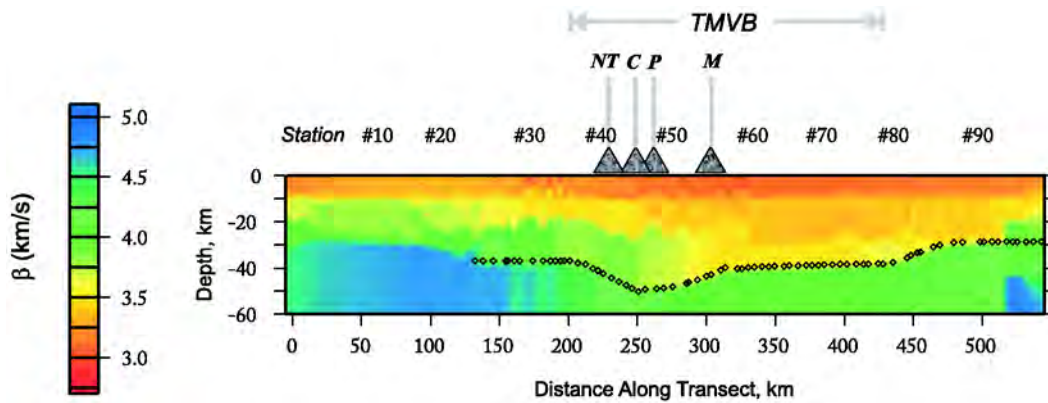


FIGURE 5.10 – Modèle de vitesse S issu de la *tomographie des ondes surface* (Iglesias *et al.*, 2010). La plaque chevauchante dans l'avant-arc est plus fine et rapide que dans la région arrière-arc. Une zone à faible vitesse, sous la *TMVB* pourrait être reliée à la présence du coin asthénosphérique. *NT*=Nevado de Toluca; *C*=Chichinautzin; *P*=Popocatépetl; *M*=Malinche.

LA SUBDUCTION EST PACIFIQUE : CAS DE LA SUBDUCTION DE LA PLAQUE COCOS

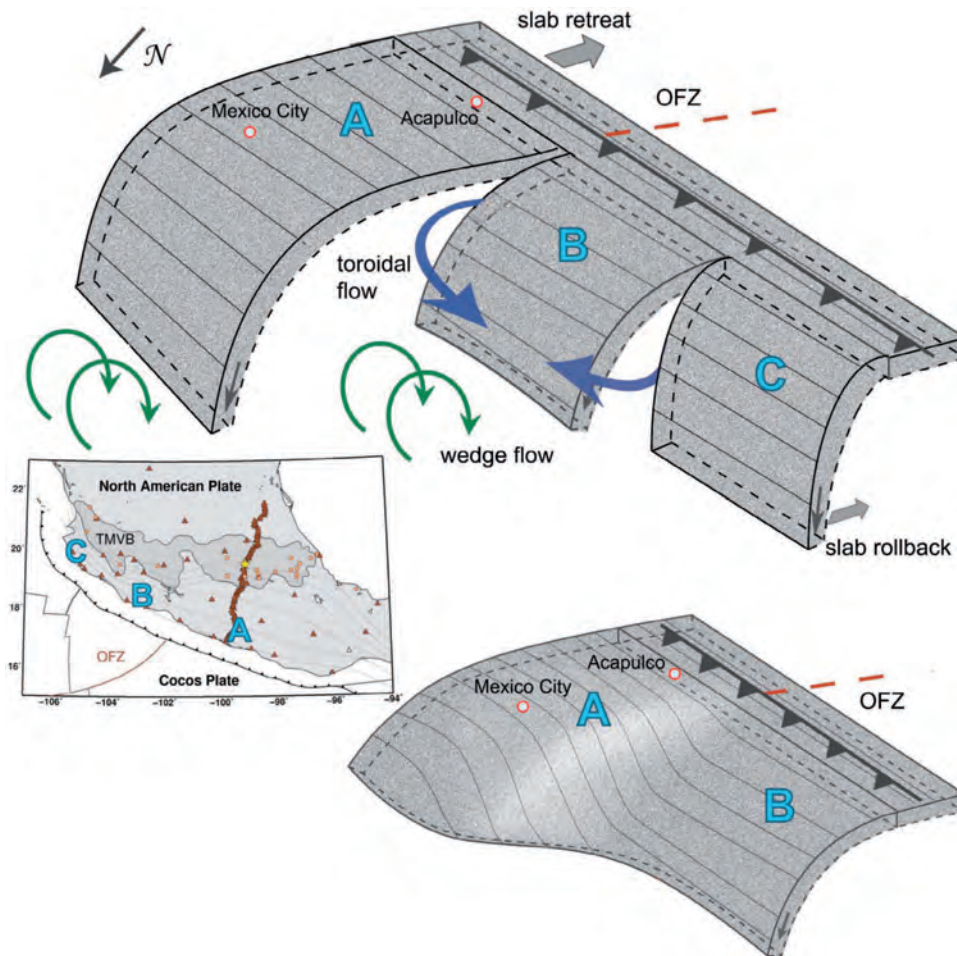


FIGURE 5.11 – Deux interprétations potentielles de la structure de la zone de subduction Est Pacifique sous le Mexique (Stubailo *et al.*, 2012). (En haut) La section de subduction plane (A) et de subduction pentée (B) séparées par une déchirure du panneau plongeant. Ce modèle permet d’expliquer les modèles d’anisotropie obtenus par Stubailo *et al.* (2012). Le *rollback* du panneau plongeant proposé par Mori *et al.* (2007) déplace l’asthénosphère, générant ainsi un flux toroïdal au niveau des déchirures du panneau plongeant et autour du panneau B (flèches bleues). Ce flux asthénosphérique peut expliquer la rotation de l’anisotropie. Les déchirures entre les différentes sections du slab correspondent à des âges différents du panneau plongeant. (En bas) Scénario pour lequel la transition entre la section A et B est continue. Dans ce scénario, la direction rapide d’anisotropie perpendiculaire à la fosse de subduction doit être générée par le coin asthénosphérique. Ce scénario ne permet pas d’expliquer la rotation de la direction rapide d’anisotropie observée par Stubailo *et al.* (2012).

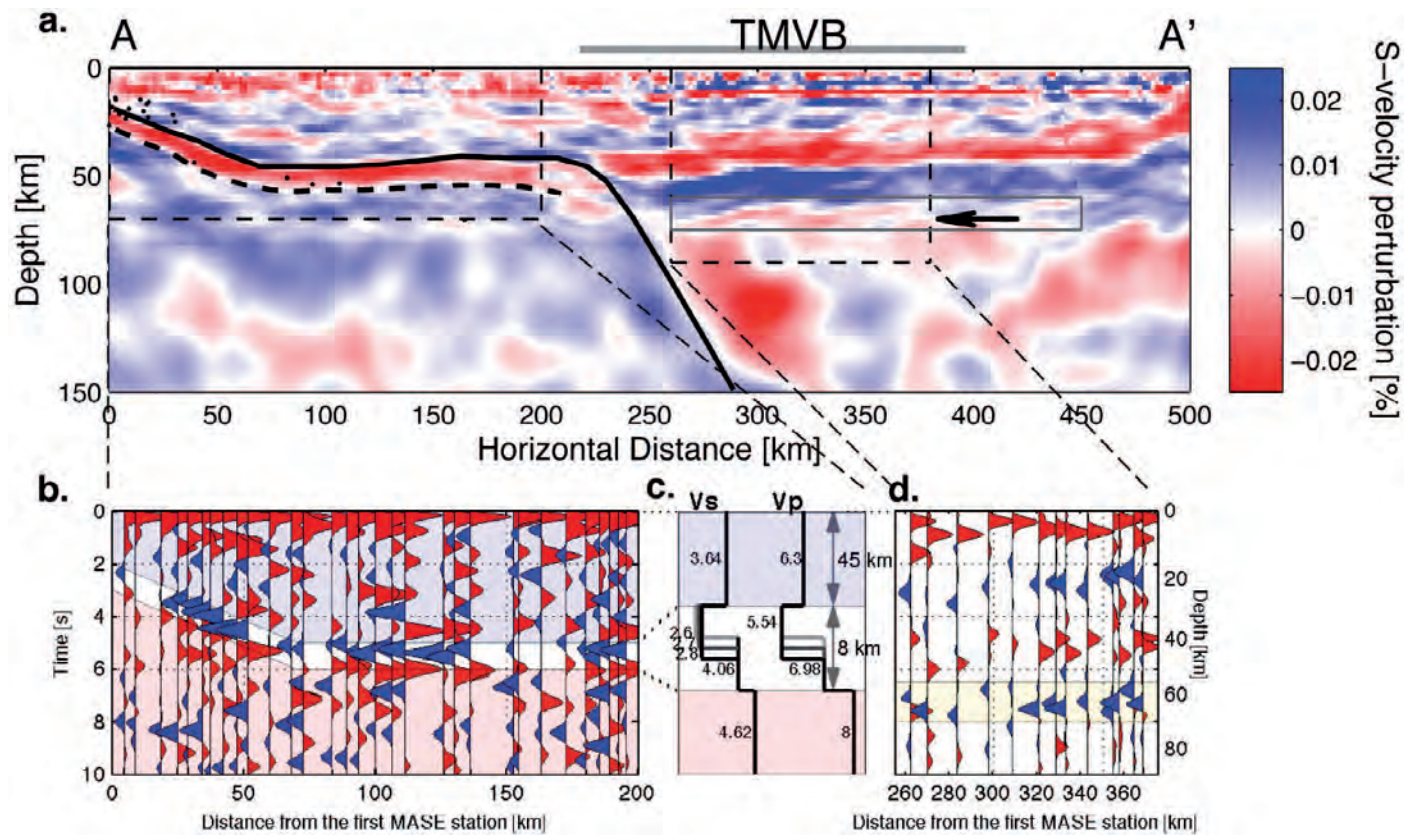


FIGURE 5.12 – Résultats de la migration des champs d’ondes. (a) Modèle de perturbation de vitesse des ondes S . Le cadre gris correspond à un artefact dû à la migration (contamination croisée). (b) Fonction récepteur télé-sismique de la section Acapulco-TMVB montrant la plaque plongeante peu profonde et plate. (c) Modèle de vitesse 1D pour les ondes P et S pour la partie plate de la subduction et une profondeur maximum de 90 km. (d) Fonctions récepteurs pour la section recouvrant la TMVB. Les pics positifs et négatifs des fonctions récepteurs indiquent la présence de discontinuités.

LA SUBDUCTION EST PACIFIQUE : CAS DE LA SUBDUCTION DE LA PLAQUE COCOS

Les connaissances sur le système de subduction de la plaque Cocos sous le Mexique central ont beaucoup évoluées grâce à la mise du profil ACAP-TAMP dans le cadre de la campagne MASE. La géométrie de la plaque chevauchante et la plaque plongeante est désormais bien connue et les résultats les plus récents semblent confirmer la présence d'un coin asthénosphérique avec fusion partielle. Cependant, tous ces résultats, globalement qualitatifs, ne représentent que les prémices de la compréhension de ce système. De nombreux efforts sont encore à réaliser afin de pouvoir déterminer les valeurs absolues des paramètres physiques caractérisant la zone tels que les vitesses de propagation des ondes P et S , la densité, l'atténuation ou encore l'anisotropie.

Chapitre 6

Imagerie d'une zone de subduction : un exemple synthétique

Sommaire

6.1	Introduction	183
6.2	Modèle synthétique de subduction	184
6.3	Analyse de la réponse du milieu	184
6.4	Inversion des formes d'ondes complètes d'un modèle de subduction synthétique.	195

6.1 Introduction

Dans le cadre de l'exploration sismique, les zones d'intérêt sont généralement la proche surface et la croûte terrestre et n'excèdent pas quelques kilomètres de profondeur. Ces milieux sont généralement géologiquement et structurellement complexes et permettent ainsi la génération d'un champ diffracté important. Au contraire, à l'échelle de la lithosphère, la représentation d'un milieu tel qu'une zone de subduction se limite aux réflecteurs les plus importants : le *Moho*, et le toit et la base du panneau plongeant. De plus, dans le cadre d'une configuration télésismique, nous ne pouvons pas nous attendre à disposer d'un éclairage régulier du milieu.

Dans ce chapitre, je présente un cas d'étude synthétique représentatif du cas d'étude réel présenté ultérieurement, en terme de structures géologiques et de dispositifs d'acquisition. Cette étude synthétique doit permettre de m'aider à interpréter la signature du slab et *Moho* dans les sismogrammes synthétiques et à évaluer la résolution avec laquelle il est possible d'imager le système de subduction dans des configurations de sources et de capteurs qui soient représentatives de la campagne *MASE*.

6.2 Modèle synthétique de subduction

Dominguez *et al.* (2011) ont proposé, dans leur étude du champ diffracté des ondes de volume dans la zone de subduction Cocos, un modèle schématique de la zone de subduction, déduit du modèle géologique moyen pour la zone proposé par Franco *et al.* (2005) (figure 6.1a). Nous avons adapté ce modèle schématique afin d'y faire apparaître le panneau plongeant (figure 6.1b) et nous avons également réalisé une version de ce modèle sans le panneau plongeant (figure 6.1c) qui sera utilisé pour construire le modèle initial pour l'*inversion des formes d'ondes complètes*.

	$V_p(m.s^{-1})$	$V_s(m.s^{-1})$	$\rho(kg.m^{-3})$
lithosphère continentale	6754	3900	3050
lithosphère océanique	6235	3600	3340
asthénosphère	7621	4400	3295

TABLE 6.1 – Valeurs des vitesses de propagation des ondes P et S , et de la densité ρ dans le modèle synthétique de subduction présenté figure 6.1

Ces modèles, qui sont utilisés tout au long de ce chapitre, sont des représentations simples d'une zone de subduction et possèdent un nombre limité de réflecteurs mais qui auront cependant une empreinte forte dans les données étant donné les forts contrastes de vitesses existant entre ces structures. L'utilisation de modèles simplifiés nous permet de pouvoir identifier plus facilement l'empreinte du slab dans les données synthétiques et d'évaluer les capacités de l'*inversion de formes d'ondes complètes* à reconstruire un milieu simple avec des contrastes de vitesses important dans une configuration tésismique réaliste, comparativement aux résultats obtenus avec le modèle *SEG/EAGE Overthrust* et des configurations idéales (incidence incidences verticales et sub-verticales) présentés dans le **chapitre 4**.

6.3 Analyse de la réponse du milieu

Au premier ordre, une zone de subduction est constituée d'une plaque continentale (*c.c.*), d'une plaque océanique (*c.o.*) avec des vitesses de propagation des ondes inférieures à celles de la *c.c.*, et de l'asthénosphère possédant les vitesses de propagation des plus élevées. La *c.o.* en régime de subduction forme donc une couche à faible vitesse traversant le milieu. Les seuls réflecteurs du milieu sont donc l'interface entre la *c.c.* et l'asthénosphère, l'interface entre la *c.c.* et la *c.o.* près de la fosse (à gauche du modèle) et les interfaces entre la *c.o.* et l'asthénosphère. Cependant, étant donnée les contrastes de vitesse entre chacune des couches, il se peut que certains des champs diffractés générés par la *c.o.* soient réfléchis en profondeur à l'interface *c.c.*-asthénosphère et ne soient par conséquent pas enregistrés par les récepteurs disposés à la surface.

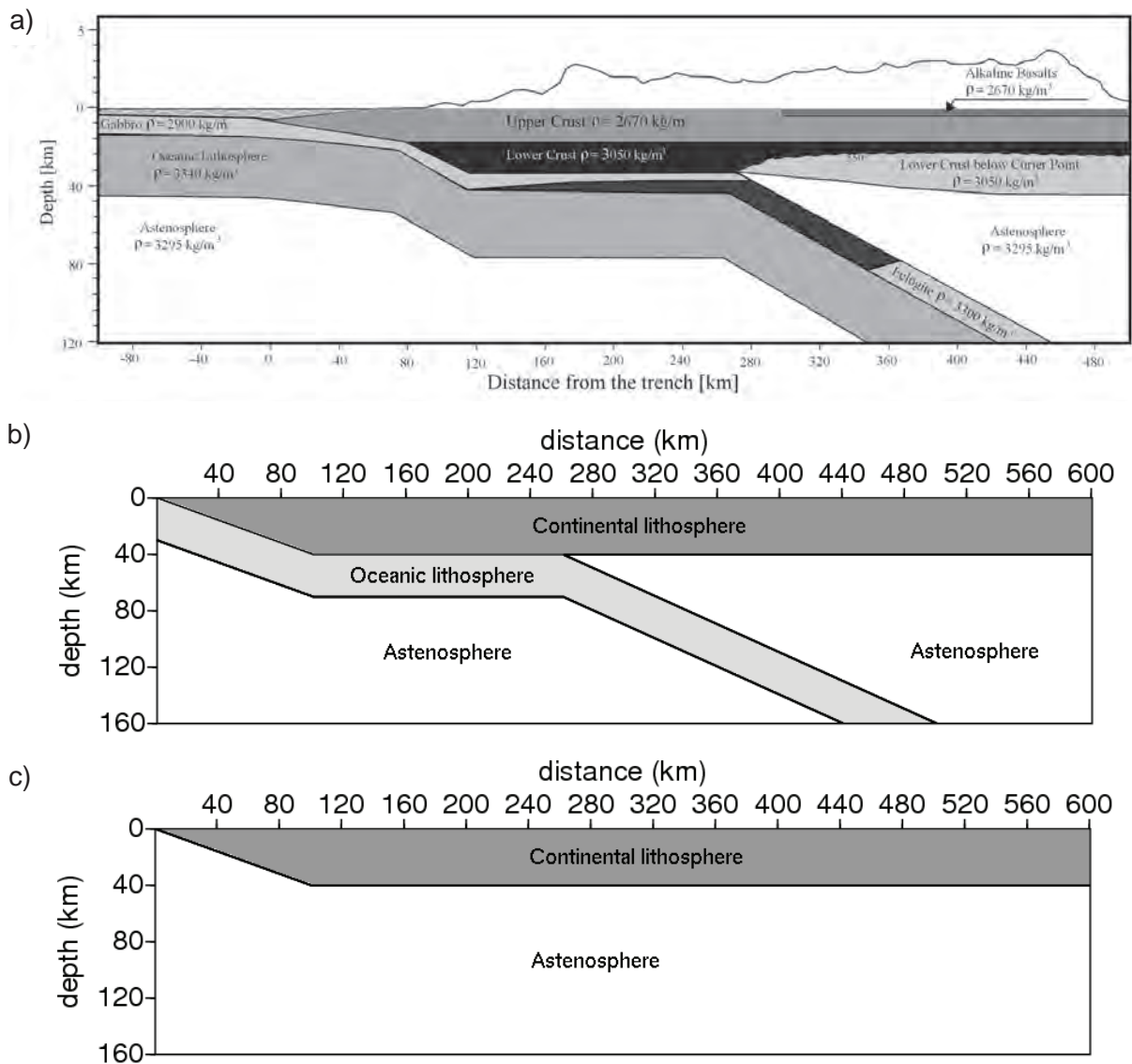


FIGURE 6.1 – Représentation des modèles synthétiques de la zone de subduction. (a) Modèle de la zone de subduction modifié par Dominguez *et al.* (2011) d'après les travaux de Franco *et al.* (2005). (b) Représentation schématique de la zone de subduction constituée d'une plaque chevauchante et d'une plaque océanique plongeant dans l'asthénosphère. (c) Modèle (b) sans le panneau plongeant.

Les figures 6.2 à 6.9 présentent des instantanés de la propagation des ondes, pour des angles d'incidences de -40 degrés (figures 6.2 à 6.5) et 40 degrés (figures 6.6, 6.9), dans le modèle présenté sur la figure 6.1b à différents temps de propagation. Cette modélisation

de la propagation en temps d'ondes planes dans le milieu à pour but d'identifier les principales phases générées par le *Moho* et le panneau plongeant. La nomenclature utilisée pour les différentes phases identifiées sur ces figures est présentée dans le tableau 6.2.

Phase	Description
P_i	onde P incidente
pP	réflexion P - P sur la surface libre
pS	réflexion P - S sur la surface libre
$pPmP$	réflexion P sur le Moho après une première réflexion sur la surface libre
pP - Pbs	réflexion PP a la base du slab après une première réflexion sur la surface libre
pS - Sts	réflexion SS au toit du slab après une première réflexion sur la surface libre
pS - Sbs	réflexion SS a la base du slab après une première réflexion sur la surface libre

TABLE 6.2 – Nomenclature utilisée pour différentes phases visibles sur les instantanés de propagations d'ondes planes.

Sur les figures 6.2 à 6.5, correspondant à la propagation d'une onde plane de la gauche vers la droite du modèle, il apparaît que la phase $pPmP$, généré par un *Moho continental* horizontal possède une pente dans les données identique à celle de l'onde incidente P_i . Les phases $pP - Pbs$, générée par le panneau plongeant, apparaît dans les données avec une pente sub-parallèle à la P_i tandis que les phases $pS - Sts$ et $pS - Sbs$ apparaissent avec des pentes se détachant clairement des autres phases. Ces dernières phases, sont les empreintes les plus visibles et les plus facilement identifiables du panneau plongeant dans les données.

Sur les figures 6.6 à 6.9, correspondant à la propagation d'une onde plane de la droite vers la gauche du modèle, nous voyons sur les sismogrammes qu'il est très difficile de différencier les différentes phases diffractées dans le milieu. Ceci est notamment dû au champ diffracté complexe généré dans le coin asthénosphérique au passage de l'onde incidente. Une empreinte nette du panneau plongeant apparaît cependant dans les données grâce aux ondes caustiques générées par l'onde P incidente.

Cette représentation de la propagation d'ondes planes dans le milieu et l'identification de différentes phases générées par le panneau plongeant nous permet de montrer qu'un évènement provenant de la droite du modèle donne lieu à des phases sub-parallèles à P_i , très proches en temps et combinées au champ diffracté complexe généré par le coin asthénosphérique. Ce champ diffracté généré par le coin asthénosphérique va se propager vers la droite du modèle et générer de nouvelles réflexion sur le toit du panneau plongeant permettant ainsi d'enregistrer plus d'informations (...) Cette dernière configuration apparaît donc plus favorable à l'*inversion des formes d'ondes complètes*.

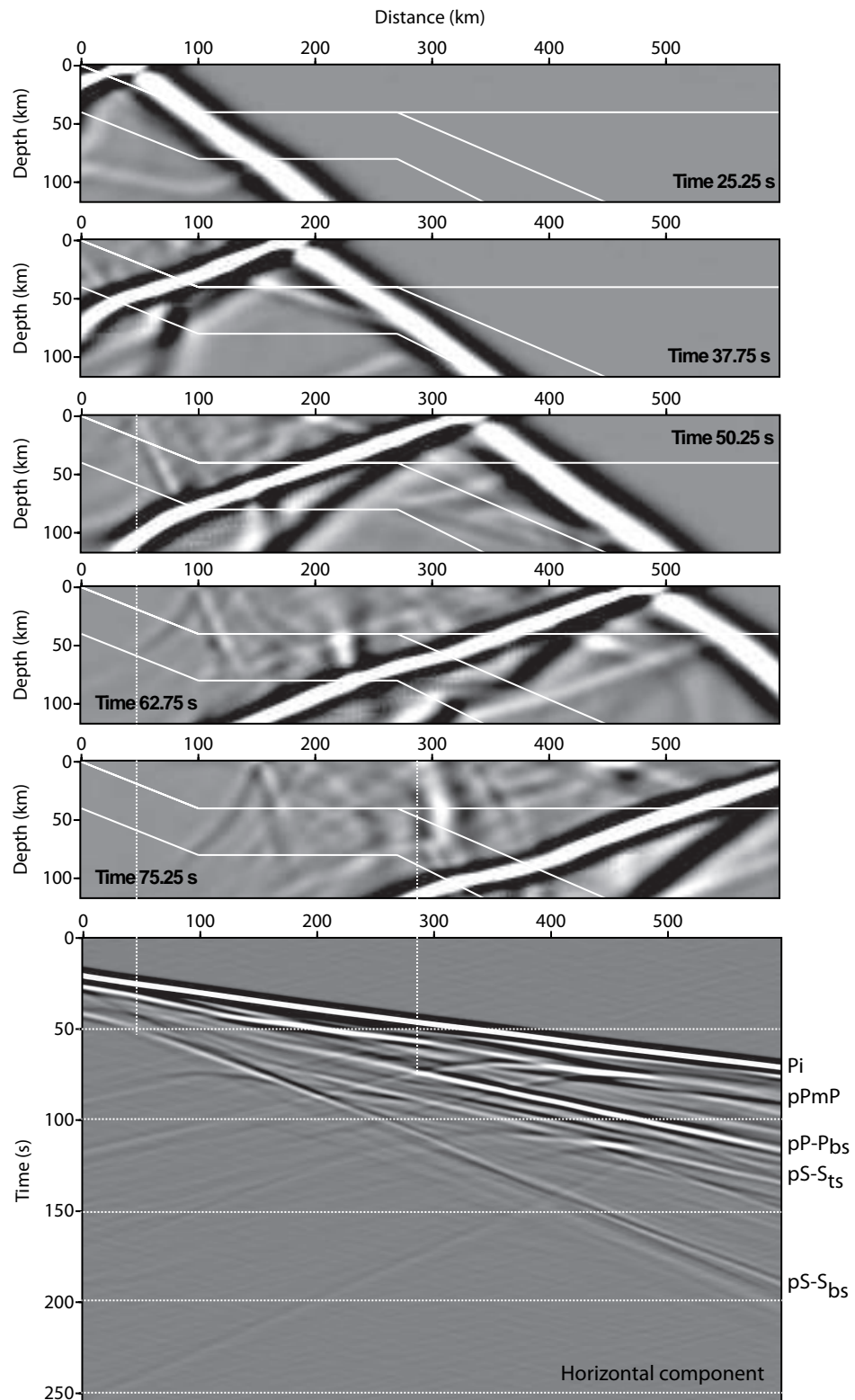


FIGURE 6.2 – Instantanés de la propagation d'une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale. Les temps auxquels sont extraits les instantanés sont indiqués sur les figures. La nomenclature pour les différentes phases est indiquée sur le tableau 6.2.

IMAGERIE D'UNE ZONE DE SUBDUCTION : UN EXEMPLE SYNTHÉTIQUE

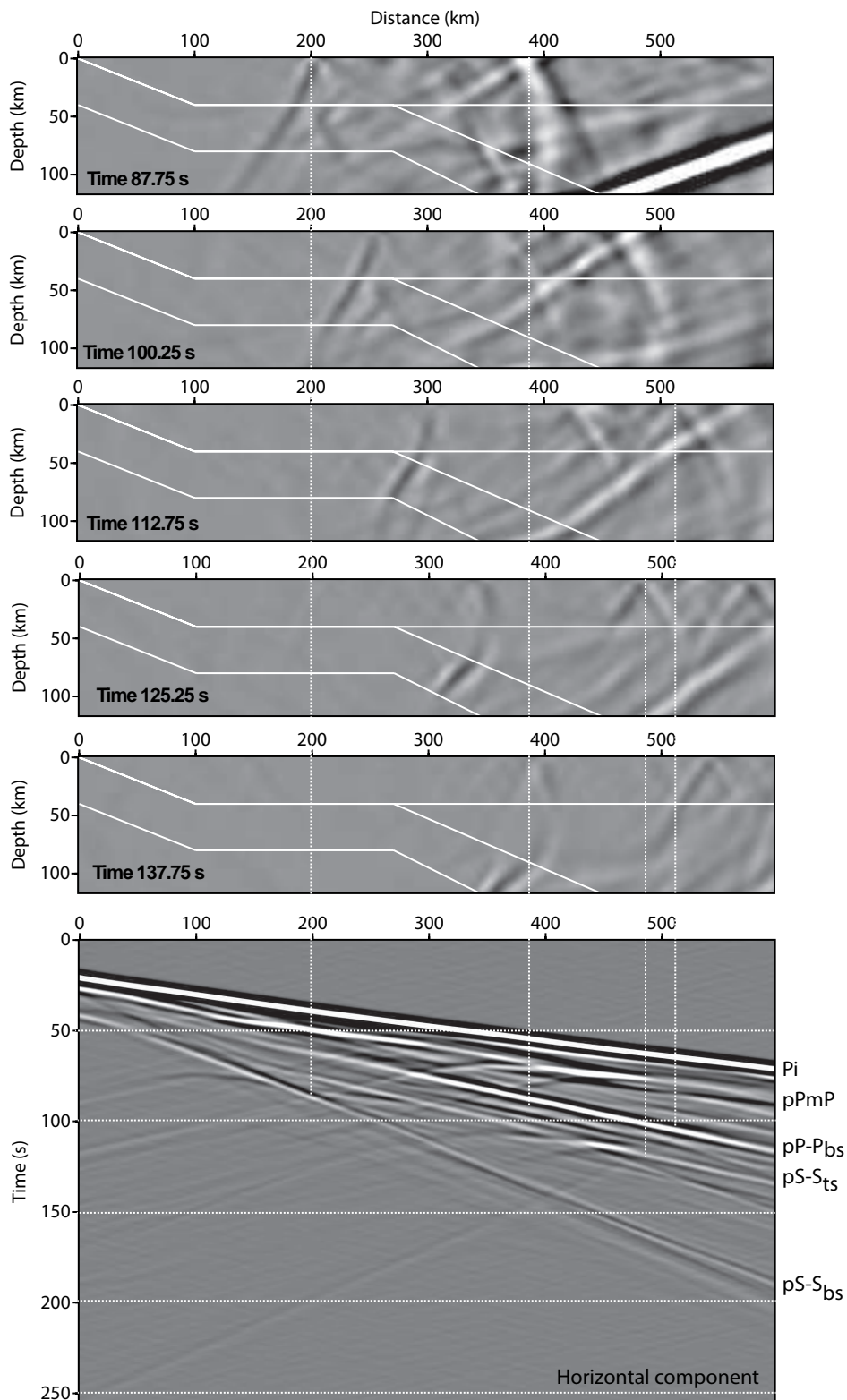


FIGURE 6.3 – Instantanés de la propagation d'une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite de la figure 6.2).

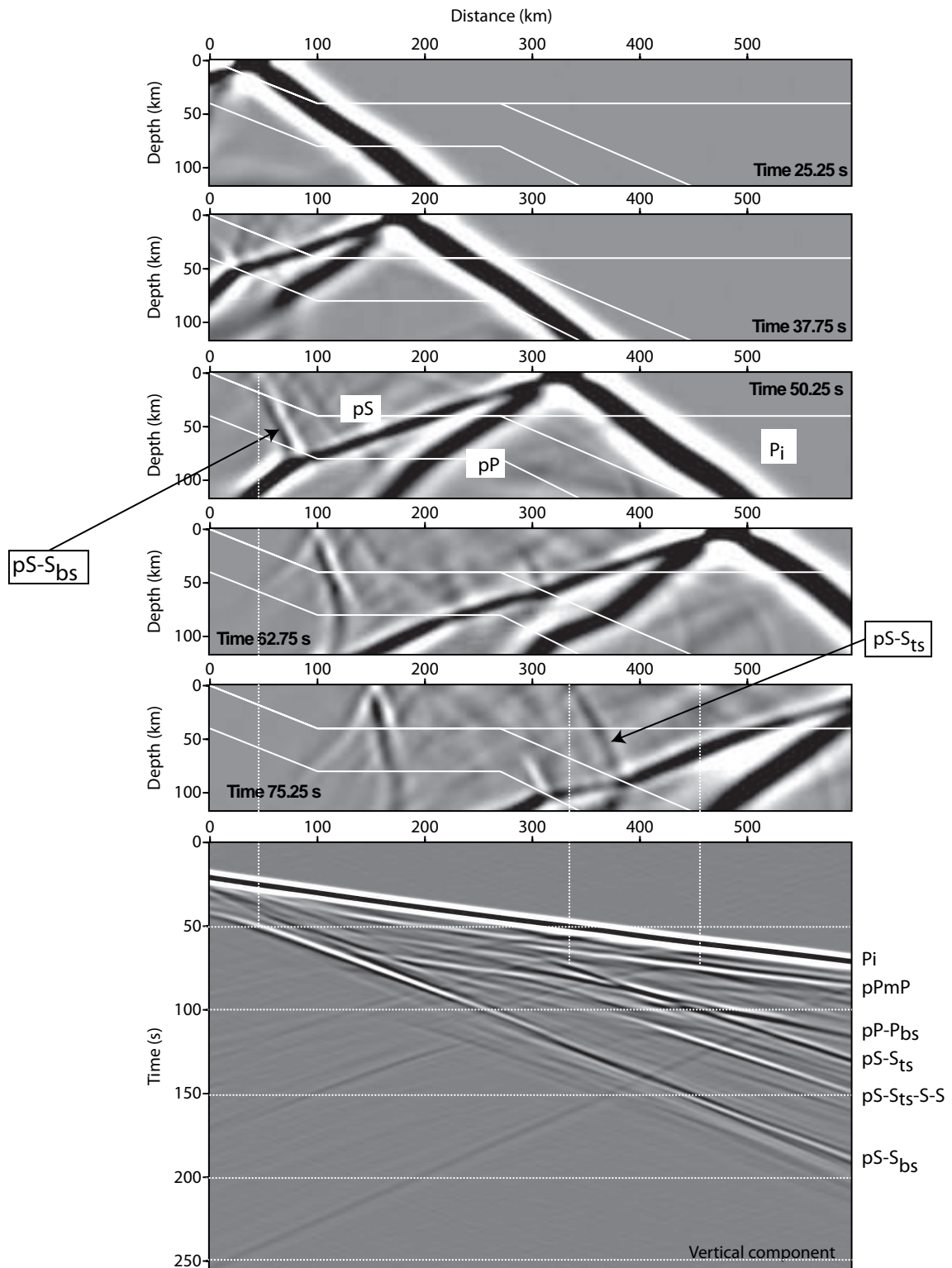


FIGURE 6.4 – Instantanés de la propagation d’une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante verticale. Les temps auxquels sont extraits les instantanés sont indiqués sur les figures. La nomenclature pour les différentes phases est indiquée sur le tableau 6.2.

IMAGERIE D'UNE ZONE DE SUBDUCTION : UN EXEMPLE SYNTHÉTIQUE

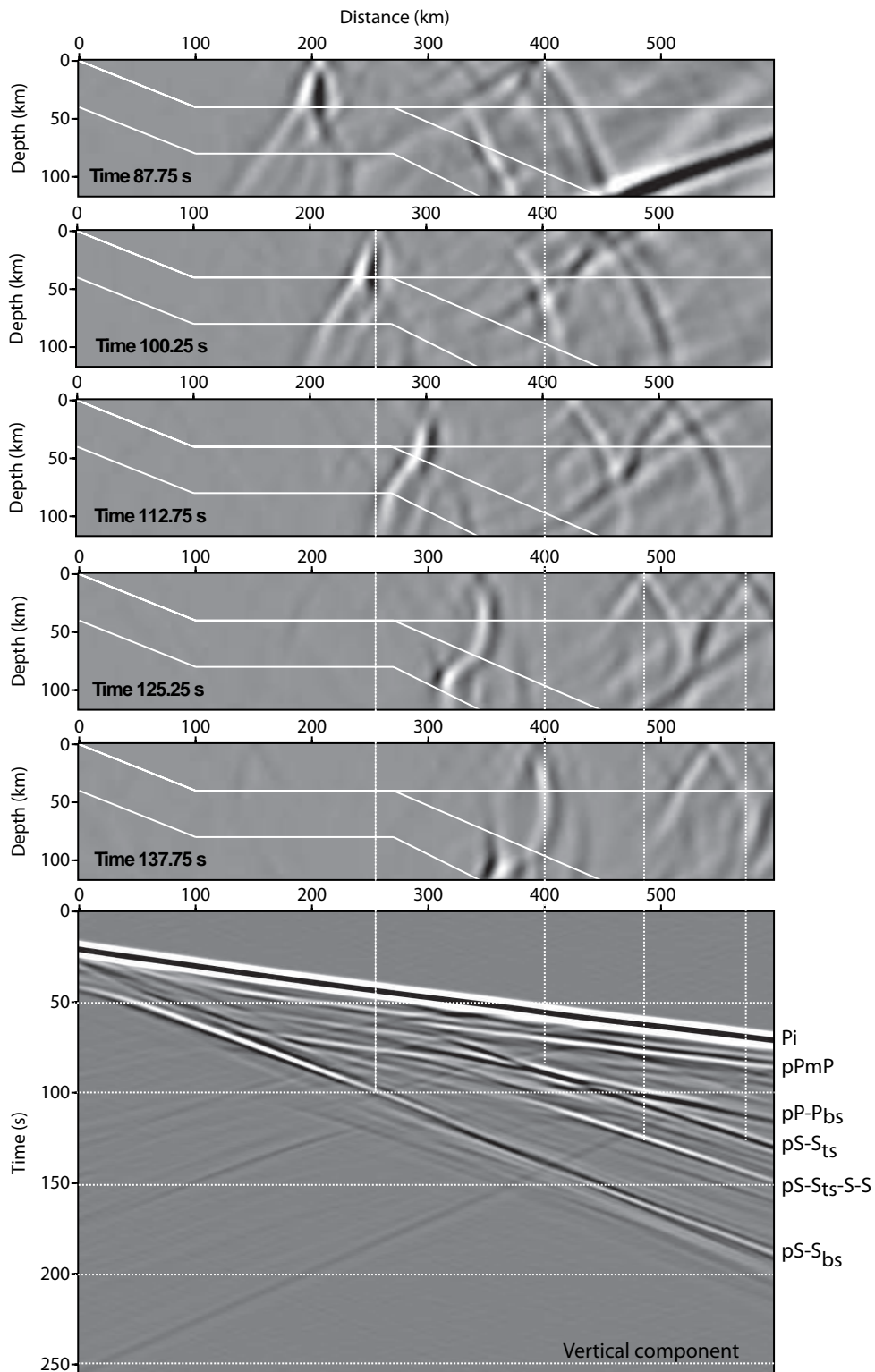


FIGURE 6.5 – Instantanés de la propagation d’une onde à -40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite de la figure 6.4).

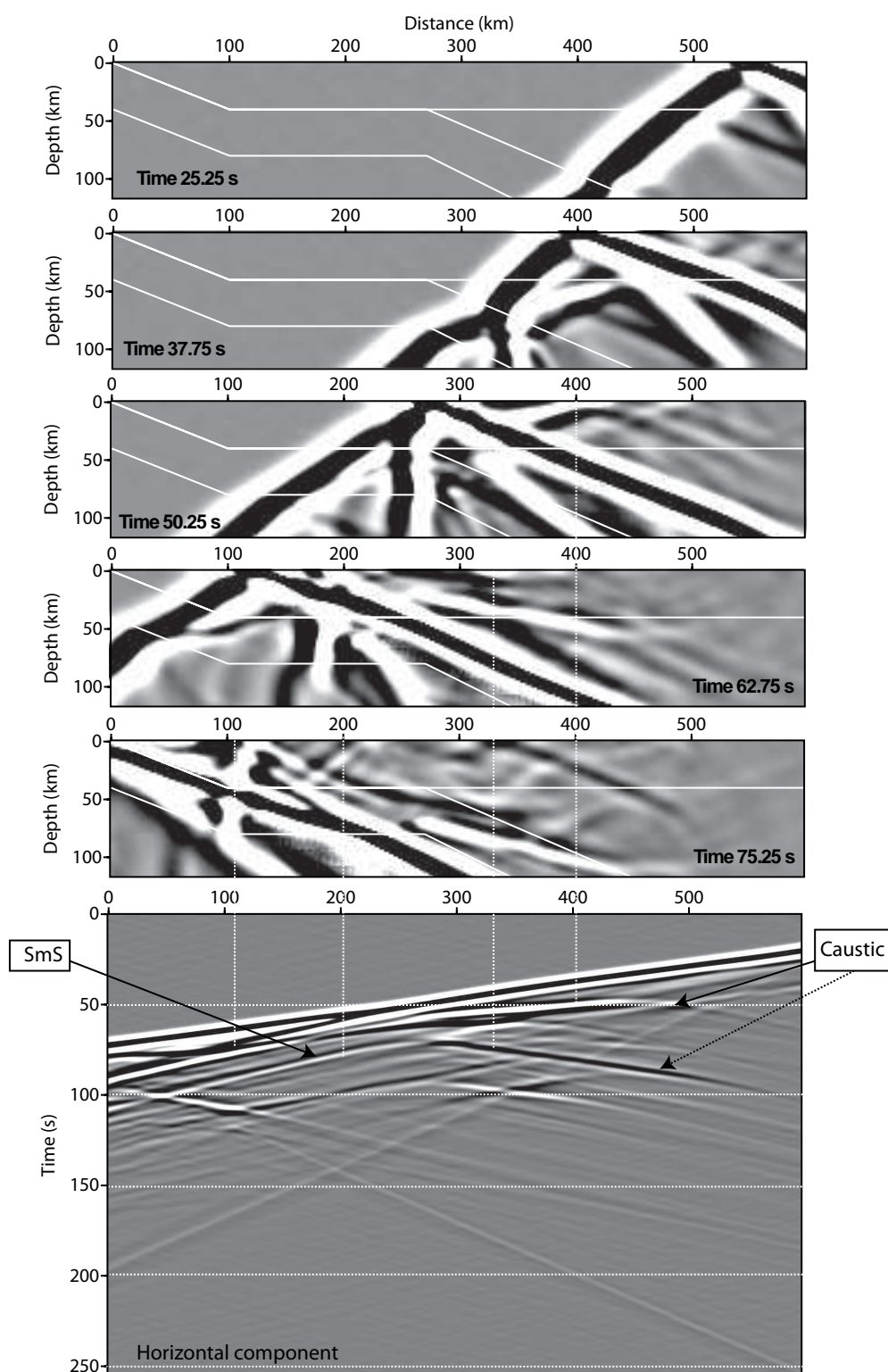


FIGURE 6.6 – Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale. Les temps auxquels sont extraits les instantanés sont indiqués sur les figures. La nomenclature pour les différentes phases est indiquée sur le tableau 6.2.

IMAGERIE D'UNE ZONE DE SUBDUCTION : UN EXEMPLE SYNTHÉTIQUE

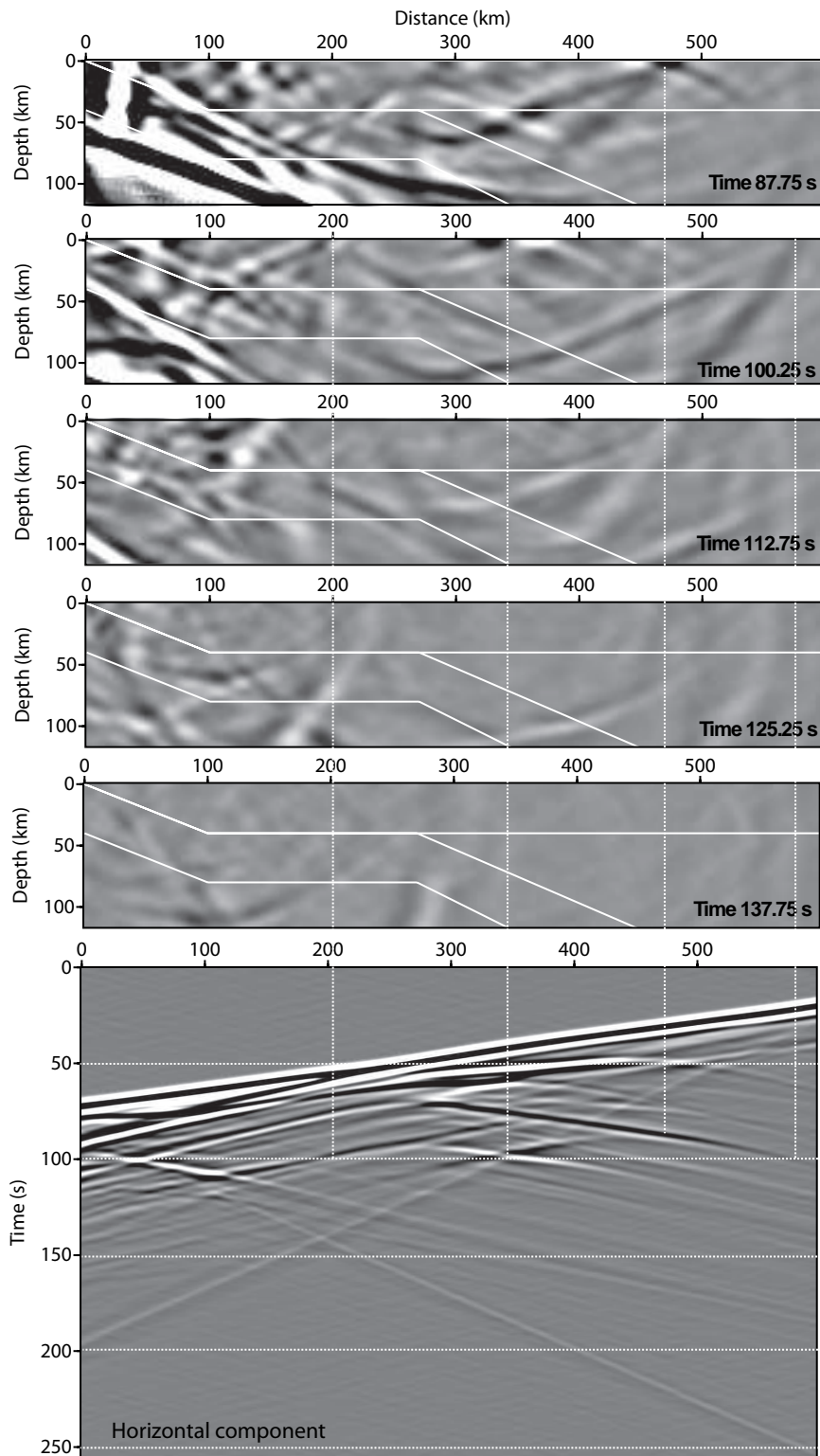


FIGURE 6.7 – Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite de la figure 6.6).

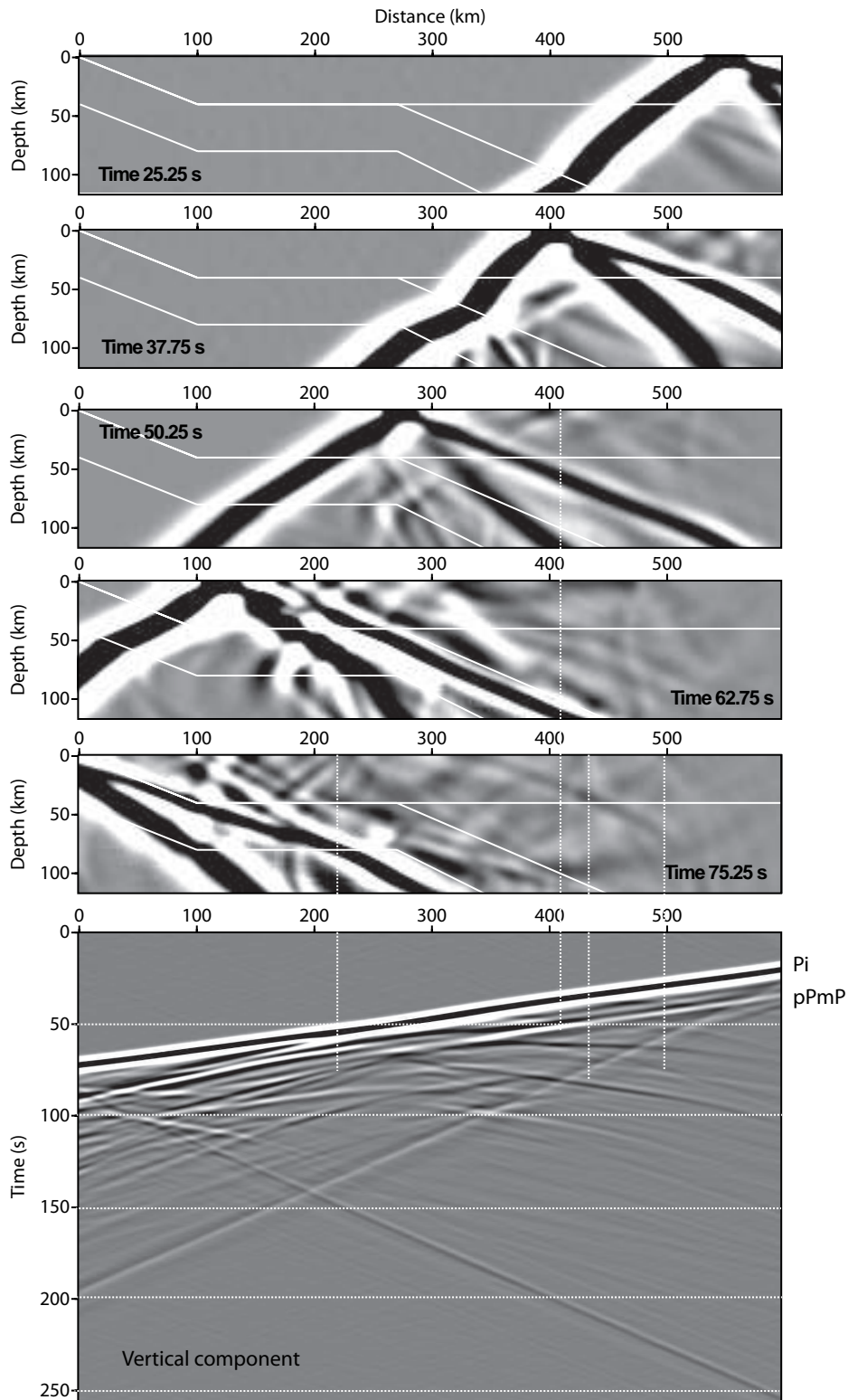


FIGURE 6.8 – Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale. Les temps auxquels sont extraits les instantanés sont indiqués sur les figures. La nomenclature pour les différentes phases est indiquée sur le tableau 6.2.

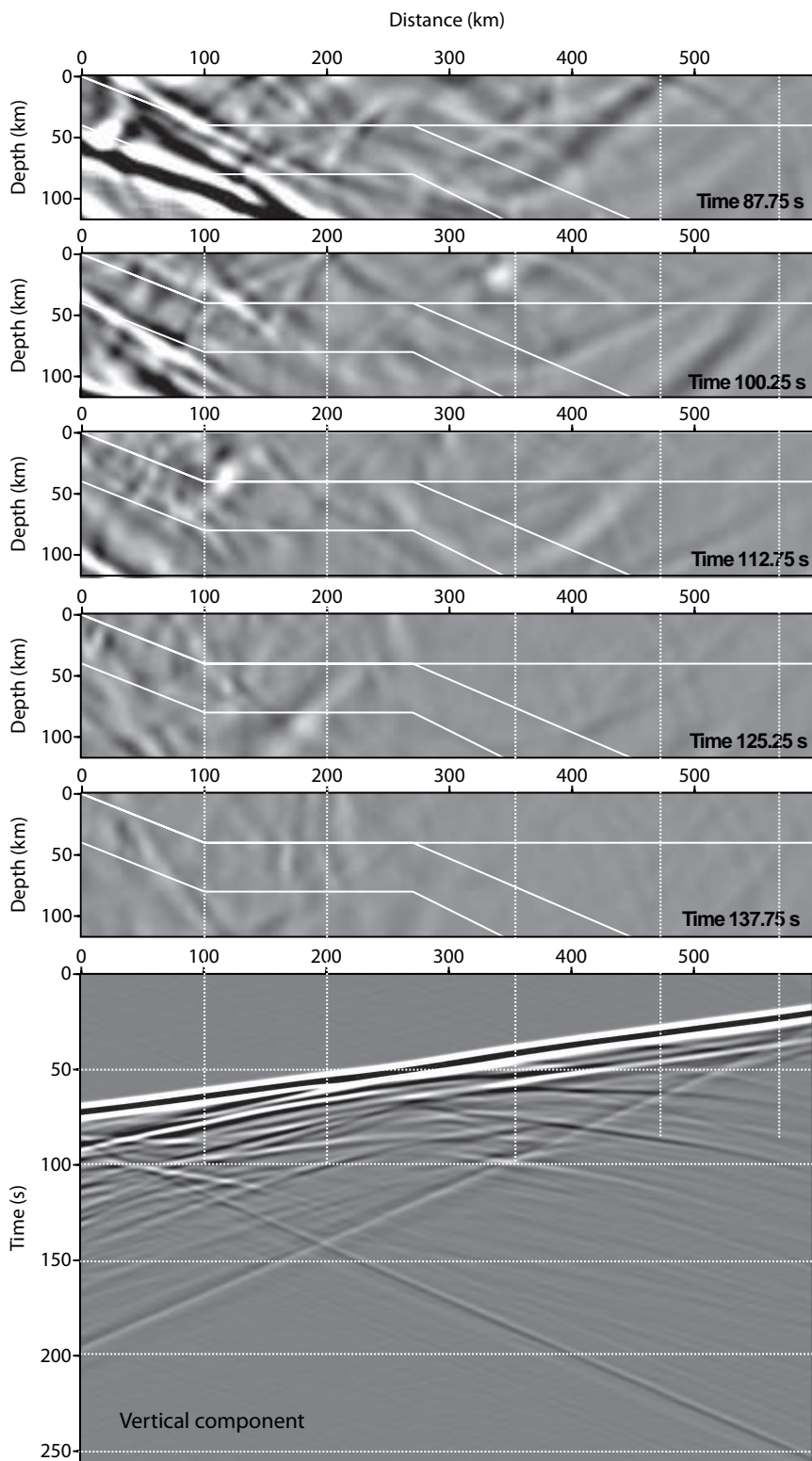


FIGURE 6.9 – Instantanés de la propagation d'une onde à +40 degrés dans le milieu avec panneau plongeant et sismogramme enregistré à la surface pour la composante horizontale (suite de la figure 6.8).

6.4 Inversion des formes d'ondes complètes d'un modèle de subduction synthétique.

Nous avons montré dans le chapitre 4, lors de l'analyse paramétrique de l'*inversion des formes d'ondes complètes* menée sur le modèle synthétique *SEG/EAGE Overthrust* lithosphérique, que l'échantillonnage de la bande passante en fréquence est critique pour la qualité des modèles reconstruits dans le cadre d'une configuration téléseismique. Nous avons montré que l'échantillonnage de la bande passante angulaire par les ondes planes avait un impact moindre sur la qualité des modèles reconstruits. Par contre, nous avons montré que le déficit en ondes planes se propageant verticalement affecte le pouvoir de résolution.

Nous avons également montré précédemment qu'un milieu tel qu'une zone de subduction, étant donnée sa géométrie particulière, conférerait aux champs d'ondes enregistrés une anatomie particulière, fortement dissymétrique, en fonction de l'angle d'incidence de l'onde P incidente.

Afin de pouvoir déterminer l'impact sur la qualité des modèles reconstruits, nous présentons ici trois résultats d'inversion réalisés pour différents éclairages angulaires du milieu. Le premier groupe d'angles d'incidences $[-40 : -30; -20; 20; 30; 40]$ permet un éclairage symétrique du milieu, le deuxième $[-40 : -30; -20]$ un éclairage sénestre (propagation des ondes de la gauche vers la droite du modèle), et le troisième $[20; 30; 40]$ un éclairage dextre (propagation des ondes dans la droite vers la gauche du modèle). Le réseau est constitué de 121 récepteurs placés à la surface libre et espacés de 5 km. La bande de fréquence considérée va de 0.1 à 0.4 Hz et est échantillonnée par 41 fréquences. Conformément aux conclusions du chapitre (4), nous utilisons l'algorithme *l-BFGS*. Le modèle vrai et le modèle initial sont présentés sur la figure (6.10). Le modèle initial est une version lissée du modèle sans panneau plongeant présenté précédemment.

Les figures 6.11(a,b) présentent les modèles reconstruits de vitesses des ondes P et S pour un éclairage latéral symétrique et les figures 6.12(a,b,c,d) présentent les profils de vitesses extraits de ces modèles reconstruits à 175 et 350 km. Le modèle de vitesse des ondes S est reconstruit correctement et fait apparaître clairement les différents contrastes de vitesse du milieu. Au contraire, le modèle de vitesse des ondes P , même si il montre clairement le panneau plongeant, est affecté par différents artefacts. Tout d'abord, ce modèle présente une zone de haute vitesse, proche de celle de l'asthénosphère, sous la surface libre, entre 175 et 450 km de distance. Nous pouvons noter que cette perturbation atteint son épaisseur maximum (20 km) à l'aplomb du point d'inflexion du panneau plongeant. Enfin, nous pouvons noter que ce modèle reconstruit de vitesse des ondes P ne fait pas apparaître clairement le contraste de vitesse existant entre la plaque chevauchante et la plaque océanique plongeante entre 0 et 300 km de distance. En effet, le profil de vitesse des ondes P à 175 km de distance, présenté sur la figure 6.12a, montre une transition très lisse entre la lithosphère continental et la lithosphère océanique comparativement au profil de vitesse des ondes S présenté sur la figure 6.12c.

Les figures 6.11(c,d) et 6.11(e,f) présentent les modèles reconstruits de vitesses des ondes

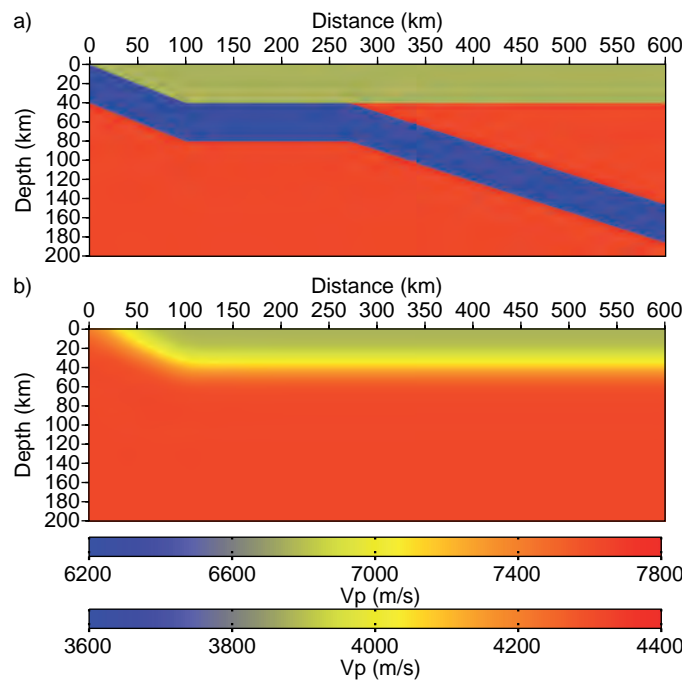


FIGURE 6.10 – Modèles schématiques d'une zone de subduction. (a) Modèle vrai utilisé pour calculer les données observées synthétiques. (b) Modèle initial utilisé pour l'inversion des formes d'ondes complètes.

P et S pour un éclairage latéral sénestre et dextre, respectivement, et les figures 6.12e à 6.12f présentent les profils de vitesses extraits de ces modèles à 175 et 350 km de distance. Comme nous l'avons montré précédemment, une onde se propageant dans le sens de la gauche vers la droite ne permet pas un échantillonnage aussi complet du toit du panneau plongeant qu'une onde se propageant dans le sens opposé. Ce problème se répercute de manière visible dans les résultats présentés sur les figures 6.11(c,d) pour lesquels le panneau plongeant est très mal reconstruit entre 500 et 600 km de distance, à la fois pour le modèle de vitesse des ondes P et le modèle de vitesse des ondes S . Nous pouvons également noter la présence d'une zone de haute vitesse dans la plaque chevauchante, sur le modèle de vitesse S , entre 450 et 550 km de distance. De plus, sur ce même modèle, le contraste entre la plaque chevauchante et la plaque océanique plongeante est moins marqué que pour l'éclairage latéral symétrique (figures 6.12(a,b)). Les figures 6.11(e,f) présentent les résultats d'inversion pour un éclairage dextre. Comme attendu, le panneau plongeant est bien reconstruit à la fois pour le modèle de vitesse des ondes P et le modèle de vitesse des ondes S . Cependant, ces modèles ne représentent pas de manière correcte le contraste de vitesse entre la plaque chevauchante et la plaque océanique, et particulièrement entre 0 et 100 km de distance où une zone de haute vitesse est présente sur le modèle de vitesse des ondes S et où le panneau plongeant n'a pas la géométrie correcte sur le modèle de vitesse des ondes P .

Ces résultats d'inversion des formes d'ondes complètes montrent de quelle manière la

6.4 Inversion des formes d'ondes complètes d'un modèle de subduction synthétique.

localisation des évènements télesismiques par rapport au réseau affecte la reconstruction des modèles de vitesse des ondes P et S . En effet, un éclairage latéral symétrique permet une reconstruction correcte des différentes structures du milieu tandis qu'un éclairage latéral dissymétrique va déséquilibrer cette reconstruction en favorisant le côté d'où proviennent les différents évènements. Ainsi, la partie plate de la subduction est mieux reconstruite avec des évènements provenant de la gauche du modèle et le panneau plongeant sera mieux reconstruit avec des évènements provenant de la droite du modèle. Ces résultats permettent donc de prévoir quelles structures seront potentiellement reconstruites par l'inversion des formes d'ondes complètes de données réelles en fonctions des différents évènements sélectionnés.

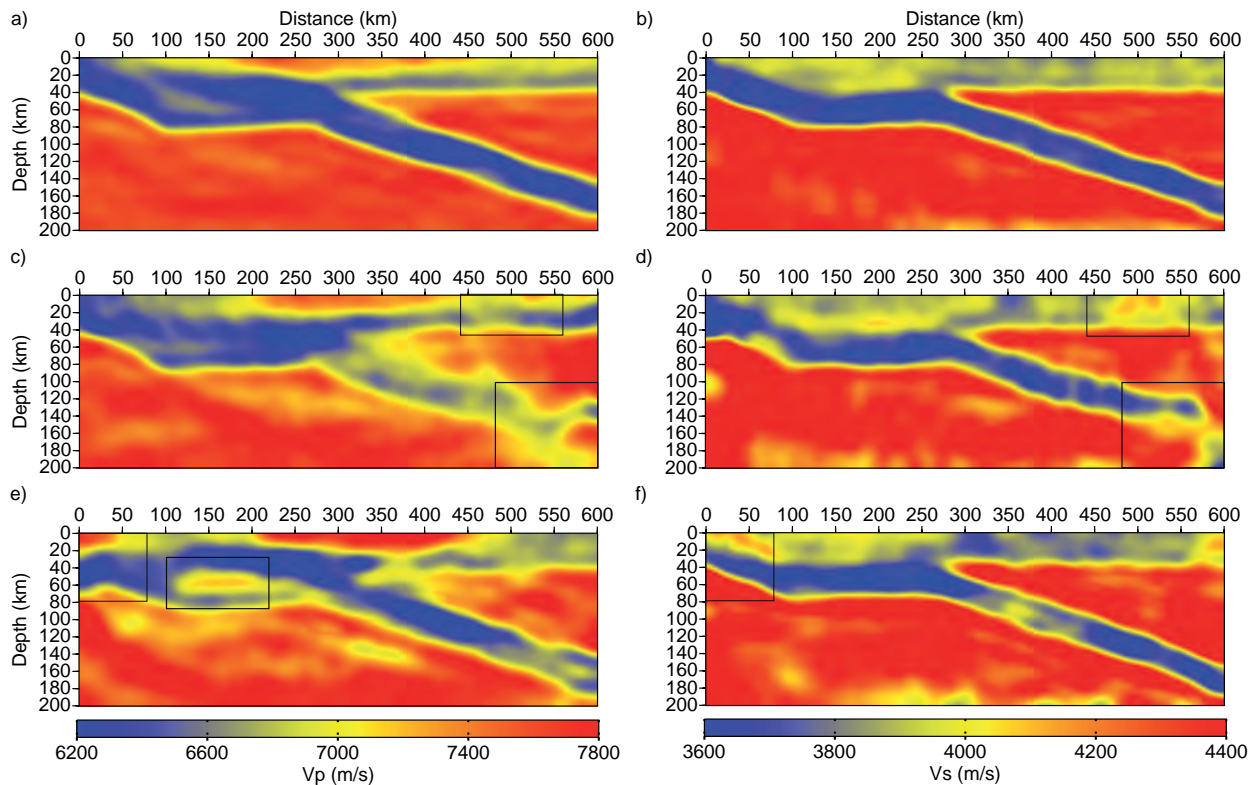


FIGURE 6.11 – Résultats d'inversion de formes d'ondes du modèle schématique de zone de subduction pour (a,c,e) V_P et (b,d,f) V_S . (a,b) Résultats d'inversion pour six sources planes possédant des angles d'incidence de -40,-30,-20,20,30, et 40 degrés. (c,d) Résultats d'inversion pour trois sources planes possédant des angles d'incidence de -40,-30 et -20 degrés. (e,f) Résultats d'inversion pour trois sources planes possédant des angles d'incidence de 20,30 et 40 degrés.

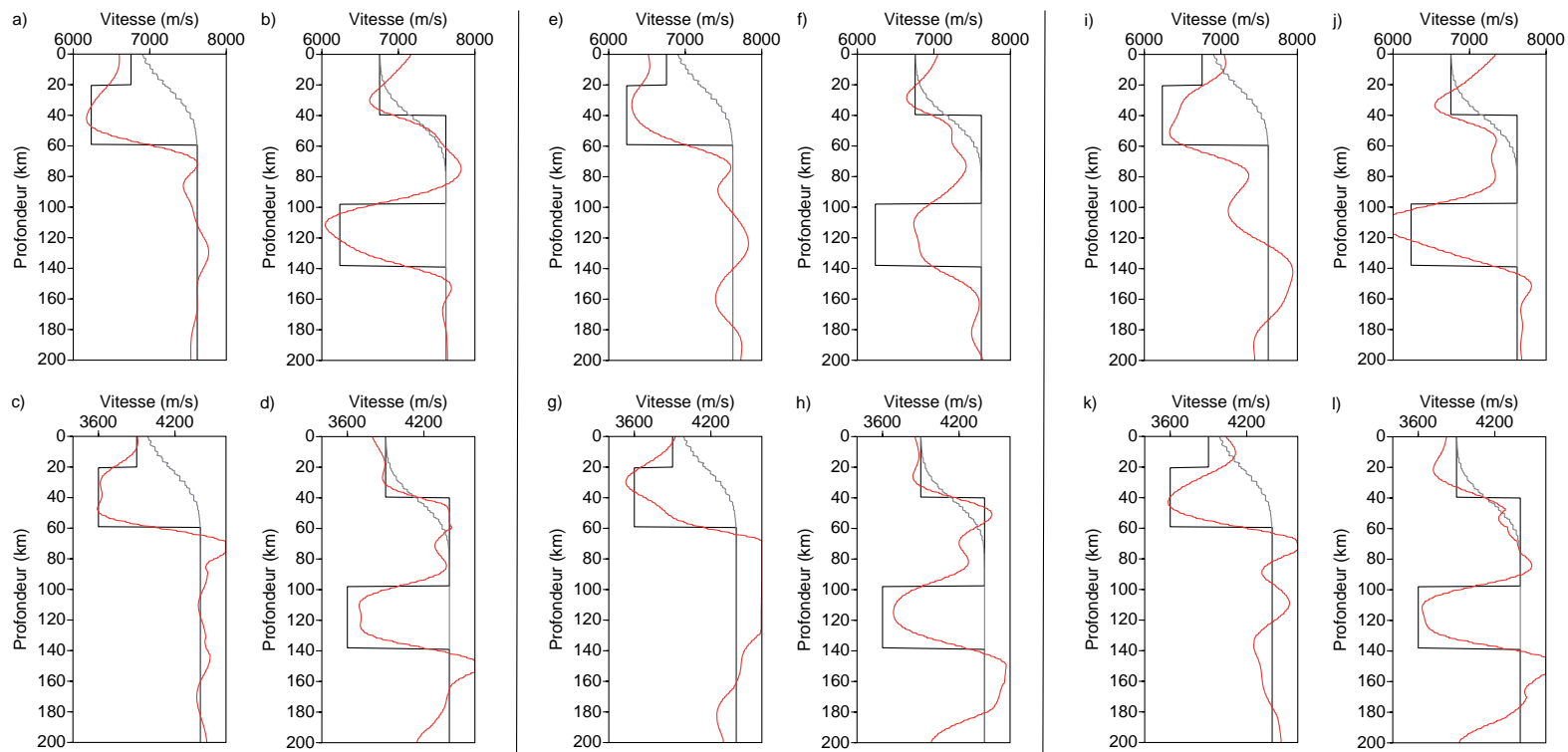


FIGURE 6.12 – (a,b) Profils de vitesse P extraits du modèle présenté sur la figure (6.11a) à 175 et 475 km de distance. (c,d) Profils de vitesse S extraits du modèle présenté sur la figure (6.11b) à 175 et 475 km de distance. (e,f) Profils de vitesse P extraits du modèle présenté sur la figure (6.11c) à 175 et 475 km de distance. (g,h) Profils de vitesse S extraits du modèle présenté sur la figure (6.11d) à 175 et 475 km de distance. (i,j) Profils de vitesse P extraits du modèle présenté sur la figure (6.11e) à 175 et 475 km de distance. (k,l) Profils de vitesse S extraits du modèle présenté sur la figure (6.11f) à 175 et 475 km de distance.

Chapitre 7

Les données de la campagne MASE

Sommaire

7.1	Introduction	199
7.2	Sélection des données	200
7.3	Détermination de l'angle d'incidence	203
7.4	Détermination du temps origine	205
7.5	Pré-traitement des données	205
7.6	Estimation de la source	208
7.6.1	Estimation de la source par séparation des arrivées	208
7.6.2	Estimation de la source par inversion linéaire	210
7.7	Inversion des données réelles	211
7.7.1	Paramétrisation de l'inversion	211
7.7.2	Résultats de l'inversion de formes d'ondes	217
7.7.3	Contrôle qualité de l'inversion	220
7.7.4	Conclusion	229

7.1 Introduction

Je présente maintenant l'application de la méthode de l'*inversion des formes d'ondes complètes* aux données de la campagne *MASE*. Je commence par une discussion sur les critères de sélection des événements télésismiques enregistrés par le réseau. Je présente ensuite un protocole de prétraitement des données sélectionnées et une méthode de détermination des angles d'incidence associés à chaque événement. Enfin, je montre les premiers résultats de l'inversion et un contrôle qualité associé afin de pouvoir déterminer la confiance qu'il est possible d'attribuer à ces premiers résultats.

7.2 Sélection des données

La figure 5.5, présentée dans le chapitre précédent, montre la géographie et les grandes structures tectoniques dans la région du Mexique central, ainsi que la géométrie du dispositif d'acquisition sismologique. Le réseau MASE est ici représenté dans son intégralité, cependant toutes les stations du réseau n'ont pas été actives simultanément durant la campagne MASE qui eut lieu de février 2005 à Juillet 2007. De ce fait, les enregistrements les plus anciens (année 2005) n'ont été enregistrés que sur un maximum de 50 stations. De plus, les stations manquantes en début de campagne sont pour beaucoup situées à l'aplomb de la zone d'inflexion du panneau plongeant au niveau de la TMVB.

Plusieurs milliers de séismes ont lieu chaque années. En fonction de leur distance épacentrale depuis le réseau, de leur magnitude et de la qualité des stations sismologiques, ces évènements ne seront pas tous visibles sur les sismogrammes. Les évènements enregistrés, quand à eux, ne sont pas tous des téléseismes et peuvent se produire peu après ou peu avant un autre évènement pouvant entraîner une superpositions de ces évènements sur les enregistrements d'un même réseau. Enfin, nous utilisons un algorithme développé dans l'approximation d'un milieu $2D$ et adapté à des configurations $2.5D$ via l'approximation de modèles de vitesse et d'angle d'incidence apparent. Il est donc nécessaire d'établir des critères de sélection des données permettant d'isoler des évènements respectant la définition *télé-sismique*, n'étant pas contaminer par d'autres évènements sismiques proches en terme de temps d'arrivée aux stations et ne possédant pas une obliquité trop forte incompatible avec l'approximation $2.5D$.

La majorité des séismes et leurs caractéristiques (date, localisation, profondeur, magnitude, mécanismes, etc.) sont référencés dans des banques de données comme par exemple *GCMT* (*Global Centroid Moment Tensor*). Le premier critère de sélection des évènements durant la période *MASE* permettant un premier tri dans ce catalogue d'évènement est la magnitude globale M_w . Ce critère est très important car il est un indice de la qualité de l'enregistrement de l'évènement. En effet, la magnitude M_w est liée à la quantité d'énergie des ondes générées par l'évènement et à l'amplitude du mouvement par une loi logarithmique : un point de magnitude M_w correspond ainsi à un facteur 30 en terme d'énergie et un facteur 10 en terme d'amplitude du mouvement. Étant donnée les distances épacentrales à considérer (30-90 degrés), nous considérons une magnitude M_w minimum de 5.8 afin d'assurer une visibilité minimum des évènements sur les traces enregistrées. Ainsi, 356 séismes ont pu être isolé du catalogue pour la période considérée.

Ces évènements extraits du catalogue *GCMT* ne correspondent cependant pas tous à des évènements télé-sismiques, et parmi les téléseismes, beaucoup auront des *back-azimuth* (obliquité) très forts, nous avons donc à réaliser une nouvelle sélection basée sur les distances épacentrales des évènements depuis le réseau et le *back-azimuth* de ses évènements. Le premier critère est simplement la gamme de distance épacentrales correspondant à la définition d'un évènement télé-sismique. La figure 7.1 présente les temps d'arrivée des différentes phases générées par un séisme en fonction de la distance épacentrale en degrés, le cadre vert délimite la gamme de distance classique, c'est à dire de 30 à 90 degrés. Pour ce travail, nous nous intéressons à l'onde *P* incidente, en tant que première arrivée, et

à sa *coda*. Or, la figure 7.1 montre qu'aux alentours de 80-85 degrés et au-delà, l'onde *P* ne constitue plus la première arrivée qui est alors précédée de l'onde *PcP*. Nous nous limiterons donc à une gamme de distances épacentrales comprise entre 30 et 85 degrés. Ce critère posé, il est nécessaire de considérer une gamme d'obliquité qui permette une approximation correcte des modèles de vitesse apparents et des angles d'incidence apparents. Nous considérons ainsi une gamme d'obliquité de ± 40 degrés. L'application de ces nouveaux critères est critique sur la quantité d'évènements potentiels, ramenant alors leur nombre à 17.

Finalement, sur ces évènements récents, nous effectuons un dernier tri basé sur les heures des premières arrivées au réseau de stations afin d'éviter tout recouvrement de l'onde *P* et de sa *coda* par une ou plusieurs phases d'un autre évènement sismique. En nous basant sur la figure 7.1, nous considérons qu'il est nécessaire d'avoir un écart en temps d'au moins 1h entre l'évènement sélectionnés et les autres évènements sismiques. Ce tri nous ramène à l'isolement de 9 évènements, respectant les critères posés précédemment, dont certaines caractéristiques sont reportées dans le tableau 7.1.

n°	date	latitude	longitude	profondeur	M_w	mécanisme
1	12/05/2005, 11h15	-57.57	-138.91	12	6.5	
2	15/06/2005, 19h52	-44.91	-80.68	17	6.4	
3	10/07/2005, 04h46	-36.38	-97.46	12	6.0	
4	04/08/2005, 10h27	-26.79	-114.47	12	5.8	
5	22/12/2005, 12h20	-54.57	-135.91	15	6.4	
6	10/10/2006, 08h02	-56.18	-122.41	12	6.0	
7	14/02/2007, 01h29	-29.74	-112.17	17	5.9	
8	31/03/2007, 12h49	-55.94	-123.61	12	6.2	
9	06/04/2007, 05h54	-55.61	-123.85	12	5.9	

TABLE 7.1 – Liste des évènements sélectionnés parmi les télé-séismes enregistrés par le réseau de la campagne *MASE*.

La figure 7.2 présente la localisation géographique des 9 évènements sélectionnés. Les modélisations pour un modèle synthétique de zone de subduction, présentées dans le chapitre précédent, nous ont montré que les évènements se propageant de la droite vers la gauche du modèle étaient porteur d'une empreinte plus nette du *slab* que les évènements se propageant dans le sens opposé. Or, les évènements isolés selon nos critères sont tous localisés au Sud du réseau *MASE*, l'onde incidente se propagera donc de la gauche du réseau vers la droite, ce qui représente une géométrie source-récepteur défavorable. Cette localisation permet également d'expliquer l'absence de magnitude M_w supérieur à 6.5. En effet, tous ces évènements ont lieu au niveau de rides océaniques ; alors que les séismes puissants sont généralement des séismes de subduction.

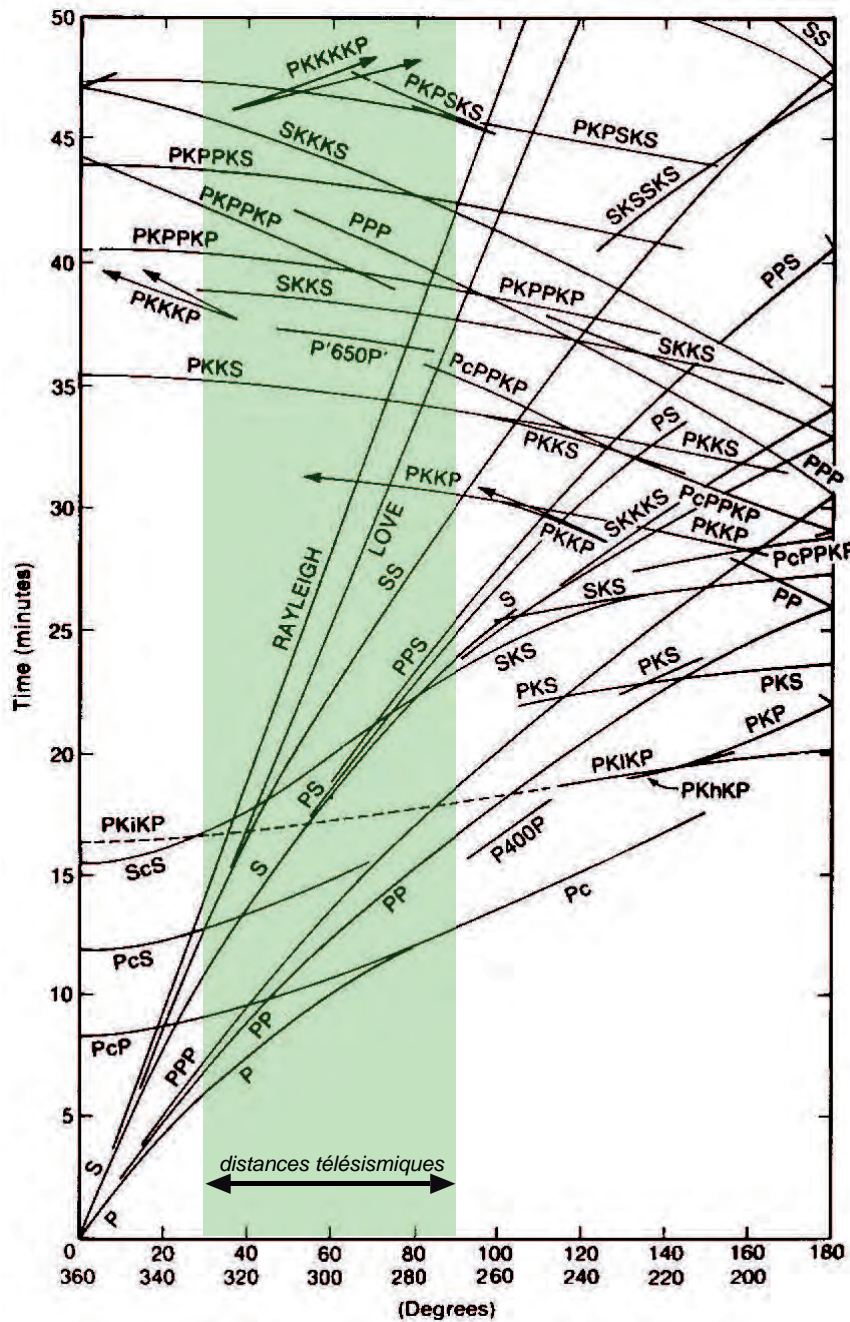


FIGURE 7.1 – Temps d'arrivée des différentes phases sismiques en fonction de la distance épicentrale Δ en degrés (hodochrones, d'après Bolt, 1976). Le cadre vert correspond à la gamme de distances épicentrales pour les téléseismes.

Nous pouvons également noter la faible profondeur des hypocentres : tous les évènements sont superficiels. La figure 7.3 présente de manière schématique l'impact de la profondeur

du séismes sur les premières arrivées enregistrées à la station pour une même distance épacentrale. Les champs incidents correspondant aux événements sélectionnés présenteront une superposition des champs d'onde P , pP et sP . La durée des sources s'étendant sur plusieurs secondes, la superposition de ces champs entraîne une signature de source complexe dans les données. Par conséquent, le risque est que la signatures des événements diffractés par les structures du milieu soient masqués par la signature complexe de la source.

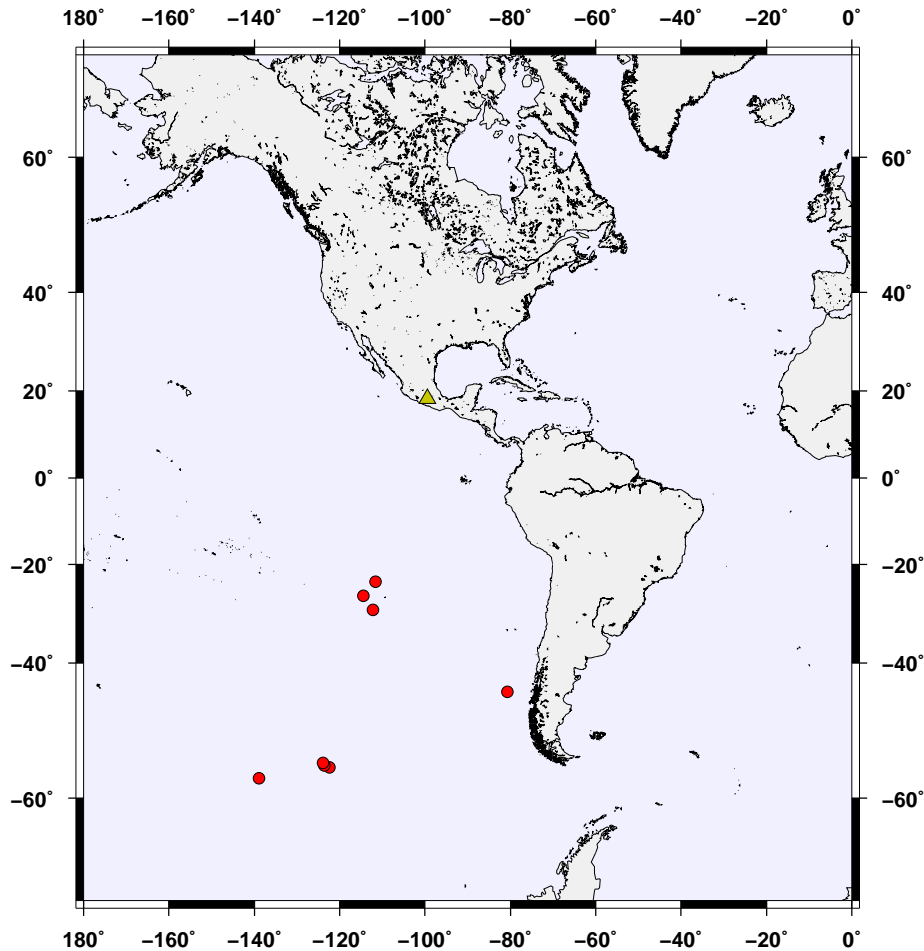


FIGURE 7.2 – Localisation des événements sélectionnés. Chaque point rouge correspondant à un événement respectant les critères de sélection posés. Le triangle jaune correspond à la localisation du barycentre du réseau MASE.

7.3 Détermination de l'angle d'incidence

L'approche développée au cours de ce travail de thèse nous oblige à connaître l'angle d'incidence de l'onde plane à la base de la zone d'étude afin de pouvoir calculer sa

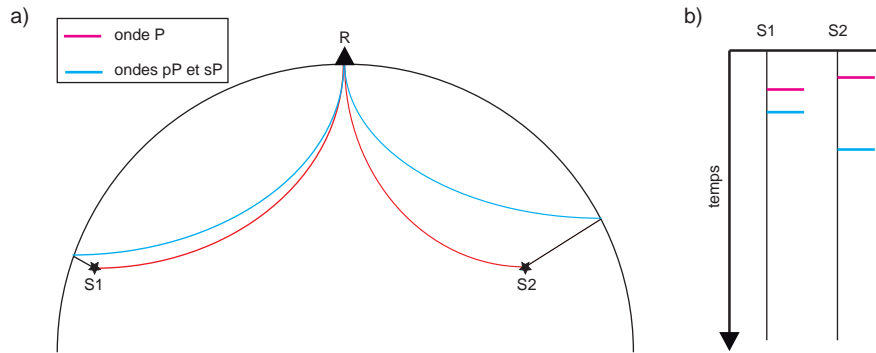


FIGURE 7.3 – Représentation schématisques des premières arrivées attendues au récepteur (R) dans le cas d'un séisme superficiel ($S1$) et dans le cas d'un séisme profond ($S2$) situés à une même distance épacentrale de R . (a) Représentation schématisque des rais pour l'onde P (rouge) et les ondes pP et sP (bleue) dans le cas d'un séisme superficiel ($S1$) et dans le cas d'un séisme profond ($S2$). (b) Représentation schématisque des temps d'arrivée de l'onde P (rouge) et des ondes pP et sP (bleue).

solution analytique. Cet angle d'incidence peut être estimé à partir des paramètres du rai pour un modèle de Terre 1D. Le paramètre du rai pour une incidence ϕ dans un modèle de vitesse stratifié c ne dépend que du rayon r :

$$p = \frac{r \sin\phi}{c(r)} \quad , \quad (7.1)$$

et sa valeur reste constante le long du trajet. La valeur du paramètre de rai est donc caractéristique de la trajectoire du rai entre la source et le récepteur.

Les vitesses de propagations à un rayon r pouvant être obtenus par les modèles de Terre 1D, nous devons calculer la valeur du paramètre du rai afin de pouvoir déterminer l'angle d'incidence de l'onde à la profondeur souhaitée. Nous considérons un rai représentatif d'une configuration téléseismique. Le paramètre du rai étant constant le long du tracé, et la vitesse de propagation des ondes augmentant avec la profondeur, à mesure que la trajectoire du rai va en profondeur, l'angle d'incidence ϕ augmente. Il existe un rayon r pour lequel ϕ vaut $\pi/2$ et où $p = r/c(r)$, c'est le *turning point* de la trajectoire du rai à partir d'où il commence sa remontée vers la surface. A partir de ce point, l'angle ϕ continue à augmenter mais la vitesse diminue.

Le temps de trajet T du rai entre la source et le récepteur est directement fonction de la distance épacentrale Δ et de la profondeur de la source z . Deux trajectoires de rai proches provenant de la même source vont arriver en deux points proches de la surface R1 et R2. Nous considérons $\Delta1$ et $\Delta2$ comme les distances épacentrales de la source à R1 et R2. La différence de temps de trajet peut alors s'écrire :

$$T2 - T1 = \frac{r(\Delta1 - \Delta2) \sin\phi_0}{c_0} \quad , \quad (7.2)$$

où c_0 est la vitesse à la surface. Il est donc possible de reformuler le paramètre du rai tel que :

$$p = \frac{T_2 - T_1}{\Delta_1 - \Delta_2} = \frac{dT}{d\Delta} \quad . \quad (7.3)$$

Nous pouvons noter que le paramètre du rai aura donc pour valeur la pente de la courbe des temps de trajet au point (T, Δ) et possède donc les dimensions d'une lenteur. Connaissant ce paramètre, nous pouvons déterminer l'angle ϕ en tout point r de la trajectoire. Ceci nous permet de déterminer l'angle d'incidence de l'onde plane à la base de la cible à imager. L'angle d'incidence d'une onde P pour un rayon r est donc donné par :

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \sin^{-1} \left(\frac{p \, c(r)}{r} \right) \\ &= \sin^{-1} \left(\frac{dT}{d\Delta} \frac{c}{r} \right) \quad . \end{aligned} \quad (7.4)$$

La localisation de l'épicentre de chaque évènement étant connu, nous pouvons déterminer les distances angulaires entre la source et les points R1 et R2, qui correspondent dans le cadre de ce travail aux stations ACAP et TEMP situées aux extrémités du réseau. Les temps de trajet T_1 et T_2 peuvent être calculés pour des modèles de Terre 1D à l'aide de logiciels tels que Ttimes ou TauP (Crotwell *et al.*, 1999).

7.4 Détermination du temps origine

Dans notre approche inversion des formes d'ondes complètes de données téléseismiques, nous avons besoin de connaître le temps origine T_0 pour lequel l'onde P incidente se trouve à la base du modèle. Ce temps origine correspond donc au temps de trajet de l'onde P entre la source et la base de la zone d'étude et peut être estimé en utilisant une procédure simple. Comme nous l'avons montré dans la section précédente, il est possible de calculer le temps de trajet d'une onde P entre la source et le receptr T_{SR} à travers un modèle de Terre 1D, et le temps de trajet de cette onde à travers la zone d'étude T_{MOD} peut être déterminé par un simple modélisation en temps dans un modèle construit à partir modèle de Terre 1D et ayant les dimension de la zone d'étude. Enfin, la différence entre T_{SR} et T_{MOD} nous donne le temps origine T_0 .

7.5 Pré-traitement des données

Les données enregistrées en continu par le réseau *MASE* peuvent être extraite pour une intervalle de temps au format *SAC* (*Seismic Analysis Code*, *IRIS*, Goldstein *et al.* (2003)) depuis un serveur mis à disposition par *CalTech* (*California Institute of Technology*).

Pour chaque évènement, il existe un fichier de données par station du réseau disponible. Chaque sismogrammes extrait à une durée de 600 secondes et est extrait à partir d'une heure initiale correspondant à la somme du temps origine T_0 et de l'heure de déclenchement du séisme. Je considère ici un T_0 d'environ 150 secondes permettant d'envisager des modèles pour la zone d'étude allant jusqu'à 600 km de profondeur. Les sismogrammes extraits peuvent être fenêtrés à nouveau en fonction des dimensions du modèle qui sera considéré.

Afin de correspondre au format de données compatible avec notre algorithme d'inversion des formes d'ondes complètes, nous avons regroupé les traces par composante et par évènement commun sous le format *SU* (*Seismic Unix, Center for Wave Phenomena - Colorado School of Mines, Stockwell (1999)*) avant le pré-traitement. A l'issue de cette conversion de format, nous avons donc un fichier de données par composante et par évènement pour lesquels les signaux sont organisés en fonction de leur distance à la première station du réseau (station **ACAP**).

La première étape du pré-traitement consiste à réaliser une rotation des composantes. En effet, les données sont extraites dans le référentiel *Z-N-E* (*Vertical-Nord-Est*), alors que le référentiel couramment utilisé est le référentiel *Z-R-T* (*Vertical-Radial-Transverse*).

Les données sont extraites pour une durée de 600 secondes après le T_0 . Cependant, l'algorithme d'inversion des formes d'ondes complètes téléseismiques ayant été adapté pour ne traiter que l'onde *P* incidente et sa *coda*, et le modèle initial, qui sera présenté ultérieurement, ayant une profondeur de 240 km, il est nécessaire de fenêtrer les données de manière à les recaler sur un T_0 correspondant au modèle et à ne conserver que la partie du signal qui nous intéresse. La figure 7.4a présente des données réelles précédemment fenêtrées lors de la conversion de format *SAC-SU* et la figure 7.4b montre le fenêtrage de ces données de manière à se limiter à l'onde *P* incidente et à sa *coda*.

La bande passante en fréquence intéressante dans le cadre de l'inversion de données téléseismiques et dans la limite des coûts numériques de la méthode est compris globalement entre 0.1 et 1 Hz. Nous appliquons aux données fenêtrées (figure 7.4b) un filtre *Butterworth* pour une bande passante en fréquence allant de 0.05 à 0.8 Hz. Le résultat de ce filtrage est présenté sur la figure 7.4c.

Enfin, chaque station ayant enregistré un signal inexploitable par l'inversion des formes d'ondes complètes sur une des composantes est supprimée pour l'ensemble des composantes. Le résultat de cette étape est présenté sur la figure 7.4d.

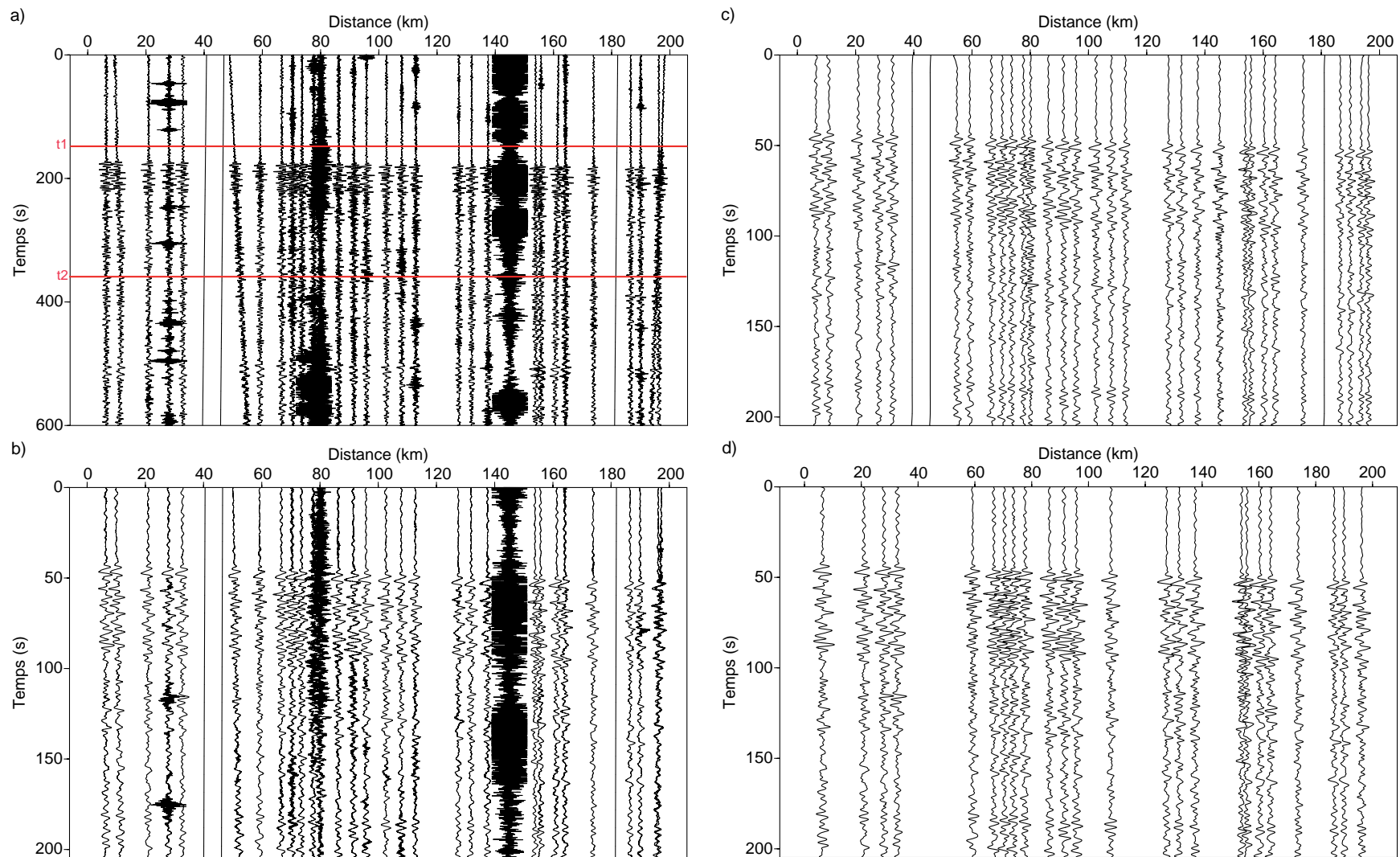


FIGURE 7.4 – Pré-traitement des données réelles. (a) Données originales. Les lignes marquées par t_1 et t_2 correspondent respectivement aux bornes minimum (temps origine T_0 correspondant au modèle) et maximum pour le fenêtrage en temps des données. (b) Données réelles fenêtrées entre t_1 et t_2 . (c) Données réelles fenêtrées (b) après application d'un filtre de type *Butterworth* pour une bande passante allant de 0.05 à 0.8 Hz. (d) Données réelles filtrées (c) après suppression des stations inutilisables sur chacune des composantes.

7.6 Estimation de la source

L'estimation de l'ondelette source est cruciale dans les processus d'*inversion des formes d'ondes complètes* de données réelles. Cette estimation de la source peut être envisagée de deux manières différentes présentées ci-après.

7.6.1 Estimation de la source par séparation des arrivées

La première étape pour cette estimation consiste à horizontaliser l'onde directe sur le sismogramme à partir des inter-corrélations entre traces voisines (figure 7.5a). Dans un deuxième temps, nous utilisons une technique de séparation d'ondes fondées sur la matrice d'inter-corrélation en fréquence (matrice spectrale) pour séparer les arrivées directes des autres arrivées constituant le signal. L'estimation de la matrice spectrale M est composée de trois termes : un terme d'interaction des ondes avec elles-mêmes, un terme d'interaction des ondes entre elles et un terme de bruit, tel que :

$$M(f) = \sigma(W(f)W(f)^\dagger) \quad , \quad (7.5)$$

où σ est un facteur de lissage et $W(f)$ est la transformée de Fourier des traces telle que :

$$W(f) = A(f).U(f) + B(f) \quad , \quad (7.6)$$

où $A(f)$ est la transformée de Fourier des ondelettes, $U(f)$ la matrice de propagation et $B(f)$ le bruit. La matrice spectrale estimée est alors diagonalisée afin d'en extraire les valeurs et vecteurs propres, et finalement, les données inter-corrélées d'origine sont projetées sur les vecteurs propres sélectionnés. Le résultat de ce traitement est la séparation des données horizontalisées en un sous-domaine signal (figure 7.5c) et un sous-domaine bruit (figure 7.5d) contenant les événements pentés et donc la réponse du panneau plongeant. La sommation des traces du sous-domaine signal permet d'obtenir une estimation de la forme de la source (figure 7.6). Toutefois, la réponse des réflecteurs horizontaux, qui est parallèle à l'onde incidente P peut être intégrée dans le signal et par conséquent dans la source estimée.

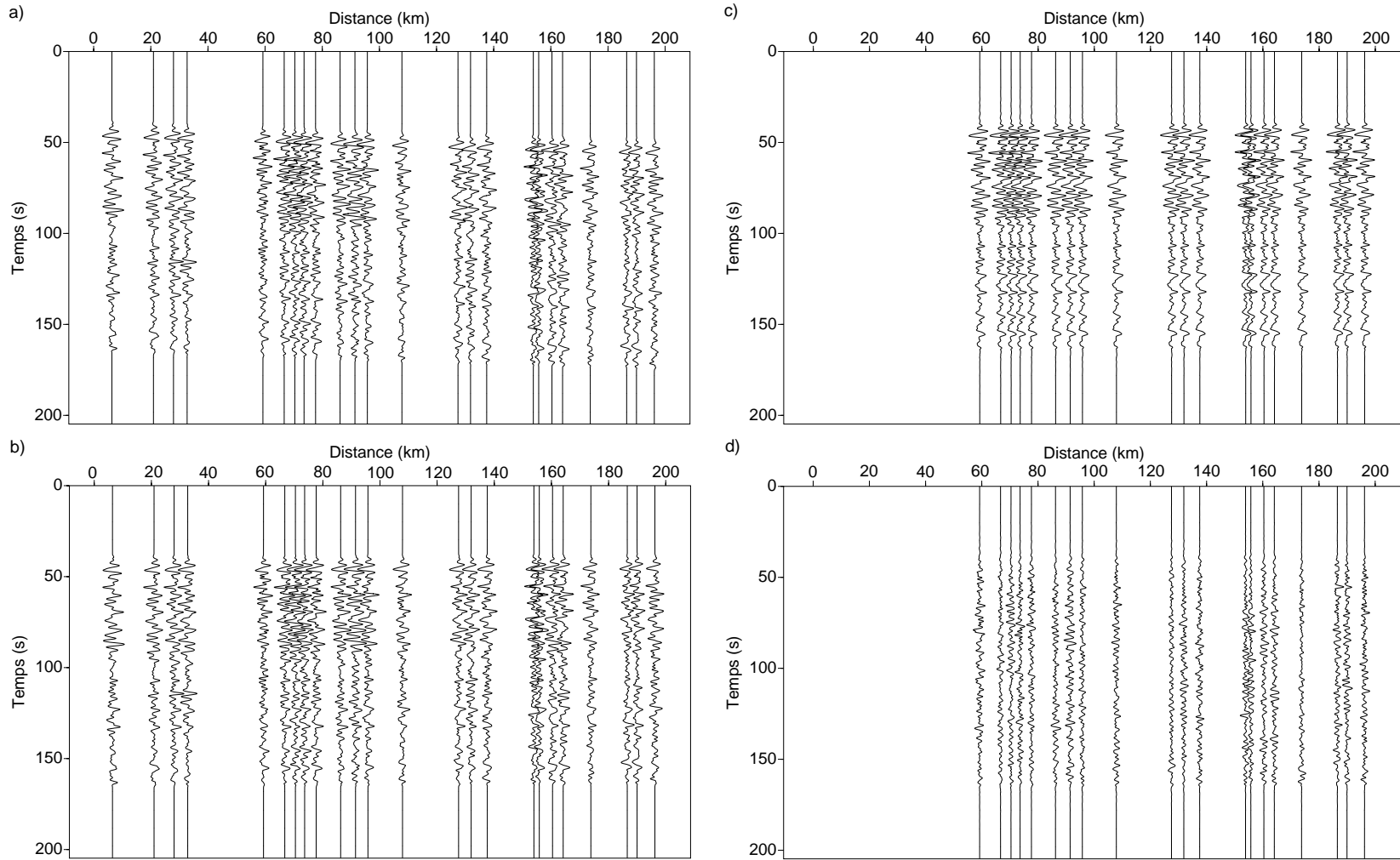


FIGURE 7.5 – Estimation de la source par cross-corrélation. (a) Données réelles présentées dans la figure 7.4d avec mise à zéro du signal 10 secondes avant la première arrivée et 100 secondes après la première arrivée. (b) Données réelles (a) après aplatissement de l’arrivée directe effectuée à partir des inter-corrélations entre traces voisines. (c,d) Résultats de la séparation des données réelles en un sous-domaine contenant le signal estimé (c) et un sous-domaine contenant le bruit (d).

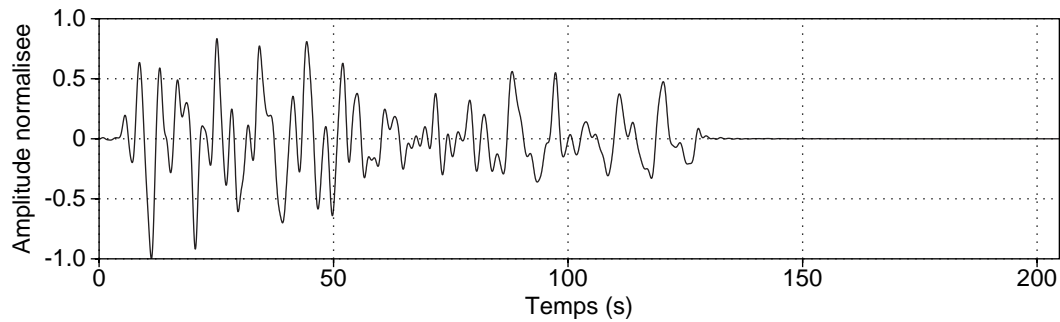


FIGURE 7.6 – Source estimée par cross-corrélation. La source est le résultat de la sommation des traces contenues dans le sous-domaine signal (figure 7.5c).

7.6.2 Estimation de la source par inversion linéaire

Dans le cadre de l'application d'une méthode d'inversion de forme d'onde à des données réelles, la signature de la source fait partie des inconnues. Cependant, afin de calculer les résidus, les données calculées doivent porter l'empreinte de cette source. Dans le cadre de l'exploration sismique, au cours d'une même campagne, la source est contrôlée et reste sensiblement la même au cours de différents tirs. Dans le cadre d'une configuration télésismique, connaître la signature de la source est critique puisqu'elle est propre à chaque évènement et est fonction de la localisation de l'hypocentre, du mécanisme au foyer, de la magnitude et de la durée de l'évènement. Pratt (1999) propose une estimation de la source en domaine fréquentiel, effectuée à chaque fréquence. Les champs d'ondes u étant reliés de manière linéaire à la source s , la signature de la source est traitée comme le résultat d'une inversion linéaire telle que :

$$s = \frac{d_{cal}(m) * d_{obs}}{d_{cal}(m) * d_{cal}(m)} \quad , \quad (7.7)$$

où s est un scalaire complexe de correction convolué aux données calculées $d_{cal}(m)$. Dans le cadre d'une configuration télésismique, cette estimation de la source est réalisée indépendamment pour chaque évènement. Une exemple d'estimation de la source par inversion linéaire est présenté sur la figure 7.7. Les données synthétiques ont été calculées dans un modèle de gradient de vitesse déjà présenté dans le chapitre 1 et qui sera détaillé plus tard. Cependant, cette méthode d'inversion linéaire suppose que le milieu est connu. Par conséquent, tout comme pour la méthode précédente, il y a un risque pour que la réponse des réflecteurs horizontaux soient attribués à la source et non milieu.

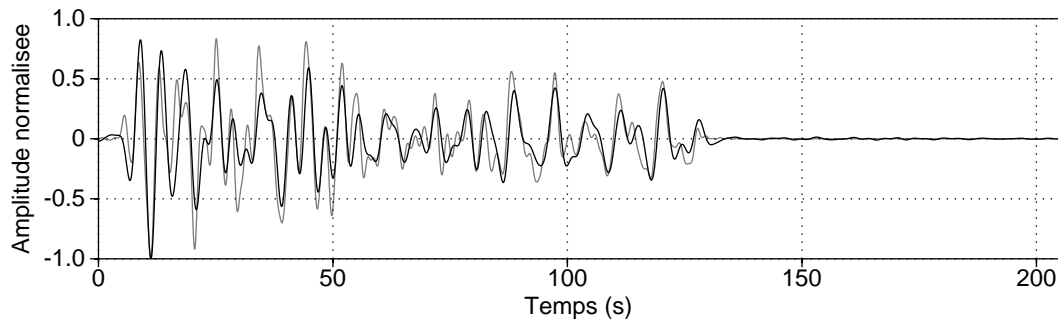


FIGURE 7.7 – Source estimée par inversion linéaire (ligne noire) comparée à la source estimée par cross-corrélation (ligne grise) présentée dans la figure 7.6.

7.7 Inversion des données réelles

7.7.1 Paramétrisation de l’inversion

Parmi les évènements sélectionnés selon les critères de distance épacentrale, magnitude et obliquité, tous ne présentent pas des rapports signal-bruit suffisamment bons pour être considérés dans l’inversion. En effet, nous avons pu constater, notamment sur les composantes horizontales, que le signal pouvait être pollué par du bruit au point de devenir indiscernable. Quatre évènements ont donc été finalement retenus pour réaliser l’inversion de forme d’onde. Ces évènements, ainsi que leurs angles d’incidence et d’obliquités propres, sont présentés dans le tableau 7.2 et sur les figures 7.8, 7.9, 7.10 et 7.11 .

n°	date	ϕ	θ
1	12/05/2005, 11h15	-25.01	21.05
2	04/08/2005, 10h27	-39.51	3.19
3	14/02/2007, 01h29	-38.55	0.34
4	06/04/2007, 05h54	-27.39	7.44

TABLE 7.2 – Liste des évènements sélectionnés pour l’inversion des formes d’ondes complètes présentant les angles d’incidence ϕ à 240 km de profondeur et l’obliquité θ .

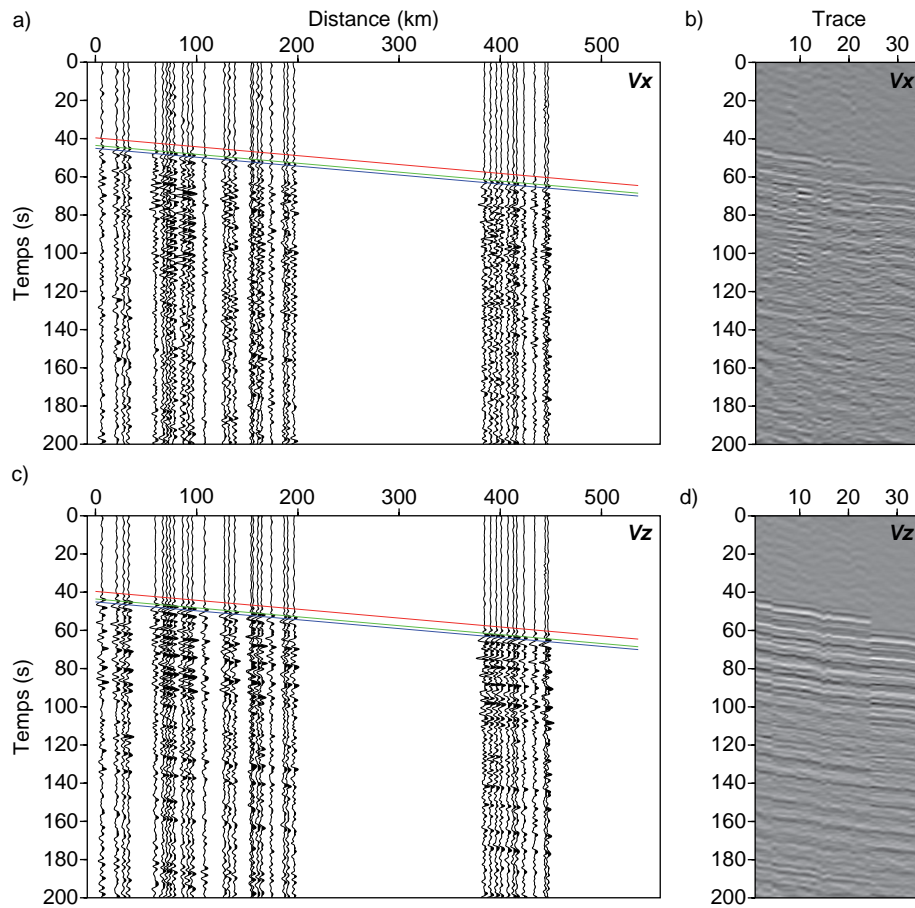


FIGURE 7.8 – Évènement du 12/05/2005. (a-b) Représentation des données enregistrées sur la composante horizontale (a) en fonction de la distance à la première station du réseau et (b) en *échelle de gris*. (c-d) Représentation des données enregistrées sur la composante verticale (c) en fonction de la distance à la première station du réseau et (d) en *échelle de gris*. Les temps d'arrivée théoriques des ondes P , pP et sP sont représentées sur les figures (a) et (c) sous forme de lignes rouges (P), vertes (pP) et bleues (sP).

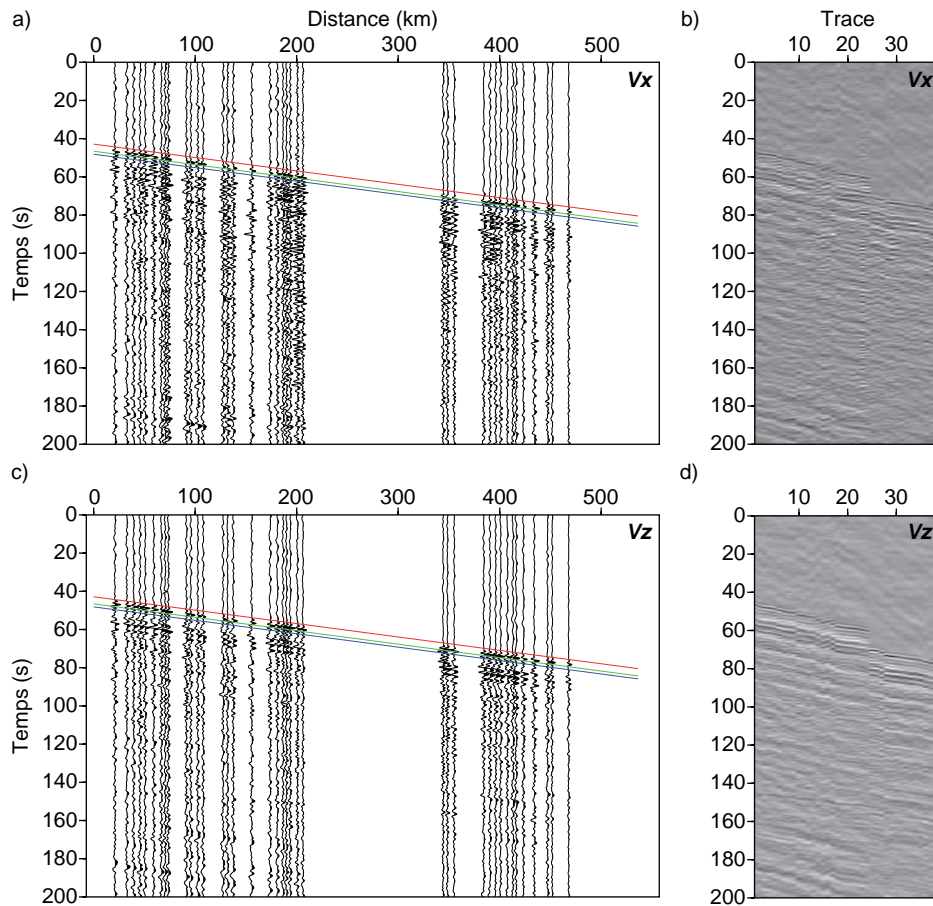


FIGURE 7.9 – Évènement du 04/08/2005. (a-b) Représentation des données enregistrées sur la composante horizontale (a) en fonction de la distance à la première station du réseau et (b) en *échelle de gris*. (c-d) Représentation des données enregistrées sur la composante verticale (c) en fonction de la distance à la première station du réseau et (d) en *échelle de gris*. Les temps d'arrivée théoriques des ondes P , pP et sP sont représentées sur les figures (a) et (c) sous forme de lignes rouges (P), vertes (pP) et bleues (sP).

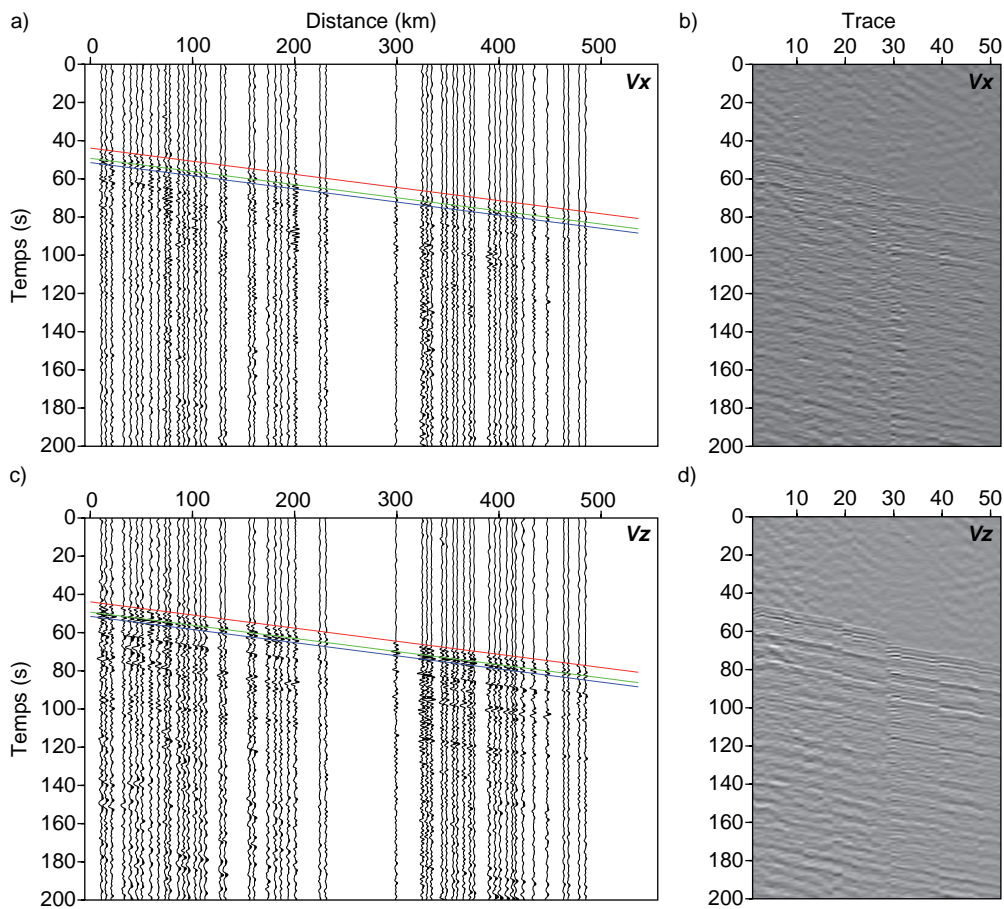


FIGURE 7.10 – Évènement du 14/02/2007. (a-b) Représentation des données enregistrées sur la composante horizontale (a) en fonction de la distance à la première station du réseau et (b) en *échelle de gris*. (c-d) Représentation des données enregistrées sur la composante verticale (c) en fonction de la distance à la première station du réseau et (d) en *échelle de gris*. Les temps d'arrivée théoriques des ondes P , pP et sP sont représentées sur les figures (a) et (c) sous forme de lignes rouges (P), vertes (pP) et bleues (sP).

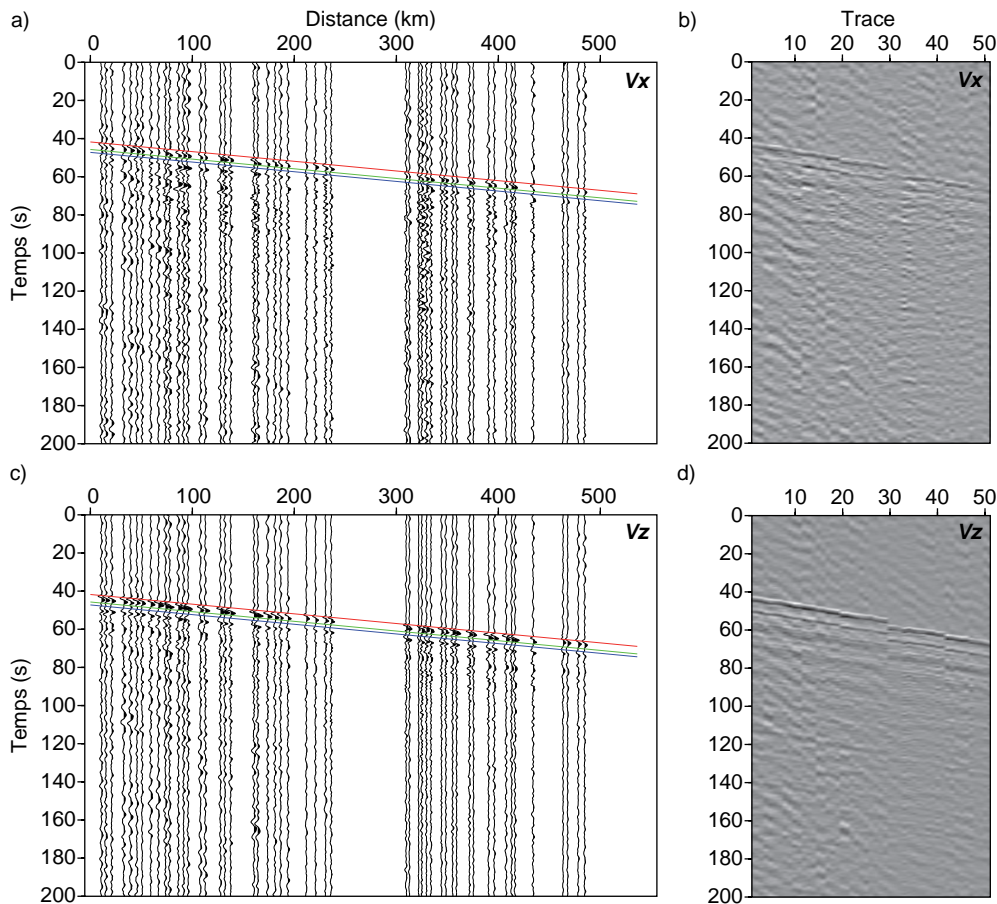


FIGURE 7.11 – Évènement du 06/04/2007. (a-b) Représentation des données enregistrées sur la composante horizontale (a) en fonction de la distance à la première station du réseau et (b) en *échelle de gris*. (c-d) Représentation des données enregistrées sur la composante verticale (c) en fonction de la distance à la première station du réseau et (d) en *échelle de gris*. Les temps d'arrivée théoriques des ondes P , pP et sP sont représentés sur les figures (a) et (c) sous forme de lignes rouges (P), vertes (pP) et bleues (sP).

Les quatre évènements retenus pour l'*inversion de formes d'ondes complètes* se propagent dans la gauche vers la droite du modèle, c'est à dire, du Sud vers le Nord par rapport au réseau. Nous avons montré dans le chapitre précédent qu'un éclairage latéral non-symétrique du milieu impactait la qualité du modèle reconstruit. En effet, dans ce cas, l'extrémité du panneau plongeant est mal reconstruit, à la fois pour le modèle de vitesse des ondes P et le modèle de vitesse des ondes S , et le contraste de vitesse entre la plaque chevauchante et la plaque océanique plongeante n'apparaît pas de manière nette sur le modèle de vitesse P . Nous sommes donc dans une configuration qui n'apparaît pas idéale en terme d'éclairage du milieu.

Le nombre de stations et leur localisation le long du profil, associées à chaque évènement entraîne un échantillonnage spatial extrêmement irrégulier du milieu. Nous pouvons no-

tamment noter des zones non couvertes à l’aplomb de la zone d’inflexion attendue du panneau plongeant sur les figures 7.8, 7.9, 7.10 et 7.11.

Étant donné les résultats obtenus dans la chapitre 5 sur l’analyse paramétrique de l’*inversion des formes d’ondes complètes* pour une configuration téléseismique, nous savons qu’il est possible de considérer un modèle initial simple pour l’inversion dans la mesure où les données réelles nous permettent d’avoir accès à des fréquences très basses permettant de reconstruire les grandes longueurs d’ondes du modèle. Malgré la configuration non idéale de l’inversion, nous nous affranchissons tout de même d’un modèle de départ issu de la tomographie et considérons un modèle mono-dimensionnel sous forme d’un gradient linéaire. Le fait de considérer un modèle sous forme de gradient linéaire plutôt qu’un modèle de Terre mono-dimensionnel permet de laisser le processus d’inversion replacer le réflecteur principal qu’est le *Moho continental*, et évite ainsi de guider l’inversion. De manière à ne pas s’éloigner d’un modèle de départ réaliste d’un point de vue des valeurs absolue et de la cinématique, les valeurs de vitesses de propagation des ondes en surface et à la base du modèle correspondent à celles du modèle de Terre *IASP91*. Ce modèle initial pour l’inversion est présenté dans la figure 7.12.

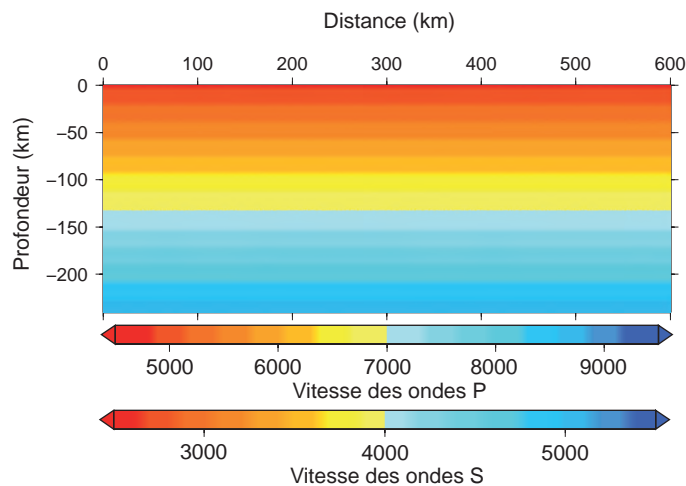


FIGURE 7.12 – Modèle de vitesse initial utilisé pour l’inversion des données réelles. Le modèle est un gradient linéaire construit à partir des valeurs des vitesses de propagation des ondes P et S du modèle de Terre 1D *IASP91* à $z = 0$ et $z = 240\text{km}$.

L’*inversion de formes d’ondes complètes* utilise 41 fréquences discrètes échantillonnant une bande passante en fréquence allant de 0.1 à 0.5 Hz. Ces fréquences ont été regroupées en quatre groupes de onze fréquences : [0.1;0.2], [0.2;0.3], [0.3;0.4] et [0.4;0.5] Hz. Pour chacun des groupes, 20 itérations ont été réalisées. Une estimation de la source par inversion linéaire est effectuée à pour chaque évènement à chaque itération. Les résultats de l’*inversion des formes d’ondes complètes* des données réelles sont présentés dans la section suivante.

7.7.2 Résultats de l'inversion de formes d'ondes

La figure 7.13 présente les modèles de vitesse des ondes P et S reconstruits à l'issue de l'inversion de chaque groupe de fréquences $[0.1;0.2]$, $[0.2;0.3]$, $[0.3;0.4]$ et $[0.4;0.5]$ Hz. Les localisations attendues de la base de la croûte chevauchante et du toit et de la base de la croûte océanique plongeante (Perez-Campos *et al.*, 2008; Husker & Davis, 2009) ont été superposés aux résultats d'inversion. La figure 7.14 présente des profils de vitesse des ondes P et S extrait du modèle final de l'inversion à 100 km, 200 km, 300 km, 400 km, et 500 km de distance.

Nous voyons sur ces résultats qu'à l'issue de l'inversion de chaque groupe de fréquences, le processus d'inversion tend à reconstruire progressivement des structures dont la géométrie correspond à celle de la croûte chevauchante et de la croûte océanique plongeante en subduction dont les contours sont superposés. Contrairement au modèle de vitesse des ondes P (figure 7.13g), le modèle de vitesse des ondes S (figure 7.13h) montre que le processus d'inversion a notamment permis la reconstruction d'une structure coïncidant avec la partie la plus pentée de la croûte océanique, après le point d'inflexion à 300 km de distance. La croûte océanique, qui possède des vitesses de propagation des ondes faibles comparativement à celles de la croûte chevauchante et du manteau, semble identifiable sur les profils de vitesses extraits à 100 et 200 km (figure 7.13). Le profil de vitesse des ondes S extrait à 300 km présente également une diminution de la vitesse importante entre 50 et 160 km de profondeur ce qui peut confirmer que la croûte océanique plongeante a bien été reconstruite. Cependant, la partie pentée de la croûte océanique en subduction n'a été reconstruite que jusqu'à une profondeur de 140 km. Ces observations sont toutefois cohérentes avec les résultats des inversions effectuées pour un modèle de subduction synthétique présentés dans le chapitre 6. En effet, les résultats correspondant à une configuration source-stations similaire, c'est à dire à un éclairage par la gauche du modèle (figure 6.11c et 6.11d), que les structures crustales sont mieux reconstruites dans la moitié gauche du modèle et que le panneau plongeant est moins bien reconstruit sur le modèle de vitesse des ondes P que sur celui des ondes S .

Cependant, les modèles reconstruits finaux présentent également des artefacts dispersés notamment dans le manteau. Parmi les plus importants, la structure de faible vitesse entre 150 et 250 km de distance qui apparaît parallèle à la croûte océanique en subduction. De plus, les profils de vitesses extraits de ces modèles ne permettent pas de confirmer de manière certaine l'identification des différentes structures. La section suivante tente d'établir, de manière qualitative, le niveau de confiance qu'il est possible d'accorder à ces résultats d'inversion des formes d'ondes complètes.

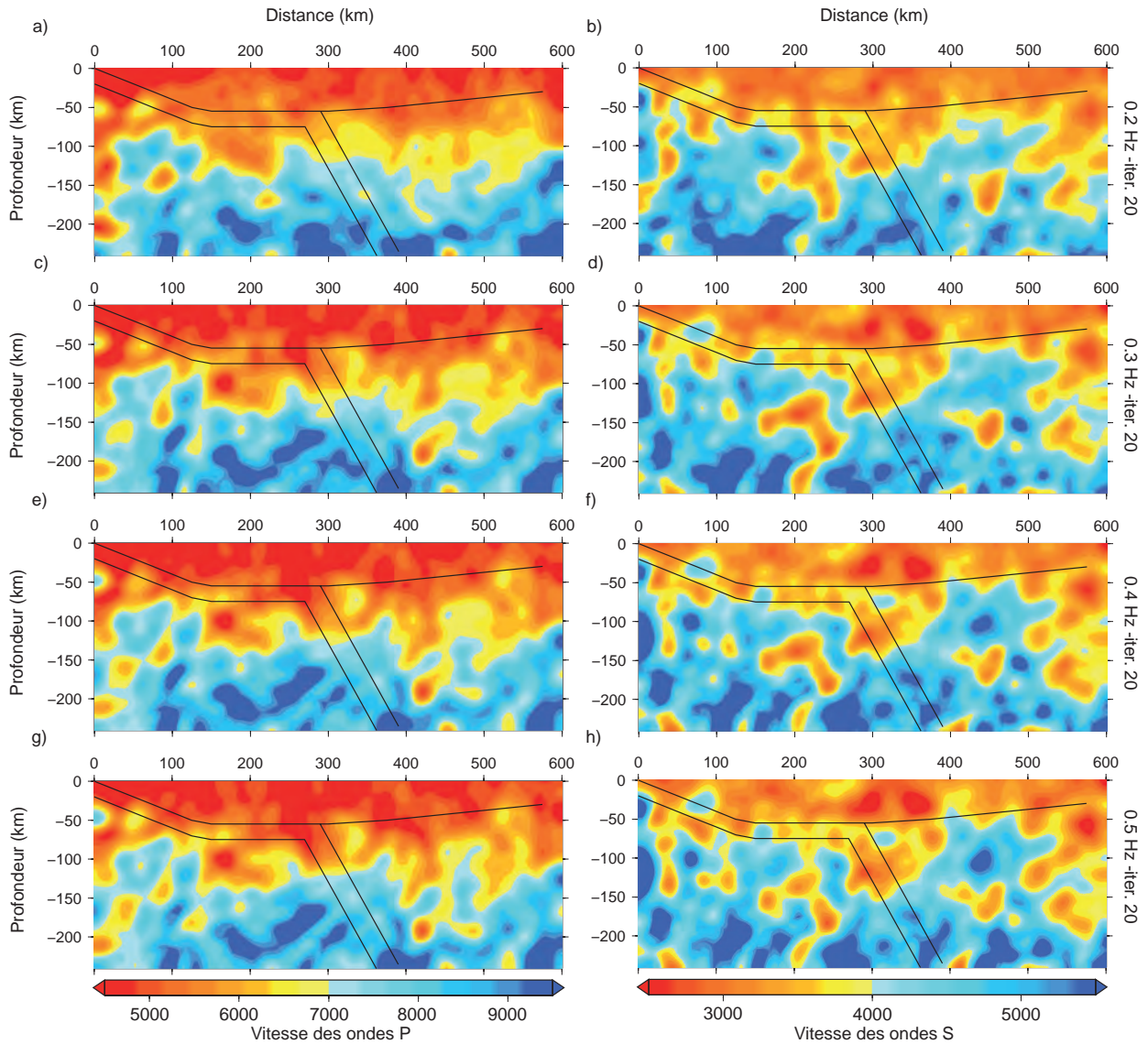


FIGURE 7.13 – Résultats de l’inversion de formes d’ondes de données réelles pour différentes fréquences. (a,b) Modèle de vitesse (a) des ondes P et (b) des ondes S après 0.2 Hz. (c,d) Modèles de vitesse (c) des ondes P et (d) des ondes S après 0.3 Hz. (e,f) Modèle de vitesse (e) des ondes P et (f) des ondes S après 0.4 Hz. Les lignes noires en surimpression correspondent à la localisation du *Moho continental* et du panneau plongeant d’après les résultats de Perez-Campos *et al.* (2008) et Husker & Davis (2009).

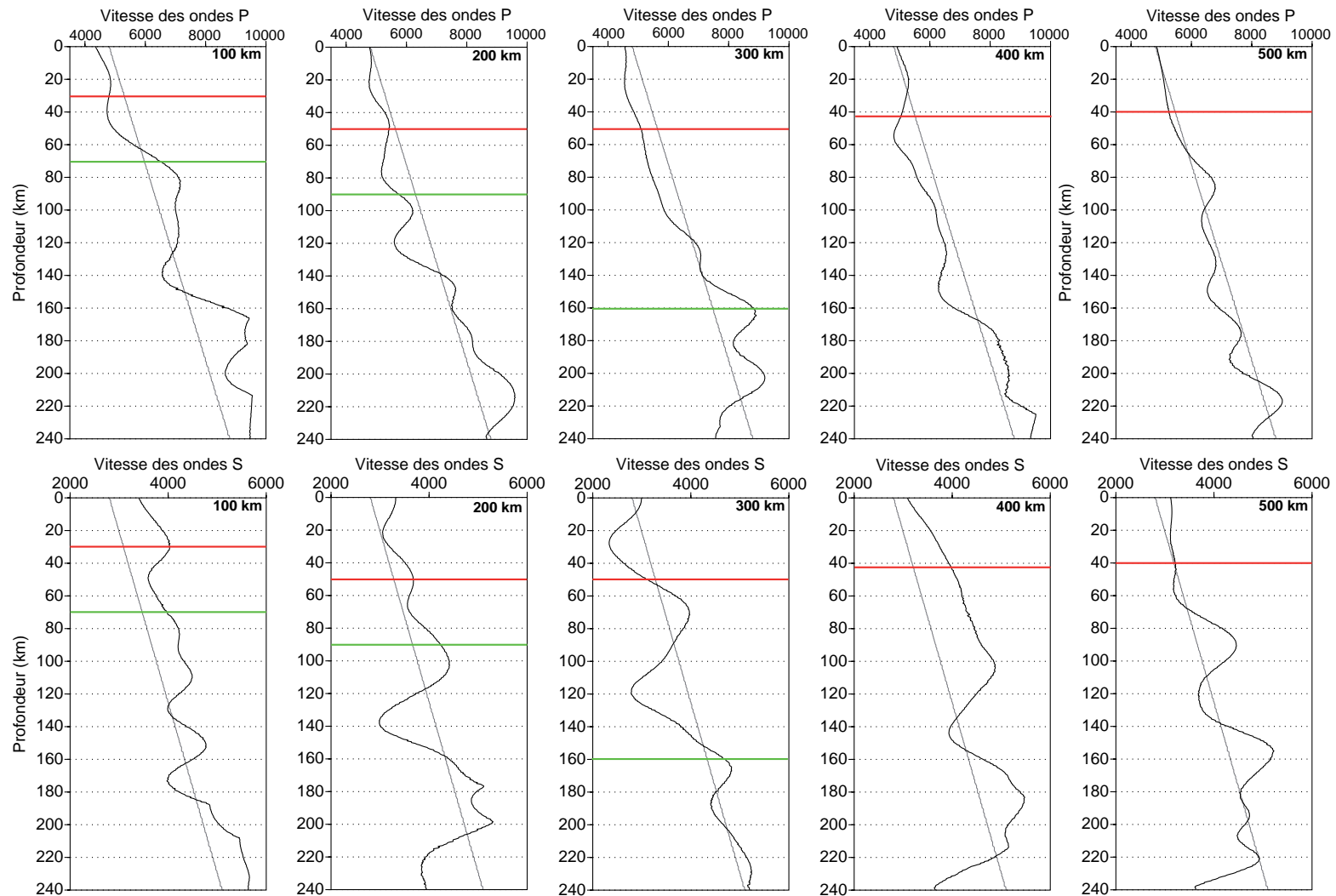


FIGURE 7.14 – Profils de vitesse des ondes P et S extrait du modèle final de l'inversion à 100 km, 200 km, 300 km, 400 km, et 500 km de distance. (Haut) Profils de vitesse des ondes P . (Bas) Profils de vitesse des ondes S . Les lignes rouges marquent la profondeur attendue du *Moho continental* et les lignes vertes la profondeur attendue de la base du panneau plongeant, d'après les résultats de Perez-Campos *et al.* (2008) et Husker & Davis (2009).

7.7.3 Contrôle qualité de l'inversion

La décroissance des fonctions coûts associés à chaque groupe de fréquences inversés est présenté sur la figure 7.15. En dehors du groupe de fréquence $[0.2; 0.3]$ Hz, les groupes de fréquences ont atteint un plateau au cours des dernières itérations après une décroissance de l'ordre de 40 à 60 pourcents. Ceci signifie que le processus d'inversion a atteint un maximum dans sa capacité à expliquer les données réelles contenues dans le groupe de fréquences. Cependant, dans le cadre de l'application à des données réelles, un processus d'inversion peut tendre vers une explication du bruit contenu dans les données plutôt que du signal, le palier atteint par la fonction coût ne signifie donc pas que le signal ait été expliqué. La figure 7.15 montre également que le taux décroissance des fonctions coût est plus faible à mesure que les groupes contiennent des fréquences plus élevées. La figure 7.16 présentant les *RMS* (*Root Mean Square*) calculés à la première et à la dernière itération entre les données observées et les données calculées pour chaque fréquence discrète confirme cette observation. En effet, nous voyons sur cette figure que la différence entre les *RMS* à la première et à la dernière itération diminuent à mesure que les fréquences augmentent. Ceci peut s'expliquer par l'augmentation de la non-linéarité du problème inverse à mesure que les fréquences considérées augmentent et par l'accumulation des erreurs au cours des itérations.

Le fait que les *RMS* aux dernières itérations restent élevés montre une incapacité du code à trouver un accord entre les données observées et les données calculées. Ceci peut être dû à un ou plusieurs des évènements télésismiques utilisés pour l'*inversion des formes d'ondes complètes*.

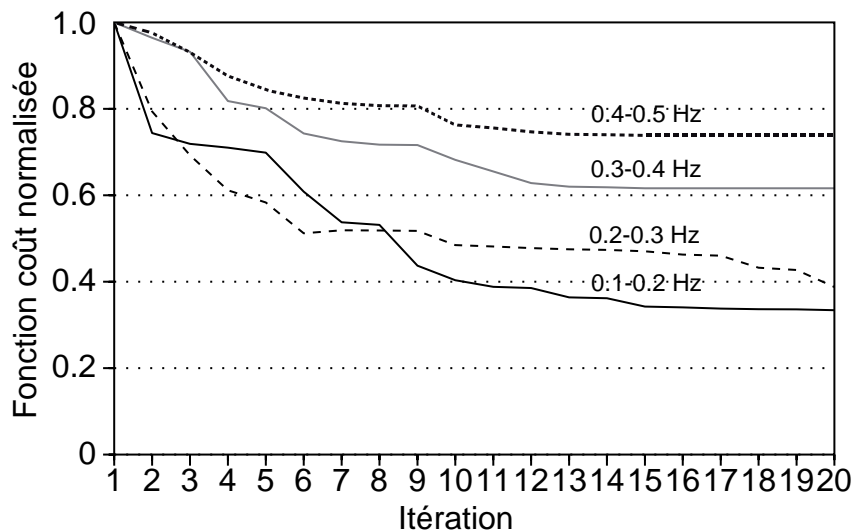


FIGURE 7.15 – Représentation de la décroissance de la fonction coût à 0.2, 0.3, 0.4 et 0.5 Hz. Chaque fonction a été normalisée par sa valeur maximum (valeur à la première itération).

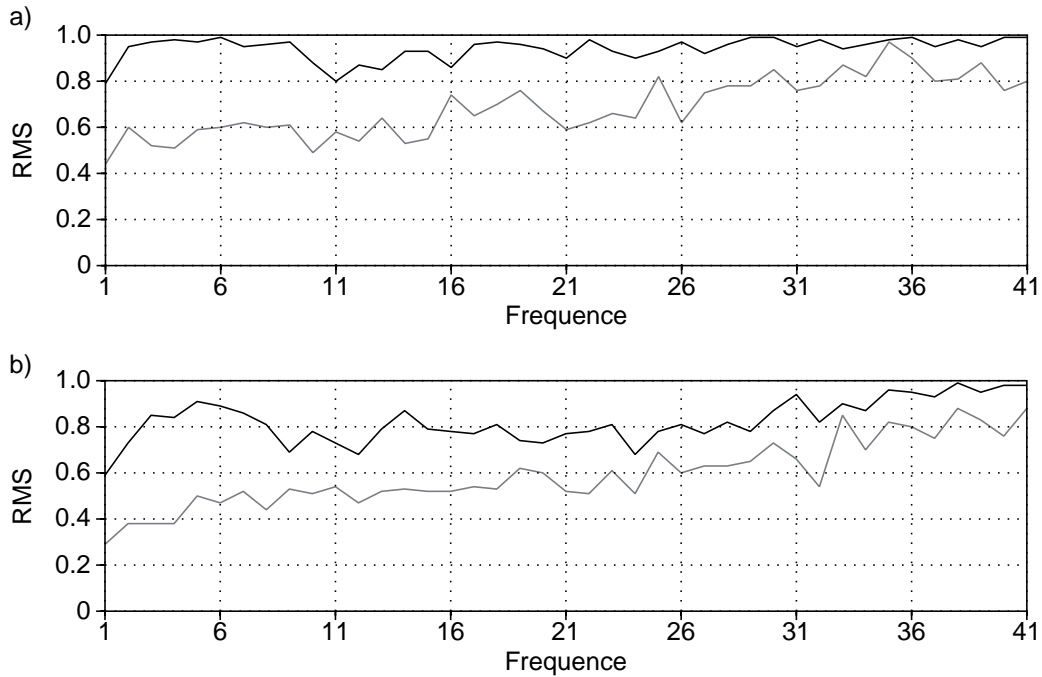


FIGURE 7.16 – Représentation de la RMS (Root Mean Square) pour chaque fréquence discrète entre les données observées et les données calculées à la première itération (courbes noires) et dernière itération (courbes grises). La RMS est calculée à chaque fréquence pour la totalité des traces. (a) RMS pour la composante horizontale. (b) RMS pour la composante verticale.

L'accord entre les données observées et les données calculées à la première et dernière itérations à 0.2, 0.3, 0.4 et 0.5 Hz est présenté sur la figure 7.17 pour la composante horizontale (V_x) et sur la figure 7.18 pour la composante verticale (V_z). Pour ces deux composantes, nous observons que l'accord entre les données observées et les données calculées à la dernière itération est correct pour les fréquences 0.1 et 0.2 Hz. Cependant, l'accord entre les données apparaît beaucoup moins bon pour l'évènement 3 à 0.3 Hz, les évènements 1 et 4 à 0.4 Hz et les évènements 1, 2 et 4 à 0.5 Hz (fréquence finale). En classant, les évènements de manière décroissante en fonction de la capacité à reconstruire les données observées à chaque fréquence, nous pouvons constater que l'évènement le mieux reconstruit est l'évènement 3. Cet évènement est caractérisé par sa faible magnitude (la plus faible des quatre évènements), mais également l'obliquité la plus faible. Les évènements 1 et 4, qui sont les moins bien expliqués au cours de l'inversion correspondent aux deux plus fortes obliquités des 4 évènements utilisés. Il semble donc qu'il existe une corrélation entre l'obliquité de l'onde et la capacité de l'algorithme à expliquer les données aux plus hautes fréquences.

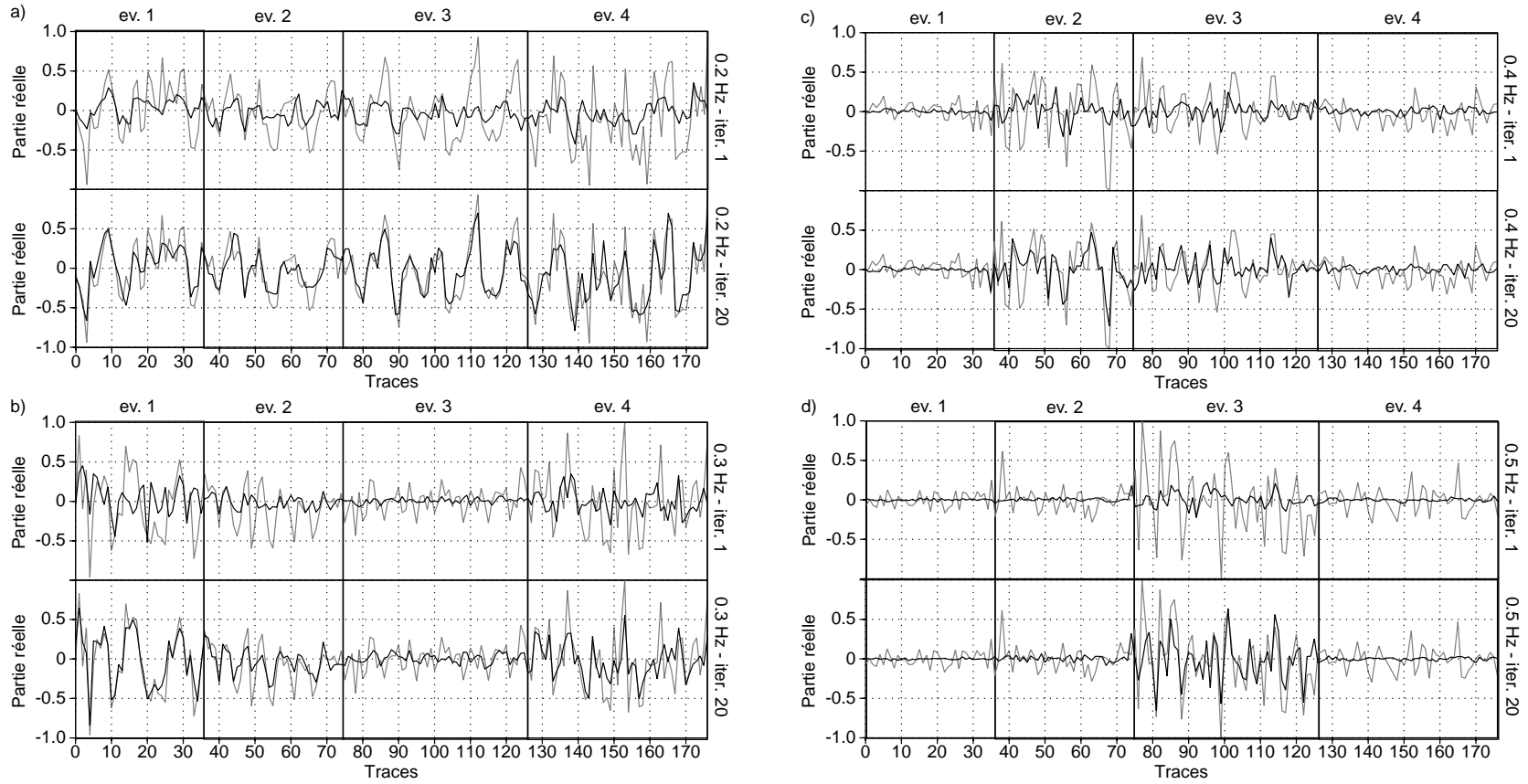


FIGURE 7.17 – Comparaison entre la partie réelle des données observées (courbes grises) et la partie réelle des données calculées (courbes noires) sur la composante horizontale pour les 177 traces à différentes fréquences à la première et à la dernière itération. (a) 0.2 Hz, (b) 0.3 Hz et (c) 0.4 Hz.

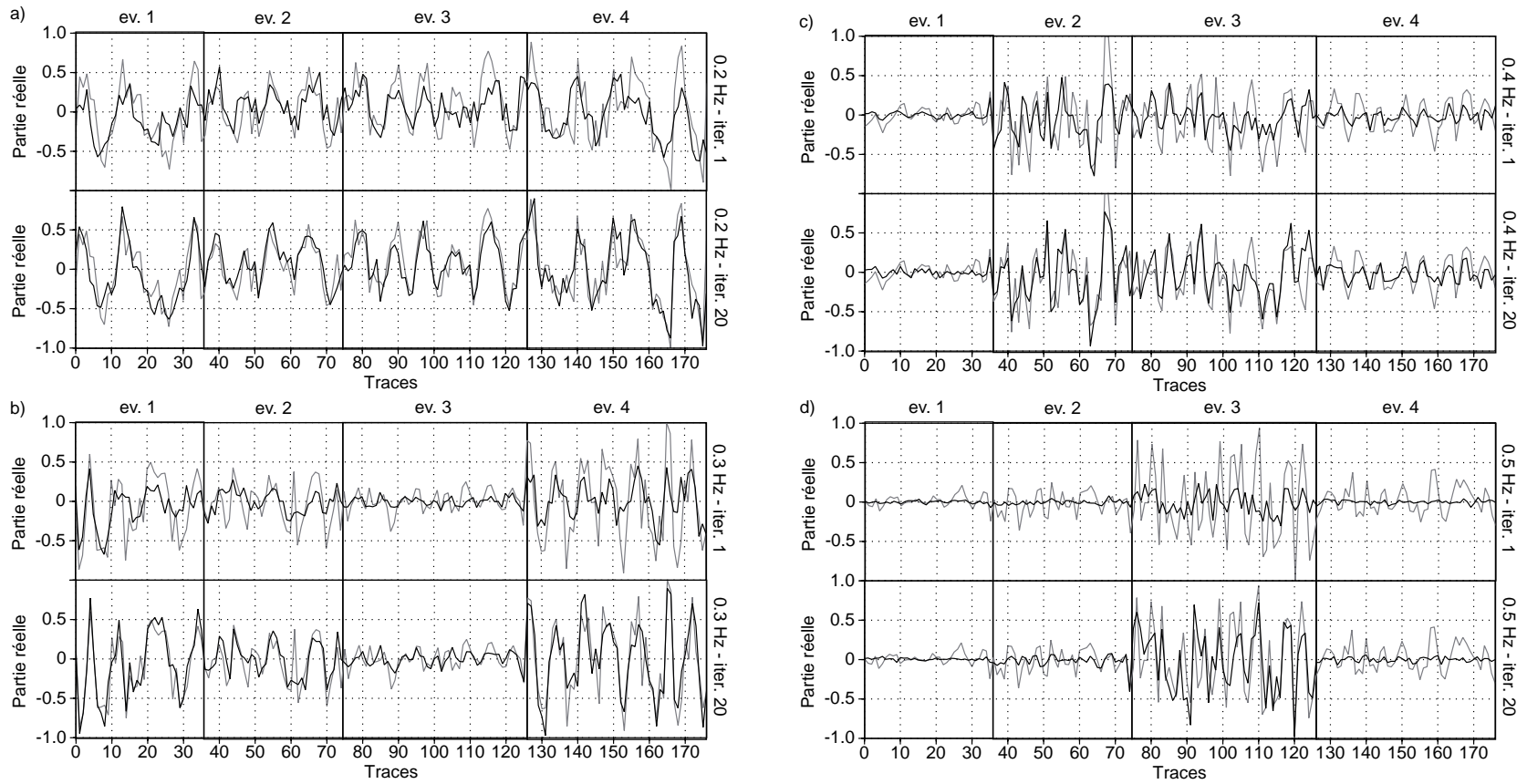


FIGURE 7.18 – Comparaison entre la partie réelle des données observées (courbes grises) et la partie réelle des données calculées (courbes noires) sur la composante verticale pour les 177 traces à différentes fréquences à la première et à la dernière itération. (a) 0.2 Hz, (b) 0.3 Hz et (c) 0.4 Hz.

Les figures 7.19, 7.20, 7.21 et 7.22 présentent les données réelles, les résidus avec les données calculées dans le modèle initial, les résidus avec les données calculées dans le modèle final et les estimations de signature de la source correspondantes pour chaque évènement utilisé. Les données sont calculées avec une source Dirac et sont ensuite convoluée par la source estimée afin de pouvoir calculer les résidus en temps par rapport aux données réelles. Ces résultats montrent que les résidus n'ont quasiment pas diminué entre le modèle initial et le modèle final, ce qui paraît cohérent avec les difficultés de l'algorithme à expliquer les données en fréquence comme il a été montré précédemment.

Dans le cadre de l'exploration sismique, la signature de la source active vraie étant proche d'une impulsion, la focalisation de la signature estimée de la source vers une impulsion permet de qualifier la précision des modèles reconstruit (Prioux *et al.*, 2011). Cependant, nous savons montré que dans le cadre de données télésismiques, la signature estimée de la source peut absorber des effets liés aux structures horizontales qui génèrent des fronts d'ondes parallèles à l'onde P incidente. Les sources estimées par inversion linéaire à partir des données calculées dans le modèle initial et le modèle final (figures 7.19 à 7.22), présentent des différences importantes de formes et d'amplitudes ce qui indique une différence remarquable en terme de dynamique et de cinématique entre les deux modèles initiaux et finaux. Nous pouvons donc supposer qu'en exploitant la redondance, le processus d'inversion a permis de focaliser dans le milieu une partie des résidus liés à ces structures plutôt que dans la source. Ce processus de transfert des évènements diffractés de la source vers le milieu permet donc la reconstruction de structures en ne modifiant pas ou peu les résidus en temps.

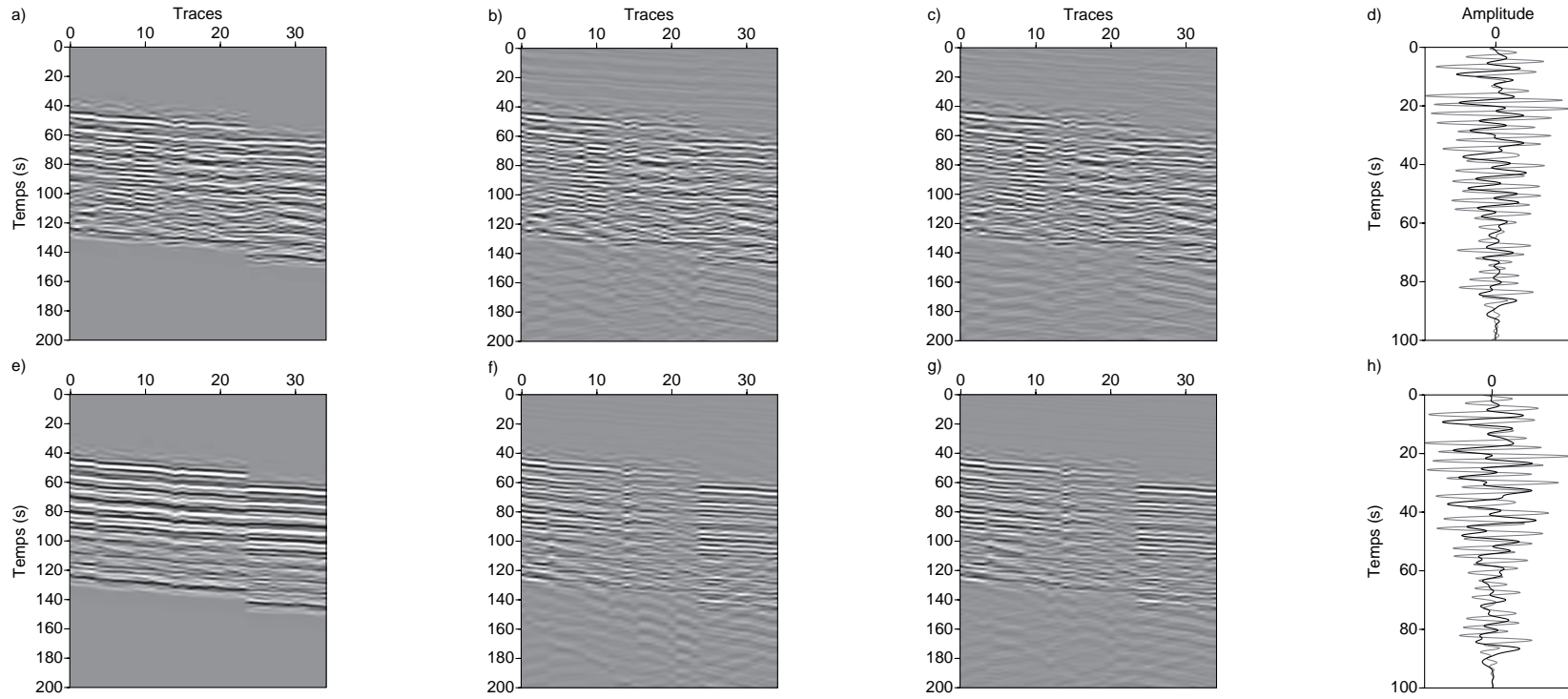


FIGURE 7.19 – Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 1 dans les modèles initiaux et finaux. (a,e) Données réelles pour les composantes (a) horizontale et (e) verticale. (b,f) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (b) horizontale et (f) verticale. (c,g) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (c) horizontale et (g) verticale. (d,h) Sources estimées dans le modèle initial (courbe grise) et final (courbe noire) pour le composante (d) horizontale et (h) verticale.

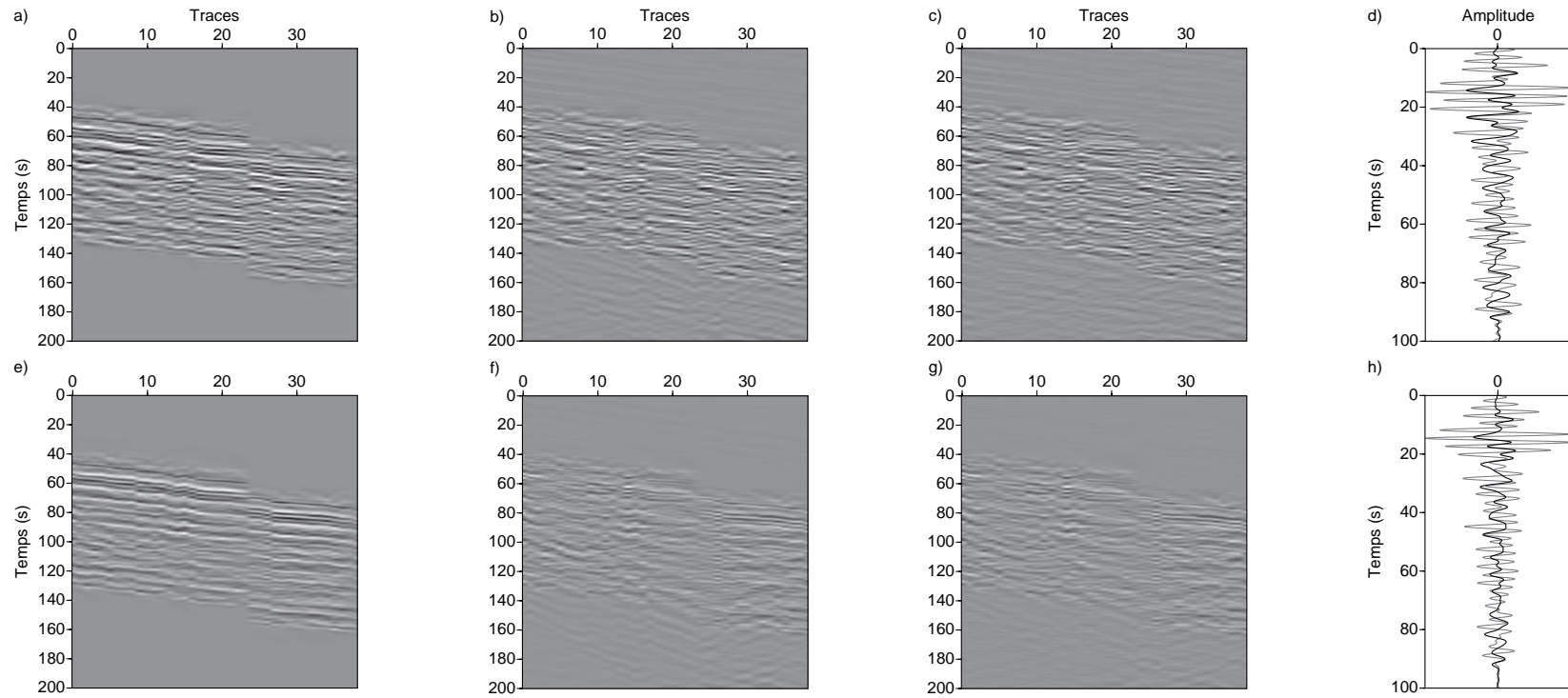


FIGURE 7.20 – Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 2 dans les modèles initiaux et finaux. (a,e) Données réelles pour les composantes (a) horizontale et (e) verticale. (b,f) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (b) horizontale et (f) verticale. (c,g) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (c) horizontale et (g) verticale. (d,h) Sources estimées dans le modèle initial (courbe grise) et final (courbe noire) pour le composante (d) horizontale et (h) verticale.

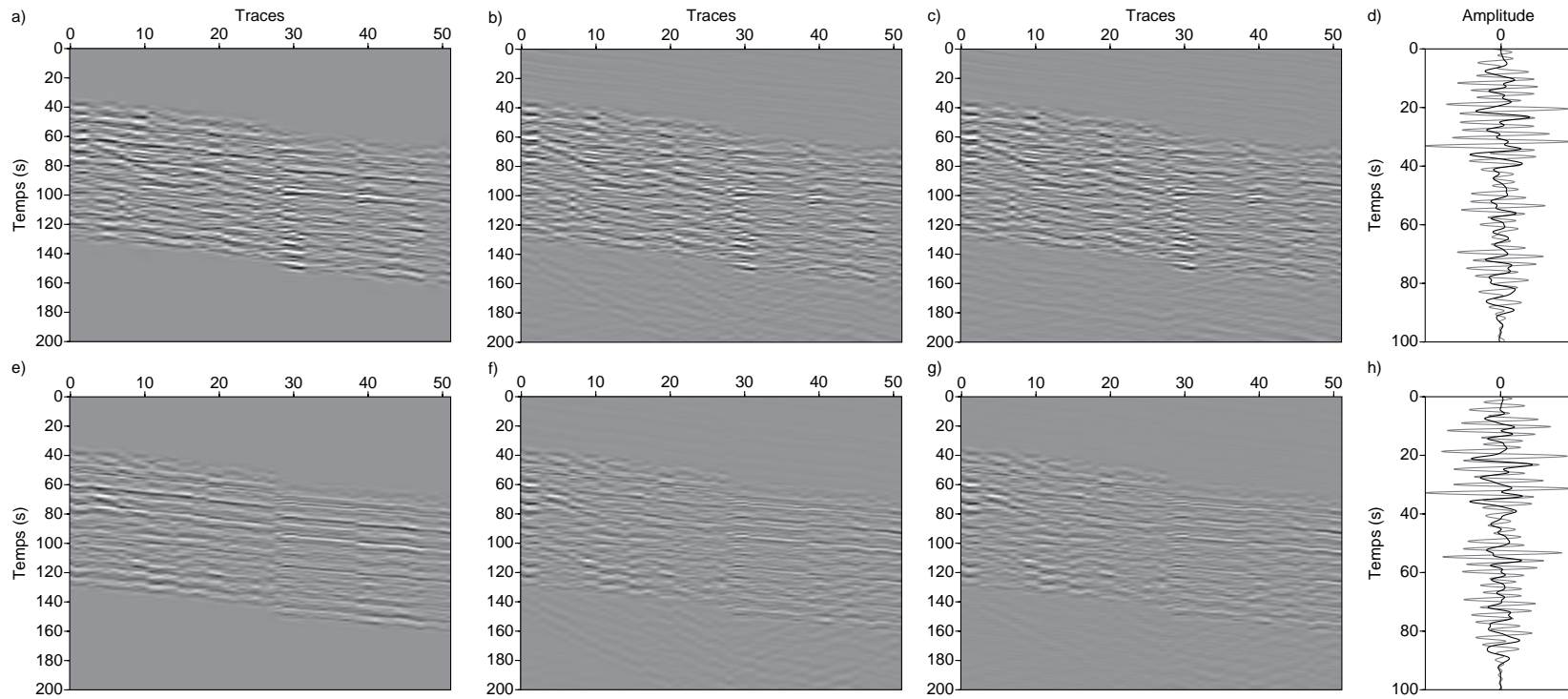


FIGURE 7.21 – Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 3 dans les modèles initiaux et finaux. (a,e) Données réelles pour les composantes (a) horizontale et (e) verticale. (b,f) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (b) horizontale et (f) verticale. (c,g) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (c) horizontale et (g) verticale. (d,h) Sources estimées dans le modèle initial (courbe grise) et final (courbe noire) pour le composante (d) horizontale et (h) verticale.

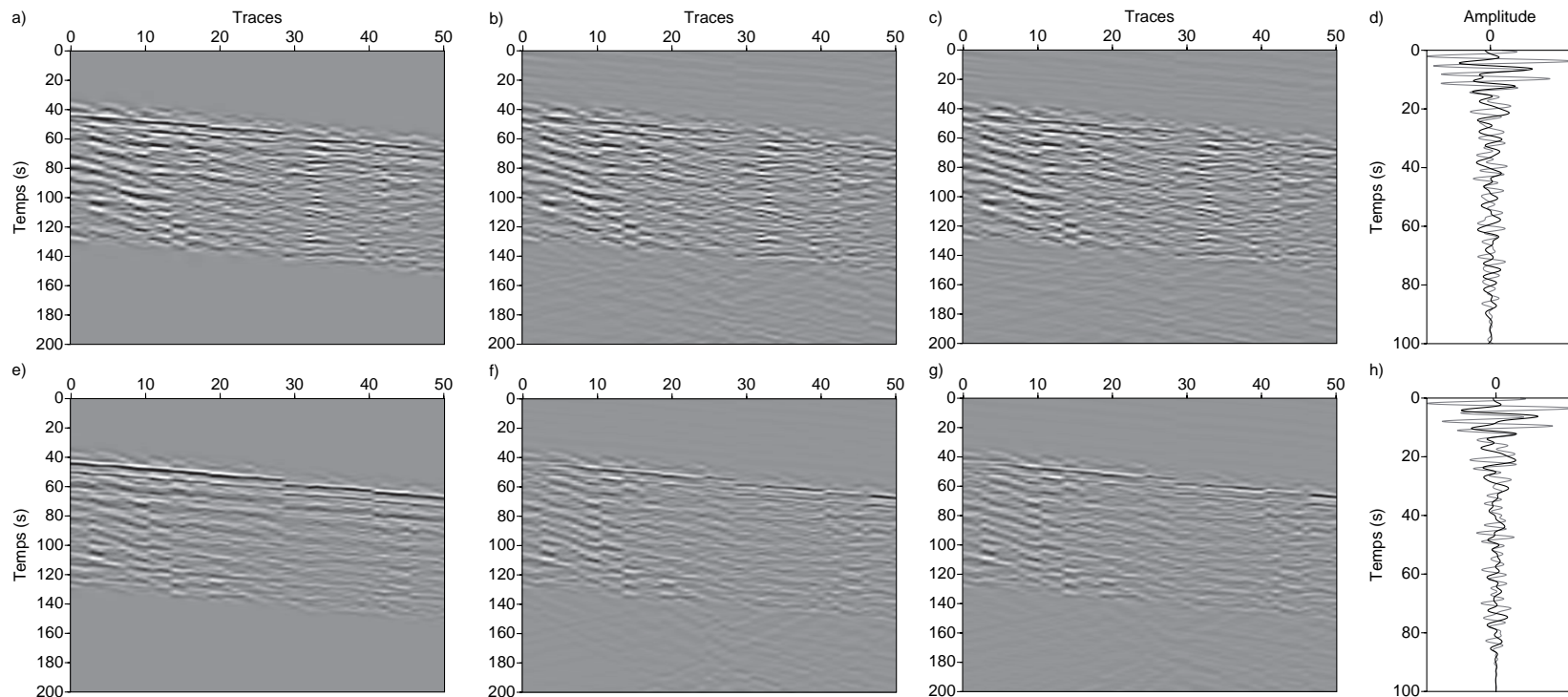


FIGURE 7.22 – Estimation de la source par inversion linéaire et calcul des résidus pour l'évènement 4 dans les modèles initiaux et finaux. (a,e) Données réelles pour les composantes (a) horizontale et (e) verticale. (b,f) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (b) horizontale et (f) verticale. (c,g) Résidus obtenus dans le modèle initial pour les composantes (c) horizontale et (g) verticale. (d,h) Sources estimées dans le modèle initial (courbe grise) et final (courbe noire) pour le composante (d) horizontale et (h) verticale.

La figure 7.23 présente des sismogrammes synthétiques calculés pour chaque évènement dans le modèle de vitesse reconstruit pour une ligne de récepteurs denses (301 récepteurs espacés de 2km). Ces sismogrammes ne semblent présenter aucune des différentes phases identifiées sur les sismogrammes calculés avec le modèle synthétique de subduction présenté dans le chapitre précédent. Les principales phases remarquables sont liées à certaines des perturbations fortes dans le modèle de vitesse et indiquées sur la figure 7.23a. Les profils de vitesses présentés sur la figure 7.14 ne présentent aucun contraste fort de vitesse permettant d'identifier la séparation entre deux structures. Ceci peut expliquer l'absence de phases liées au *Moho* et au panneau plongeant des les sismogrammes synthétiques de la figure 7.23.

7.7.4 Conclusion

La première tentative d'*inversion des formes d'ondes complètes* a été réalisée à partir de quatre évènements téléseismiques. Cependant, même si il semble que certaines perturbations reconstruites par le processus d'inversion sont repliables à certaines structures du système de subduction de la plaque Cocos, il existe de nombreux artefacts dans les modèles reconstruits et le contrôle qualité de l'inversion ne permet pas de conclure de manière positive sur cette première application. En effet, il apparaît que l'algorithme n'a pas permis de reconstruire un modèle de vitesse permettant d'expliquer les données aux fréquences les plus hautes pour toutes les sources. De plus, il apparaît que les données sont moins bien expliquées au fur et à mesure que l'obliquité augmente. Le calcul d'un modèle de vitesse apparente afin de prendre en compte les effets de l'obliquité n'est peut être pas valide ou peut être qu'une étape de correction d'obliquité a été négligée lors de la réflexion.

Le rapport signal sur bruit faible des données, la bande passante en fréquence limitée (0.1 à 0.5 Hz), la très faible quantité d'évènements utilisables et la couverture discontinue du milieu par le réseau sismologique peuvent également être responsable de l'échec constaté pour ce premier essai d'*inversion des formes d'ondes complètes* de données téléseismiques. Cependant, il est nécessaire de revoir le protocole de prétraitement des données qui apparaît beaucoup trop sommaire, notamment en ce qui concerne l'atténuation du bruit. L'absence de redondance liée aux faibles nombres d'évènements sélectionnés peut être levée par une évolution naturelle de la méthode vers le *3D* qui permettra de supprimer le critère de sélection sur la valeur des back-azimuth.

Pour conclure, je propose une interprétation des structures visibles dans le modèle de vitesse des ondes *S* reconstruit par inversion des formes d'ondes complètes des données téléseismiques enregistrées par le réseau *MASE*. La figure 7.24 présente le modèle final de vitesse des ondes *S* reconstruit par inversion des formes d'ondes complètes sur lequel ont été superposés les contours de la plaque chevauchante et de la croûte océanique plongeante issus des résultats de fonctions récepteurs obtenus par Perez-Campos *et al.* (2008). Un profil topographique avec la localisation des villes Acapulco, Mexico et Tampico, et la localisation de la TMVB a également été positionné au dessus de ce modèle. Un bon accord est visible entre les structures reconstruites et les contours des deux principales

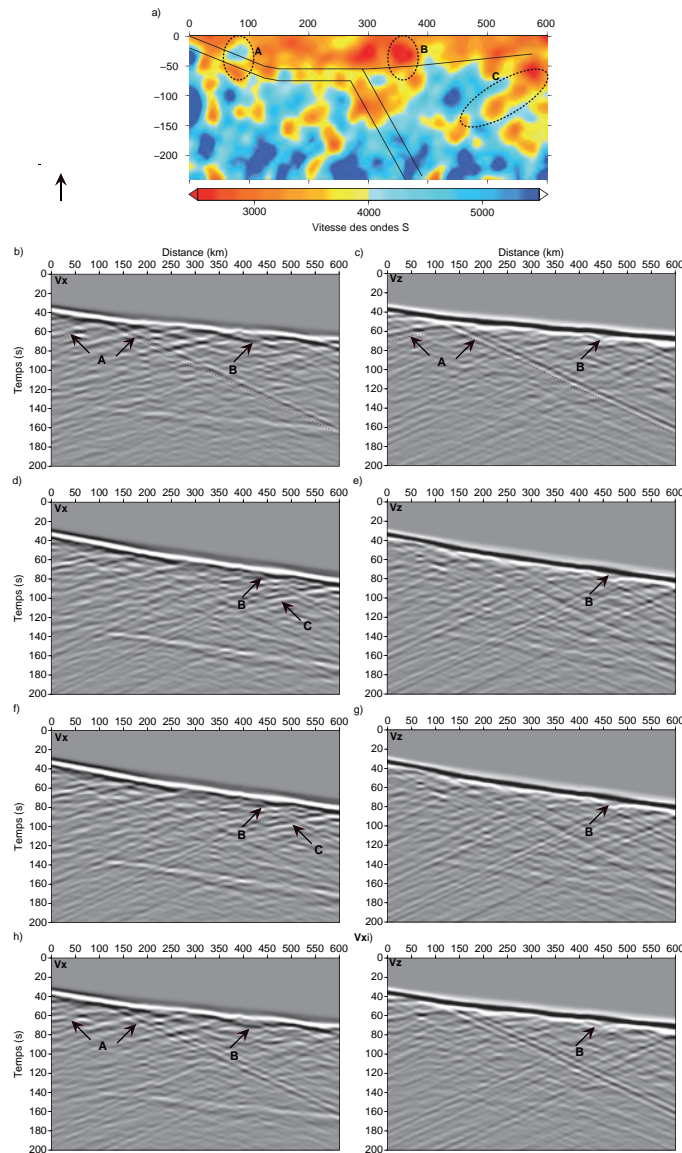


FIGURE 7.23 – Sismogrammes synthétiques calculés dans le modèle reconstruit pour chaque évènement. (a) Modèle de vitesse des ondes S reconstruit à l'issue du processus d'inversion. **A**, **B** et **C** correspondent à des perturbations de vitesse générant des phases identifiables sur les sismogrammes synthétiques. (b,c) Sismogramme synthétique calculé dans le modèle de vitesse reconstruit correspondant au premier évènement pour la composante horizontale (b) et la composante verticale (c). (d,e) Identique à (c,d) pour le deuxième évènement. (f,g) identique à (c,d) pour le troisième évènement. (h,i) Identique à (c,d) pour le quatrième évènement.

structures de la zone, notamment dans la moitié Sud de la zone. De plus, il semble que le processus d'inversion ait permis de reconstruire le partie supérieure de la zone pen-tée de la subduction. Cependant d'autres structures importantes semblent visibles. La

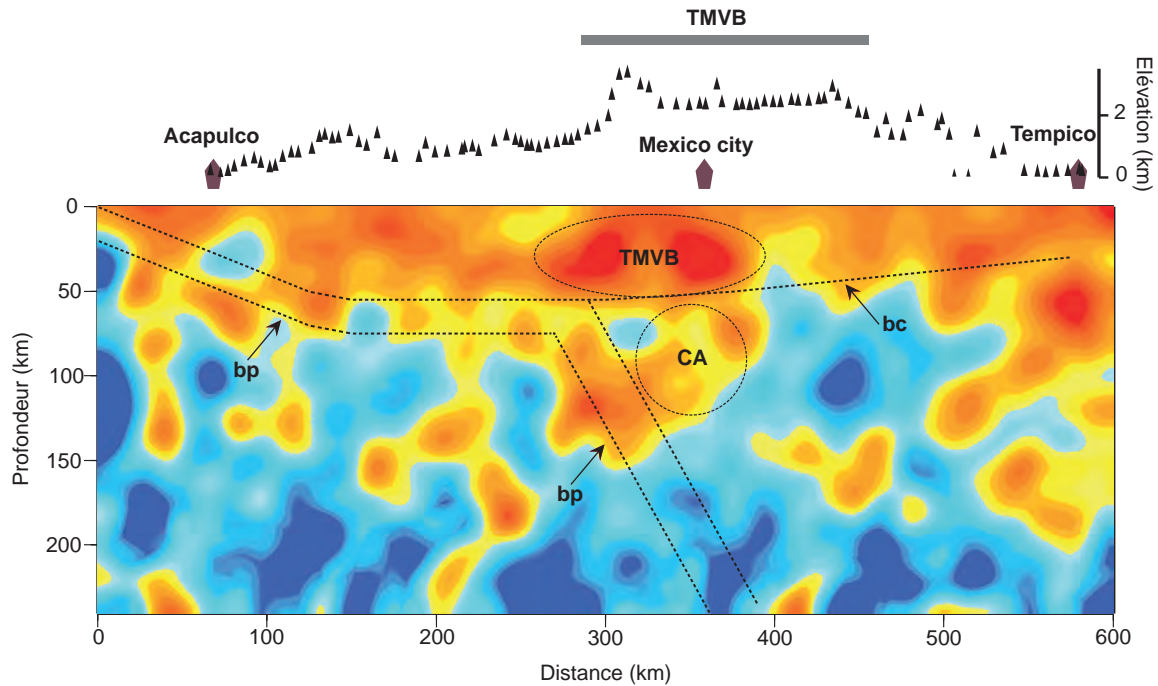


FIGURE 7.24 – Interprétation du résultat de l’inversion des formes d’ondes complètes appliquée aux données télésismiques enregistrées par le réseau *MASE*. **TMVB** : Trans-Mexican Volcanic Belt ; **CA** : coin asthénosphérique ; **bc** : base de la plaque chevauchante ; **bp** : base de la croûte océanique plongeante.

plaque chevauchante présente une inclusion possédant des vitesses très basses entre 300 et 400 km de distance. Cette inclusion correspond à la localisation de la TMVB sur le profil topographique et dont l’empreinte a également été identifiée par la méthode des fonctions récepteurs par Perez-Campos *et al.* (2008) (figure 5.6). Enfin, compte tenu de la localisation de la partie pentée de la subduction, la structure reliant le panneau plongeant à la base de la plaque chevauchante, entre 325 et 375 km de distance, pourrait être l’empreinte du coin asthénosphérique identifié par Husker & Davis (2009) (figure 5.7) et par Iglesias *et al.* (2010) (figure 5.10).

Ainsi, même si le contrôle qualité ne permet pas de conclure sur la réussite ou l’échec de l’inversion des formes d’ondes complètes, il semble que les principales structures de la zone de subduction aient pu être reconstruites au moins partiellement.

Chapitre 8

Conclusion

Sommaire

8.1	Méthodes	233
8.2	Analyse paramétrique	234
8.3	Application à des données réelles	235
8.4	Perspectives	236

Le sujet de la thèse s’inscrit dans un mouvement récent lié à la conception de réseaux sismologiques de plus en plus denses et permettant de faire évoluer l’imagerie lithosphérique vers des méthodes de tomographie haute résolution développées initialement dans le cadre de l’exploration sismique pétrolière. Bostock *et al.* (2001), Shragge *et al.* (2001) et Rondanay *et al.* (2001) font partis des pionniers de ce mouvement en ayant adapté la méthode de *migration rai+Born* aux configurations téléseismique et en l’ayant appliquée aux données réelles téléseismiques du projet *CASC93 (IRIS-PASSCAL/Earthscope/U.S.Array)*.

Durant ce travail de thèse, j’ai adapté un algorithme d’*inversion de formes d’ondes complètes*, conçu pour l’exploration sismique, aux configurations téléseismiques. Cette adaptation m’a amené à intégrer les sources planes, l’approche en champ diffracté et l’obliquité de ces ondes à l’algorithme original, à la fois pour le problème direct et le problème inverse.

8.1 Méthodes

Dans la première partie, j’ai traité du problème direct et du problème inverse de l’*inversion de formes d’ondes complètes* ainsi que de son adaptation aux configurations téléseismiques.

Dans le **chapitre 1**, j’ai présenté les équations de l’élastodynamique linéaire permettant de décrire la propagation des ondes dans un milieu élastique. J’ai ensuite introduit les approximations courantes de l’imagerie sismique et sismologique (milieu acoustique à deux dimensions, milieu élastique à deux dimensions, milieu isotrope), et présenté différentes

méthodes de discrétisation pour la modélisation numérique de la propagation des ondes sismiques.

Dans le **chapitre 2**, j'ai présenté l'adaptation du problème direct aux configuration télé-sismiques. La source plane est calculée analytiquement dans un milieu de référence constant. Le champ diffracté par cette source dans le milieu est obtenu par l'utilisation de l'approche en champ diffracté (Taflove & Hagness, 2005), et le champ total est finalement obtenu par sommation du champ analytique calculé dans le modèle de référence et du champ diffracté. Ce chapitre a également permis d'introduire la notion d'obliquité de la source plane et sa prise en compte dans un plan vertical au réseau de stations. La prise ne compte de l'obliquité passe par le calcul d'un modèle de vitesse apparent dépendant de l'angle d'incidence et du back-azimuth de chaque évènement. Cependant, cette approximation oblige à ce limiter un intervalle de back-azimuth réduit (± 40 degrés dans ce travail).

Dans le **chapitre 3**, j'ai présenté le problème inverse, les différentes méthodes de résolution disponibles et une analyse de résolution ramené aux configurations télé-sismiques.

8.2 Analyse paramétrique

Dans cette partie, j'ai présenté une analyse paramétrique de l'*inversion de formes d'ondes complètes* adaptée aux configurations télé-sismiques. Dans cette étude, nous avons discuté de la faisabilité et de l'efficacité de l'adaptation de l'*inversion de formes d'ondes complètes* à l'imagerie lithosphérique télé-sismique à travers une série de tests sur un modèle de vitesse synthétique complexe.

Nous avons tout d'abord mis en avant l'importance de la prise en compte de la surface libre dans le cadre d'une configuration télé-sismique. En effet, la surface libre agit comme une source secondaire à la surface. La double illumination, onde incidente-ondes réfléchies à la surface libre, permet d'améliorer de manière critique la qualité des modèles reconstruits par le processus d'inversion. La résolution de la méthode, en théorie de l'ordre de la longueur d'onde, surpasse celles des méthodes classiques telles que la tomographie des temps d'arrivée.

Nous avons montré que l'efficacité de la décimation en fréquence, utilisée dans le cadre de l'exploration sismique grand-angle, n'est pas applicable dans le cadre d'une configuration télé-sismique. Le nombre limité d'évènements conduit à une décimation des angles d'ouverture permettant d'échantillonner le milieu. Par conséquent, la couverture en nombre d'onde du milieu peut être sous-échantillonné et conduire à des phénomènes de repliements spatiaux. Il est donc nécessaire d'échantillonner de manière dense la bande de fréquence considérée de manière à retrouver une couverture en nombre d'onde suffisamment continu.

L'instrumentation sismique actuelle permet le déploiement de réseaux de stations denses. Cependant, l'espacement existant entre les stations peut être très important et excéder

les 20 km. Compte tenu de cette caractéristique, nous avons montré l'importance de l'algorithme d'optimisation *l-BFGS* pour améliorer la résolution de l'imagerie. Nous avons également montré que l'inversion de groupe de fréquences permettait de réduire l'aliasing horizontal de surface lié à l'espacement des stations.

Enfin, nous avons montré que les basses fréquences contenues dans le signal téléseismique permettent de réduire les risques de saut de cycles et permettait, dans un cas idéal, l'utilisation d'un modèle mono-dimensionnel en tant que modèle initial pour l'inversion.

8.3 Application à des données réelles

Dans cette partie, j'ai présenté la zone de subduction Est Pacifique, et plus particulièrement la subduction de la plaque Cocos sous le Mexique. En terme de structure, cette zone de subduction présente la particularité d'une subduction plane sur 250 à 300 km depuis la fosse de subduction puis une inflexion faisant plonger la plaque Cocos de manière abrupte avec un pendage de l'ordre de 75 degrés. Cette géométrie particulière a suscité de l'intérêt dans la communauté des sciences de la Terre et a motivé de nombreuses études et projets d'acquisition, et notamment le projet *Middle America Subduction Experiment*. Suite à la mise en place de ce réseau, de nombreux auteurs ont appliqué les méthodes de fonctions récepteurs et de tomographie des temps d'arrivée aux données téléseismiques enregistrées permettant ainsi de mieux définir la zone de subduction aussi bien en terme de géodynamique, qu'en terme de structure.

L'imagerie lithosphérique d'une zone de subduction par *inversion des formes d'ondes complètes* n'ayant jamais été réalisée auparavant, j'ai tout d'abord réalisé des inversions sur un modèle de subduction synthétique à l'échelle du dispositif *MASE* et avec une géométrie présentant une subduction plane. Les sismogrammes synthétiques et les résultats d'inversion ont montré confirmés l'importance de l'éclairage du milieu, déjà souligné dans l'analyse paramétrique, et la difficulté à reconstruire le panneau plongeant intégralement en utilisant des ondes planes se propageant dans le sens de la subduction.

Dans ce chapitre, j'ai établi des critères de sélection des données basés sur la distance épicentrale, la magnitude, l'obliquité par rapport au réseau et la contamination par d'autres événements. Ces critères permettent de sélectionner les événements téléseismiques les plus compatibles avec l'*inversion des formes d'ondes complètes* et de son adaptation aux configurations téléseismiques dans le cadre de l'approximation d'un milieu à deux dimensions.

J'ai également présenté un protocole de pré-traitement classique en quelques étapes :

- application d'un filtre *Butterworth*,
- suppression des données traces inutilisables,
- mise à zéro des traces de part et d'autre de la fenêtre temporelle contenant l'onde *P* incidente et sa coda.

Enfin, la première tentative d'*inversion des formes d'ondes complètes* a été réalisée à partir de quatre événements téléseismiques. Cependant, même si il semble que certaines

structures reconstruites par le processus d'inversion sont reliables à certaines structures du système de subduction de la plaque Cocos, il existe de nombreux artefacts dans les modèles reconstruits et le contrôle qualité de l'inversion ne permet pas de conclure de manière totalement positive sur cette première application. En effet, il apparaît que l'algorithme n'a pas permis de reconstruire un modèle de vitesse permettant d'expliquer les données aux fréquences les plus hautes pour toutes les sources. De plus, il apparaît que les données sont moins bien expliquées au fur et à mesure que l'obliquité augmente. Le calcul d'un modèle de vitesse apparente afin de prendre en compte les effets de l'obliquité n'est peut être pas valide ou peut être qu'une étape de correction d'obliquité a été négligée lors de la réflexion. Cependant, le changement de forme d'onde de la source estimée entre le modèle initial et le modèle final peut être un indicateur de la qualité du modèle et de la capacité de l'algorithme à attribuer au modèle des événements diffractés initialement absorbés par l'estimation de la signature de la source. Le rapport signal sur bruit faible des données, la bande passante en fréquence limitée (0.1 à 0.5 Hz), la très faible quantité d'évènements utilisables et la couverture discontinue du milieu par le réseau sismologique peuvent également être responsable de l'échec constaté pour ce premier essai d'*inversion des formes d'ondes complètes* de données téléseismiques.

8.4 Perspectives

L'efficacité de l'utilisation d'un solveur direct en domaine fréquentiel est conditionnée par le grand nombre de sources et la décimation des données en quelques fréquences discrètes qui caractérisent l'exploration sismique. L'*inversion des formes d'ondes* en domaine fréquentiel pour des configurations téléseismiques nécessite un échantillonnage très fin de la bande passante en fréquence et ne permet l'utilisation que d'un nombre limité de sources. Par conséquent, l'approche fréquentielle n'était pas réellement adaptée pour cette adaptation d'une méthode haute résolution vers l'imagerie lithosphérique. De plus, outre l'intérêt d'imager la Terre en trois dimensions, les critères de sélection des évènements téléseismiques imposés par l'obliquité, dans le cadre de l'approximation d'un milieu à deux dimension, entraîne une réduction importante du nombre d'évènements disponibles pour l'*inversion des formes d'ondes complètes*. Ainsi, il apparaît plus raisonnable, dans le cadre du développement d'une imagerie lithosphérique haute-résolution, de se tourner vers des algorithmes tri-dimensionnel en domaine temporel.

Le code **GeoInv3D** (Etienne, 2011) est un algorithme d'*inversion des formes d'ondes complètes* en *Galerkin discontinus* dont le problème direct est résolu en domaine temporel et le problème inverse en domaine fréquentiel, développé dans le cadre de l'exploration sismique. L'adaptation de cet algorithme aux configurations téléseismiques permettrait de réellement explorer les possibilités de l'*inversion des formes d'ondes complètes* pour l'imagerie lithosphérique en levant notamment les contraintes sur la sélection des évènements imposées par l'obliquité.

Ce travail de thèse a posé les bases nécessaires au développement de l'*inversion des formes d'ondes complètes* pour l'imagerie lithosphérique. L'analyse paramétrique réali-

sée dans ce cadre n'a cependant pas traitée de l'empreinte de la densité ρ , de l'atténuation Q et des paramètres anisotropes sur les données et leur impact sur la qualité des modèles reconstruits. En raison de notre approche en champ diffracté consistant à calculer la solution analytique de l'onde plane dans un milieu homogène, nous n'avons pas pu prendre en compte la topographie du milieu et nous n'avons par conséquent pas exploré les effets de cette topographie sur l'imagerie à l'échelle lithosphérique. Pour pouvoir prendre en compte la topographie, il est nécessaire de calculer la solution de l'onde plane dans un milieu de référence possédant cette topographie. Cela est possible en calculant cette solution par des méthodes de réflectivité (Fuchs & Muller, 1971; Kennett & Kerry, 1979; Muller, 1985) ou des méthodes intégrales (Bouchon *et al.*, 1989; Durand *et al.*, 1999). Enfin, il serait intéressant d'évaluer l'impact de la courbure de la Terre en fonction des dimensions des différents modèles.

Concernant l'application aux données réelles, il serait intéressant de poser le problème du pré conditionnement des données. En effet, chaque événement possède son propre spectre, sa propre magnitude qui influencent certainement son poids dans l'inversion comparativement aux autres événements. Nous pouvons alors nous poser la question de l'efficacité de notre approche consistant à regrouper les événements par groupe d'obliquité et les traiter simultanément au cours du processus d'inversion. D'autres approches pourraient être envisageable comme, par exemple, traiter les événements de manière hiérarchique au cours de l'inversion, en allant des obliquités faibles vers les plus fortes. Nous n'avons également pas exploré l'amortissement des données. Un fenêtrage temporel des données à partir des premières arrivées limiterait la non-linéarité de l'inversion et pourrait nous permettre de reconstruire des modèles de vitesse des ondes P et S plus précis. La source d'un séismes superficiel porte l'empreinte des structures traversés autour de l'hypocentre. Ceci conduit à des sources compliquées constituées d'une multitude de phases qui interagiront avec le milieu que l'on veut imager rendant le signal observé très complexe. Nous pouvons ainsi nous poser la question d'une approche inspirée par la méthode des *fonctions récepteurs* en inversant un signal déconvolué par une estimation de la source.

Bibliographie

- Aki, K. & Lee, W. (1976). Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first p-arrival times from local earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 81(4):4381–4399.
- Aki, K. & Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology, theory and methods, second edition*. University Science Books, Sausalito, California.
- Aminzadeh, F., Brac, J. & Kunz, T. (1997). *3-D Salt and Overthrust models*. SEG/EAGE 3-D Modeling Series No.1.
- Ammon, C. J. (1991). The isolation of receiver effects from teleseismic p waveform. *BULLETIN of Seismological Society of America*, 81(6):2504 – 2510.
- Ammon, C. J., Randall, G. E. & Zandt, G. (1990). On the nonuniqueness of receiver function inversions. *Journal of Geophysical Research*, 95(B10):15,303 – 15,318.
- Angus, D. A., Wilson, D. C., Sandvol, E. & Ni, J. F. (2006). Lithospheric structure of the arabian and eurasian collision zone in eastern turkey from s-wave receiver functions. *Geophysical Journal International*, 166:1335–1346.
- Audet, P., Bostock, M. G., Christensen, N. I. & Peacock, S. M. (2009). Seismic evidence for overpressured subducted oceanic crust and megathrust fault sealing. *Nature*, 457: 76–78.
- Barnes, C. & Charara, M. (2008). Full-waveform inversion results when using acoustic approximation instead of elastic medium. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 27(1):1895–1899.
- Bednar, J. B., Shin, C. & Pyun, S. (2007). Comparison of waveform inversion, part 2 : phase approach. *Geophysical Prospecting*, 55(4):465–475.
- Ben-Menahem, A. & Singh, S. J. (1981). *Seismic waves and sources / by Ari Ben-Menahem and Sarva Jit Singh*. Springer-Verlag, New York :.
- Berenger, J.-P. (1994). A perfectly matched layer for absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114:185–200.

- Beylkin, G. (1985). Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized Radon transform. *Journal of Mathematical Physics*, 26:99–108.
- Bleibinhaus, F., Hole, J. A., Ryberg, T. & Fuis, G. S. (2007). Structure of the California Coast Ranges and San Andreas Fault at SAFOD from seismic waveform inversion and reflection imaging. *Journal of Geophysical Research*, 112(B06315): doi :10.1029/2006JB004611.
- Bohlen, T. & Saenger, E. H. (2006). Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves. *Geophysics*, 71:109–115.
- Bostock, M. (2003). Linearized inverse scattering of teleseismic waves for anisotropic crust and mantle structure : I. theory. *Journal of Geophysical Research*, 108-B5:2258.
- Bostock, M. G., Rondenay, S. & Shragge, J. (2001). Multiparameter two-dimensional inversion of scattered teleseismic body waves 1. theory for oblique incidence. *Journal of Geophysical Research*, 106(12):30771–30782.
- Bouchon, M., Campillo, M. & Gaffet, S. (1989). A boundary integral equation - discrete wavenumber representation method to study wave propagation in multilayered media having irregular interfaces. *Geophysics*, 54:1134–1140.
- Bozdag, E., Trampert, J. & Tromp, J. (2011). Misfit functions for full waveform inversion based on instantaneous phase and envelope measurements. *Geophysical Journal International*, 185(2):845–870.
- Brenders, A. J. & Pratt, R. G. (2007a). Efficient waveform tomography for lithospheric imaging : implications for realistic 2D acquisition geometries and low frequency data. *Geophysical Journal International*, 168:152–170.
- Brenders, A. J. & Pratt, R. G. (2007b). Full waveform tomography for lithospheric imaging : results from a blind test in a realistic crustal model. *Geophysical Journal International*, 168:133–151.
- Brossier, R. (2011a). Two-dimensional frequency-domain visco-elastic full waveform inversion : Parallel algorithms, optimization and performance. *Computers & Geosciences*, 37(4):444 – 455.
- Brossier, R. (2011b). Two-dimensional frequency-domain visco-elastic full waveform inversion : Parallel algorithms, optimization and performance. *Computers & Geosciences*, 37(4):444 – 455.
- Brossier, R., Etienne, V., Operto, S. & Virieux, J. (2010a). Frequency-domain numerical modelling of visco-acoustic waves based on finite-difference and finite-element discontinuous galerkin methods. In Dissanayake, D. W., éditeur : *Acoustic Waves*, pages 125–158. SCIYO.

- Brossier, R., Operto, S. & Virieux, J. (2009a). 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion for imaging complex onshore structures. *In Expanded Abstracts*, page U019. EAGE.
- Brossier, R., Operto, S. & Virieux, J. (2009b). Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6): WCC63–WCC76.
- Brossier, R., Operto, S. & Virieux, J. (2010b). Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion? *Geophysics*, 75(3):R37–R46.
- Brossier, R., Virieux, J. & Operto, S. (2008a). 2D frequency-domain elastic full-waveform inversion using a $P0$ finite volume forward problem. *In Expanded Abstracts, 78th Annual SEG Conference & Exhibition, Las Vegas*. Society of Exploration Geophysics.
- Brossier, R., Virieux, J. & Operto, S. (2008b). Parsimonious finite-volume frequency-domain method for 2-D P-SV-wave modelling. *Geophysical Journal International*, 175(2):541–559.
- Capdeville, Y., Chaljub, E., Vilotte, J. & Montagner, J. (2003). Coupling the spectral element method with a modal solution for elastic wave propagation in global earth models. *Geophysical Journal International*, 152:34–67.
- Capdeville, Y., Guillot, L. & Marigo, J.-J. (2010). 2-D non-periodic homogenization to upscale elastic media for P-SV waves. *Geophysical Journal International*, 182:903–922.
- Červený, V., Molotkov, I. A. & Pšenčík, I. (1977). *Ray Method in Seismology*. Charles University Press, Praha.
- Chauris, H. (2000). *Analyse de vitesse par migration pour l'imagerie des structures complexes en sismique réflexion*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris.
- Chavent, G. (1974). Identification of parameter distributed systems. *In Goodson, R. & Polis, M., éditeurs : Identification of function parameters in partial differential equations*, pages 31–48. American Society of Mechanical Engineers, New York.
- Chavent, G. (2009). *Nonlinear least squares for inverse problems*. Springer Dordrecht Heidelberg London New York.
- Chen, P., Jordan, T. & Zhao, L. (2007a). Full three-dimensional tomography : a comparison between the scattering-integral and adjoint-wavefield methods. *Geophysical Journal International*, 170:175–181.
- Chen, P., Zhao, L. & Jordan, T. H. (2007b). Full 3D tomography for the crustal structure of the Los Angeles region. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 97:1094–1120.
- Chen, T. & Clayton, R. W. (2009). Image of a focused high-attenuation zone in the mantle wedge. *Journal of Geophysical Research*, 114.

BIBLIOGRAPHIE

- Choi, Y., Min, D. & Shin, C. (2008). Two-dimensional waveform inversion of multi-component data in acoustic-elastic coupled media. *Geophysical Prospecting*, 56(6):863–881.
- Cockburn, B. (2003). Discontinuous galerkin methods. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 83:731–754.
- Cohen, J. K. & Bleistein, N. (1979). Velocity inversion procedure for acoustic waves. *Geophysics*, 44:1077–1087.
- Crotwell, H. P., Owens, J. T. & Ritsema, J. (1999). The TauP Toolkit : Flexible seismic travel-time and ray-path utilities. *Seismological Research Letters*, 70:154–160.
- Dahlen, F. A., Hung, S. H. & Nolet, G. (2000). Fréchet kernels for finite-difference traveltimes - I. theory. *Geophysical Journal International*, 141:157–174.
- Dessa, J. X., Operto, S., Kodaira, S., Nakanishi, A., Pascal, G., Virieux, J. & Kaneda, Y. (2004). Multiscale seismic imaging of the eastern nankai trough by full waveform inversion. *Geophysical Research Letters*, 31(L18606):doi :10.1029/2004GL020453.
- Devaney, A. J. (1982). A filtered backprojection algorithm for diffraction tomography. *Ultrasonic Imaging*, 4:336–350.
- Dominguez, L., Sanchez-Sesma, F. J. & Davis, P. M. (2011). Scattering of teleseismic body waves by the lateral crustal heterogeneity at the pacific trench of mexico. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101:1281–1290.
- Durand, S., Gaffet, S. & Virieux, J. (1999). Seismic diffracted waves from topography using 3D discrete wavenumber-boundary integral equation simulations. *Geophysics*, 64:572–578.
- Dziewonski, A. M. (1984). Mapping the lower mantle : determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6. *Journal of Geophysical Researches*, 89:5929–5952.
- Dziewonski, A. M. & Anderson, D. L. (1981). Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25:297–356.
- Etienne, V. (2011). *Modélisation de la propagation d’ondes sismiques par éléments finis discontinus et inversion des formes d’onde dans les milieux élastiques à trois dimensions*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia-Antipolis, Sophia-Antipolis.
- Etienne, V., Chaljub, E., Virieux, J. & Glinsky, N. (2010). An hp-adaptive discontinuous Galerkin finite-element method for 3D elastic wave modelling. *Geophysical Journal International*, 183(2):941–962.
- Faccioli, E. F., Paolucci, R. & Quarteroni, A. (1997). 2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method. *Journal of Seismology*, 1:237–251.

- Ferrari, L. (2004). Slab detachment control on mafic volcanic pulse and mantle heterogeneity in central Mexico. *Geology*, 32:77–80.
- Fichtner, A., Kennett, B. L. N., Igel, H. & Bunge, H. P. (2009). Full waveform tomography for upper-mantle structure in the Australasian region using adjoint methods. *Geophysical Journal International*, 179(3):1703–1725.
- Fichtner, A. & Trampert, J. (2011a). Hessian kernels of seismic data functionals based upon adjoint techniques. *Geophysical Journal International*, 185(2):775–798.
- Fichtner, A. & Trampert, J. (2011b). Resolution analysis in full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 187:1604–1624.
- Fink, M. (1993). Time-reversal mirrors. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 26(9):1333–1350.
- Forgues, E. (1996). *Inversion linearisée multi-paramètres via la théorie des rais*. Thèse de doctorat, Institut Français du Pétrole - University Paris VII.
- Forgues, E. & Lambaré, G. (1997). Parameterization study for acoustic and elastic ray+born inversion. *Journal of Seismic Exploration*, 6:253–278.
- Franco, S. I., Kostoglodov, K. M., Manea, V. C., Manea, M. & Santiago, J. A. (2005). Propagation of the 2001–2002 silent earthquake and interplate coupling in the Oaxaca subduction zone, Mexico. *Earth Planets Space*, 57:973–985.
- Fuchs, K. & Muller, G. (1971). Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison of observations. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 23:417–433.
- Fukao, Y., Widiyantoro, S. & Obayashi, M. (2001). Stagnant slabs in the upper and lower mantle transition region. *Reviews of Geophysics*, 39:291–323.
- Gaffet, S. (1995). Teleseismic waveform modeling including geometrical effects of superficial geological structures near to seismic sources. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 85:1068–1079.
- Gaffet, S. & Bouchon, M. (1989). Effects of two-dimensional topographies using the discrete wavenumber-boundary integral equation method in P-SV cases. *Journal of the Acoustical Society of America*, 85:2277–2283.
- Gahagan, L., Rogers, R. D. & Mann, P. (2007). Overview of plate tectonic history and its unresolved tectonic problems.
- Gauthier, O., Virieux, J. & Tarantola, A. (1986). Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms : numerical results. *Geophysics*, 51(7):1387–1403.

BIBLIOGRAPHIE

- Gholami, Y., Brossier, R., Operto, S., Prioux, V., Ribodetti, A. & Virieux, J. (2011). Two-dimensional acoustic anisotropic (VTI) full waveform inversion : the Valhall case study. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 30:2543.
- Gilbert, F. & Dziewonski, A. (1975). An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 278:187–269.
- Goldstein, P., Dodge, D., Firpo, M. & Minner, L. (2003). *SAC2000 : Signal processing and analysis tools for seismologists and engineers, Invited contribution to The IASPEI International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*. Academic Press, London.
- Guitton, A., Ayeni, G. & Díaz, E. (2012). Constrained full-waveform inversion by model reparameterization. *Geophysics*, 77(2):R117–R127.
- Gutscher, M., Spakman, W., Bijwaard, H. & Engdahl, E. R. (2000). Geodynamics of flat subduction : Seismicity and tomographic constraints from the andean margin. *Tectonics*, 19:814–833.
- Hansen, S. & Dueker, K. (2009). P- and s-wave receiver function images of crustal imbrication beneath the cheyenne belt in southeast wyoming. *Bulletin of Seismological Society of America*, 99(3):1953–1961.
- Hole, D. P. & Zelt, B. C. (1995). 3-D finite difference reflection traveltimes. *Geophysical Journal International*, 121:427–434.
- Husker, A. & Davis, P. M. (2009). Tomography and thermal state of the Cocos plate subduction beneath Mexico City. *Journal of Geophysical Research*, 114.
- Husker, A. L. (2008). *Tomography of the subducting Cocos Plate in central Mexico using data from the installation of a prototype wireless seismic network : Images of a truncated slab*. Thèse de doctorat, University of California, Los Angeles.
- Hustedt, B., Operto, S. & Virieux, J. (2004). Mixed-grid and staggered-grid finite difference methods for frequency domain acoustic wave modelling. *Geophysical Journal International*, 157:1269–1296.
- Iglesias, A., Clayton, R. W., Perez-Campos, X., Singh, S. K., Pacheco, J. F., Garcia, D. & Valdes-Gonzalez, C. (2010). S wave velocity structure below central Mexico using high-resolution surface wave tomography. *Journal of Geophysical Research*, 115.
- Jin, S., Madariaga, R., Virieux, J. & Lambaré, G. (1992). Two-dimensional asymptotic iterative elastic inversion. *Geophysical Journal International*, 108:575–588.
- Jo, C. H., Shin, C. & Suh, J. H. (1996). An optimal 9-point, finite-difference, frequency-space 2D scalar extrapolator. *Geophysics*, 61:529–537.

- Julià, J., Ammon, C. J. & Herrmann, R. B. (2003). Lithospheric structure of the arabian shield from the joint inversion of receiver functions and surface-wave group velocities. *Tectonophysics*, 371:1–21.
- Julià, J., Ammon, C. J., Herrmann, R. B. & Correig, A. M. (2000). Joint inversion of receiver function and surface wave dispersion observations. *Geophysical Journal International*, pages 99–112.
- Kamei, R. & Pratt, R. G. (2008). Waveform tomography strategies for imaging attenuation structure for cross-hole data. *In Extended Abstracts, Roma*, page F019.
- Kennett, B. L. N. (1983). *Seismic wave propagation in stratified media*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Kennett, B. L. N. & Engdahl, E. R. (1991). Travel times for global earthquake location and phase association. *Geophysical Journal International*, 105:429–465.
- Kennett, B. L. N. & Kerry, N. J. (1979). Seismic waves in a stratified half space. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 57:557–583.
- Kim, Y., Miller, M. S., Pearce, F. & Clayton, R. W. (2012). Seismic imaging of the Cocos plate subduction zone system in central Mexico. *Geochemistry Geophysics Geosystems*, 13(7).
- Kolsky, H. (1956). The propagation of stress pulses in viscoelastic solids. *Philosophical Magazine*, 1:693–710.
- Komatish, D., Tromp, J. & Vilotte, J. P. (1998). The spectral element method for elastic wave equations : application to 2D and 3D seismic problems. *In Expanded abstracts*, volume II, pages 1460–1463.
- Kosloff, D., Kessler, D., Filho, A., Tessmer, E., Behle, A. & Strahilevitz, R. (1990). Solution of the equations of dynamic elasticity by a Chebychev spectral method. *Geophysics*, 55:464–473.
- Lambaré, G. (1991). *Inversion linearisée de données de sismique réflexion par une méthode quasi-newtonienne*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII.
- Lambaré, G., Operto, S., Podvin, P., Thierry, P. & Noble, M. (2003). 3-D ray+Born migration/inversion - part 1 : theory. *Geophysics*, 68:1348–1356.
- Langston, C. A. (1979). Structure under mount rainier, washington, inferred from teleseismic body waves. *Journal of Geophysical Research*, 84:4749–4762.
- Lay, T. & Wallace, T. C. (1995). *Modern global seismology*. Academic Press.
- Lekić, V. & Romanowicz, B. (2011). Inferring upper-mantle structure by full waveform tomography with the spectral element method. *Geophysical Journal International*, 185:799–831.

BIBLIOGRAPHIE

- Levander, A., Humphreys, E. D., Ekstrom, G., Meltzer, A. S. & Shearer, P. M. (1999). Continental assembly, stability, and instability : USArray : An Earth sciences tool for investigating North America. *EoS*, (80):245–249.
- Levander, A. R. (1988). Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53(11):1425–1436.
- Ligorria, J. P. & Ammon, C. J. (1999). Iterative deconvolution and receiver-function estimation. *Bulletin of Seismological Society of America*, 89:1395 – 1400.
- Lions, J. (1972). *Nonhomogeneous boundary value problems and applications*. Springer Verlag, Berlin.
- Lions, J. L. (1968). *Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*. Dunod, Paris.
- Lui, X.-D. & Romanowicz, B. (1995). Comparison of global waveform inversion with and without considering cross-branch modal coupling. *Geophysical Journal International*, 121:695–709.
- Malinowski, M., Operto, S. & Ribodetti, A. (2011). High-resolution seismic attenuation imaging from wide-aperture onshore data by visco-acoustic frequency-domain full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 186(3):1179–1204.
- Manea, M., Manea, V. C., Ferrari, L., Kostoglodov, V. & Bandy, W. L. (2005). Tectonic evolution of the tehuantepec ridge. *Earth and Planetary Science Letters*, 238:64–77.
- Marfurt, K. (1984). Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *Geophysics*, 49:533–549.
- Métivier, L., Brossier, R., Virieux, J. & Operto, S. (2012). Toward gauss-newton and exact newton optimization for full waveform inversion. *In EAGE, 74th Conference and Exhibition*, page This issue.
- Miller, D., Oristaglio, M. & Beylkin, G. (1987). A new slant on seismic imaging : Migration and integral geometry. *Geophysics*, 52(7):943–964.
- Montelli, R., Nolet, G., Dahlen, F. A., Masters, G., Engdahl, E. R. & Hung, S. H. (2004a). Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle. *Science*, 303: 338–343.
- Montelli, R., Nolet, G., Masters, G., Dahlen, F. A. & Hung, S. H. (2004b). P and PP global travel time tomography. *Geophysical Journal International*, 158:637–654.
- Mora, P. R. (1987). Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multi-offset seismic data. *Geophysics*, 52:1211–1228.
- Morozov, I. B. (2004). Crustal scattering and some artefacts in receiver function images. *Bulletin of Seismological Society of America*, 94:1492–1499.

- Mulder, W. A. & Plessix, R. E. (2004). How to choose a subset of frequencies in frequency-domain finite-difference migration. *Geophysical Journal International*, 158:801–812.
- Muller, G. (1985). The reflectivity method : a tutorial. *Journal of Geophysics*, 58:153–174.
- Muller, R. D., Sdrolias, M., Gaina, C. & Roest, W. R. (2008). Age, spreading rates, and spreading asymmetry of the world’s ocean crust. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 9.
- MUMPS-team (2009). *MUMPS - Multifrontal Massively Parallel Solver users’ guide - version 4.9.2 (November 5, 2009)*. ENSEEIHT-ENS Lyon, <http://www.enseeiht.fr/apo/MUMPS/> or <http://graal.ens-lyon.fr/MUMPS>.
- Nocedal, J. (1980). Updating Quasi-Newton Matrices With Limited Storage. *Mathematics of Computation*, 35(151):773–782.
- Nocedal, J. & Wright, S. J. (1999). *Numerical Optimization*. New York, US : Springer.
- Nocedal, J. & Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization*. Springer, 2nd édition.
- Nolet, G. (1985). Solving or resolving inadequate and noisy tomographic systems. *Journal of Computational Physics*, 61:463–482.
- Nolet, G. (1987). *Seismic tomography with applications in global seismology and exploration geophysics*. D. Reidel publishing Company.
- Operto, S., Virieux, J. & Dessa, J. X. (2006a). Frequency-domain full-waveform inversion of OBS wide-angle seismic data. *In Expanded Abstracts*. EAGE.
- Operto, S., Virieux, J., Dessa, J. X. & Pascal, G. (2006b). Crustal imaging from multifold ocean bottom seismometers data by frequency-domain full-waveform tomography : application to the eastern Nankai trough. *Journal of Geophysical Research*, 111(B09306):doi :10.1029/2005JB003835.
- Operto, S., Virieux, J., Ribodetti, A. & Anderson, J. E. (2009). Finite-difference frequency-domain modeling of visco-acoustic wave propagation in two-dimensional TTI media. *Geophysics*, 74 (5):T75–T95.
- Pageot, D., Operto, S., Vallée, M., Brossier, R. & Virieux, J. (2010). Lithospheric imaging from teleseismic data by frequency-domain elastic full-waveform tomography. *In Expanded abstracts*, page WS6. EAGE.
- Pageot, D., Operto, S., Vallée, M. & Virieux, J. (2009). Lithospheric imaging from teleseismic data by frequency-domain full-waveform tomography. *In AGU 2009 Fall Meeting, Abstract Book*, pages S31D–07 POSTER. Society of Exploration Geophysicists.

BIBLIOGRAPHIE

- Paige, C. C. & Saunders, M. A. (1982). ALGORITHM 583 LSQR : Sparse linear equations and least squares problems. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 8(2):195–209.
- Pardo, M. & Suárez, G. (1995). Shape of the subducted rivera and cocos plates in southern mexico : Seismic and tectonic implication. *Journal of Geophysical Research*, 100:12357–12373.
- Park, J. & Levin, V. (2000). Receiver functions from multiple-taper spectral correlation estimates. *Bulletin of Seismological Society of America*, 90:1507 – 1520.
- Perez-Campos, X., Kim, Y., Husker, A., Davis, P. M., Clayton, R. W., Iglesias, A., Pacheco, J. F., Singh, S. K., Manea, V. C. & Gurnis, M. (2008). Horizontal subduction and truncation of the Cocos Plate beneath central Mexico. *Geophysical Research Letters*, 35.
- Plessix, R. E. (2006). A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, 167(2): 495–503.
- Plessix, R.-E., Baeten, G., de Maag, J. W. & ten Kroode, F. (2012). Full waveform inversion and distance separated simultaneous sweeping : a study with a land seismic data set. *Geophysical Prospecting*, doi : 10.1111/j.1365-2478.2011.01036.x.
- Podvin, P. & Lecomte, I. (1991). Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity model : a massively parallel approach and its associated tools. *Geophysical Journal International*, 105:271–284.
- Polak, E. & Ribière, G. (1969). Note sur la convergence de méthodes de directions conjuguées. *Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle*, 16:35–43.
- Pratt, R. G. (1990a). Frequency-domain elastic modeling by finite differences : a tool for crosshole seismic imaging. *Geophysics*, 55(5):626–632.
- Pratt, R. G. (1990b). Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. part II : elastic wave-equation method. *Geophysical Prospecting*, 38:311–330.
- Pratt, R. G. (1999). Seismic waveform inversion in the frequency domain, part I : theory and verification in a physic scale model. *Geophysics*, 64:888–901.
- Pratt, R. G. (2008). Waveform tomography - successes, cautionary tales, and future directions. In *Presented at the 70th Annual EAGE Conference & Exhibition, Roma*, pages WO11 – Full-Waveform Inversion : current status and perspectives.
- Pratt, R. G., Plessix, R. E. & Mulder, W. A. (2001). Seismic waveform tomography : the effect of layering and anisotropy. In *Presented at the 63th EAGE Conference & Exhibition, Amsterdam, EAGE.*, page P092.

- Pratt, R. G. & Sams, M. S. (1996). Reconciliation of crosshole seismic velocities with well information in a layered sedimentary environment. *Geophysics*, 61:549–560.
- Pratt, R. G., Shin, C. & Hicks, G. J. (1998). Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 133:341–362.
- Pratt, R. G., Song, Z. M., Williamson, P. R. & Warner, M. (1996). Two-dimensional velocity models from wide-angle seismic data by wavefield inversion. *Geophysical Journal International*, 124:323–340.
- Pratt, R. G. & Worthington, M. H. (1990). Inverse theory applied to multi-source crosshole tomography. Part I : acoustic wave-equation method. *Geophysical Prospecting*, 38:287–310.
- Prieux, V., Brossier, R., Gholami, Y., Operto, S., Virieux, J., Barkved, O. & Kommedal, J. (2011). On the footprint of anisotropy on isotropic full waveform inversion : the Valhall case study. *Geophysical Journal International*, 187:1495–1515.
- Ravaut, C., Operto, S., Improta, L., Virieux, J., Herrero, A. & dell’Aversana, P. (2004). Multi-scale imaging of complex structures from multi-fold wide-aperture seismic data by frequency-domain full-wavefield inversions : application to a thrust belt. *Geophysical Journal International*, 159:1032–1056.
- Ribodetti, A., Operto, S., Virieux, J., Lambaré, G., Valéro, H.-P. & Gibert, D. (2000). Asymptotic viscoacoustic diffraction tomography of ultrasonic laboratory data : a tool for rock properties analysis. *Geophysical Journal International*, 140:324–340.
- Roecker, S., Baker, B. & McLaughlin, J. (2010). A finite-difference algorithm for full waveform teleseismic tomography. *Geophysical Journal International*, 181:1017–1040.
- Rondenay, S., Bostock, M. G. & Fischer, K. M. (2005). *Multichannel inversion of scattered teleseismic body waves : practical considerations and applicability*, pages 187–203. American Geophysical Union Washington, DC. In *Seismic Earth : array analysis of broadband seismograms*, Geophysical Monograph 157.
- Rondenay, S., Bostock, M. G. & Shragge, J. (2001). Multiparameter two-dimensional inversion of scattered teleseismic body waves. 3. Application to the Cascadia 1993 data set. *Journal of Geophysical Research*, 106(12):30795–30807.
- Shin, C. & Min, D.-J. (2006). Waveform inversion using a logarithmic wavefield. *Geophysics*, 71(3):R31–R42.
- Shin, C., Pyun, S. & Bednar, J. B. (2007). Comparison of waveform inversion, part 1 : conventional wavefield vs logarithmic wavefield. *Geophysical Prospecting*, 55(4):449–464.

- Shin, C., Yoon, K., Marfurt, K. J., Park, K., Yang, D., Lim, H. Y., Chung, S. & Shin, S. (2001). Efficient calculation of a partial derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion. *Geophysics*, 66(6):1856–1863.
- Shipp, R. M. & Singh, S. C. (2002). Two-dimensional full wavefield inversion of wide-aperture marine seismic streamer data. *Geophysical Journal International*, 151:325–344.
- Shragge, J., Bostock, M. G. & Rondenay, S. (2001). Multiparameter two-dimensional inversion of scattered teleseismic body waves 2. numerical examples. *Journal of Geophysical Research*, 106(12):30783–30793.
- Sirgue, L., Barkved, O. I., Dellinger, J., Etgen, J., Albertin, U. & Kommedal, J. H. (2010). Full waveform inversion : the next leap forward in imaging at Valhall. *First Break*, 28:65–70.
- Sirgue, L., Etgen, J. T. & Albertin, U. (2008). 3D Frequency Domain Waveform Inversion using Time Domain Finite Difference Methods. *In Proceedings 70th EAGE, Conference and Exhibition, Roma, Italy*, page F022.
- Sirgue, L. & Pratt, R. G. (2004). Efficient waveform inversion and imaging : a strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 69(1):231–248.
- Soubaras, R. & Whiting, P. (2011). Variable depth streamer — the new broadband acquisition system. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 30(1):4349–4353.
- Stein, S. & Wysession, M. (2003). *An Introduction to Seismology, Earthquakes and Earth Structure*. Blackwell Publishing.
- Stekl, I. & Pratt, R. G. (1998). Accurate viscoelastic modeling by frequency-domain finite difference using rotated operators. *Geophysics*, 63:1779–1794.
- Stockwell, J. W. (1999). The CWP/SU : Seismic Unix package. *Computers & Geosciences*, 25(4):415–419.
- Stubailo, I., Beghein, C. & Davis, P. M. (2012). Structure and anisotropy of the Mexico subduction zone based on Rayleigh-wave analysis and implications for the geometry of the Trans-Mexican Volcanic Belt. *Journal of Geophysical Research*, 117.
- Taflove, A. & Hagness, S. C. (2000). *Computational electrodynamics : the finite-difference time-domain method*. Artech House, London, United Kindom.
- Taflove, A. & Hagness, S. C. (2005). *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, 3rd édition.
- Taillandier, C., Noble, M., Chauris, H. & Calandra, H. (2009). First-arrival travel time tomography based on the adjoint state method. *Geophysics*, 74(6):WCB1–WCB10.

- Tape, C., Liu, Q., Maggi, A. & Tromp, J. (2009). Seismic tomography of the southern California crust based on spectral-element and adjoint methods. *Geophysical Journal International*, 180:433–462.
- Tarantola, A. (1984a). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8):1259–1266.
- Tarantola, A. (1984b). Linearized inversion of seismic reflection data. *Geophysical Prospecting*, 32:998–1015.
- Tarantola, A. (1986). A strategy for non linear inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 51(10):1893–1903.
- Tarantola, A. (1987). *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*. Elsevier, New York.
- Thierry, P., Operto, S. & Lambaré, G. (1999). Fast 2D ray-Born inversion/migration in complex media. *Geophysics*, 64(1):162–181.
- Tian, Y. & Zhao, D. (2011). P-wave tomography of the western United States : Insight into the Yellowstone hotspot and the Juan de Fuca slab. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 200:72–84.
- Toksöz, M. N. & Johnston, D. H. (1981). *Geophysics reprint series, No. 2 : Seismic wave attenuation*. Society of exploration geophysicists, Tulsa, OK.
- Tromp, J., Tape, C. & Liu, Q. (2005). Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels. *Geophysical Journal International*, 160:195–216.
- Virieux, J. (1986). P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 51:889–901.
- Virieux, J. & Operto, S. (2009). An overview of full waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74(6):WCC127–WCC152.
- Wang, B. (1993). *Improvement of seismic travel-time inversion methods and application to observed data*. Thèse de doctorat, Purdue University.
- Wang, Y. & Rao, Y. (2009). Reflection seismic waveform tomography. *Journal of Geophysical Research*, 114(B03304):doi :10.1029/2008JB005916.
- Williamson, P. (1991). A guide to the limits of resolution imposed by scattering in ray tomography. *Geophysics*, 56:202–207.
- Woodhouse, J. & Dziewonski, A. (1984). Mapping the upper mantle : Three dimensional modelling of earth structure by inversion of seismic waveforms. *Journal of Geophysical Research*, 89:5953–5986.
- Woodward, M. J. (1992). Wave-equation tomography. *Geophysics*, 57:15–26.

BIBLIOGRAPHIE

- Wu, R. S. & Toksöz, M. N. (1987). Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging. *Geophysics*, 52:11–25.
- Yoo, H. J., Herrmann, R. B., Cho, K. H. & Lee, K. (2007). Imaging the three-dimensional crust of the Korean peninsula by joint inversion of surface-wave dispersion and teleseismic receiver functions. *Bulletin of Seismological Society of America*, 97(3):1002–1011.

